УДК 621.396 (045)

ЛОКАЛЬНО-ОПТИМАЛЬНИЙ РАНГОВИЙ АЛГОРИТМ ВИЯВЛЕННЯ ДЕТЕРМІНОВАНОГО СИГНАЛУ

І. Г. Прокопенко, д-р техн. наук, проф.; ***Р. В. Урбан***; ***Д. А. Бабич***

Національний авіаційний університет

urbanrostyslav@gmail.com

Розглянуто синтез локально-оптимального вільного від розподілу розв'язувального правила. Запропоновано новий локально-оптимальний ранговий алгоритм, який здатний ефективно виявляти сигнали при дії різних завад. Доведено стійкість розробленого алгоритму до дії імпульсної завади.

Ключові слова: сигнально-завадова ситуація, рангова обробка сигналів, функція рангів, характеристика виявлення.

The synthesis of locally optimal free distribution of the decision rule was considered. A new locally optimal rank algorithm can efficiently detect the signals under the influence of different noise. The stability of the algorithm to impulse noise was proved.

Keywords: signal noise situation, rank signal processing, function of ranks, detection characteristic.

Вступ

Однією з основних проблем теорії та практики обробки сигналів є синтез алгоритмів виявлення сигналів в умовах апріорної невизначеності сигнально-завадової ситуації (СЗС), тобто коли параметри або вид розподілу суміші сигналу і завад невідомі.

В теоретичних працях зі статистичної обробки сигналів П. С. Акімова, Б. Р. Левіна, І. Г. Прокопенка, Є. А. Корнільєва, Ю. Г. Сосуліна, а також у працях з математичної статистики Я. Гаєка, Г. Дейвіда, П. Хьюбера запропоновано способи побудови ефективних алгоритмів в умовах апріорної невизначеності.

Оскільки в багатьох задачах обробки сигналів вид розподілу вихідних спостережень невідомий, або може змінюватися в процесі спостереження, то розробка, дослідження та впровадження алгоритмів, заснованих на статистичних процедурах, які є стійкими до зміни виду розподілу вихідних даних, є актуальним завданням радіолокації.

Постановка завдання

Одним з основних завдань радіолокації є виявлення об'єкта в заданому просторі. По суті, це завдання виявлення відбитого від об'єкта радіолокаційного сигналу, що спостерігається на тлі завад.

У разі відсутності сигналу на вході приймача можна спостерігати деякий випадковий процес, що має певні статистичні характеристики (розподіл імовірностей значень, кореляційну функцію тощо). Сигнал є носієм нової для спостерігача інформації. Наявність його у вхідному процесі зумовлює зміну статистичних характеристик цього процесу. Це, наприклад, може бути зміна параметра зсуву (середнього значення), параметра масштабу (дисперсії), частотного спектра потужності (кореляційної функції), затримки в часі (розподілу фаз) тощо.

Тобто наявність сигналу призводить до зміни багатовимірного розподілу ймовірностей сумішей сигналу і завад [1].

Результатом цифрового експерименту над випадковим вхідним процесом $X(t)$ є реєстрація послідовності n значень координат конкретної реалізації, яка називається реалізацією вибірки випадкового процесу:

$$x_1, x_2, \ldots, x_n. \tag{1}$$

Якщо багатовимірну щільність розподілу ймовірностей

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n | \overline{\theta}) \tag{2}$$

розглядати як функцію вектора параметрів $\overline{\theta}$ у разі фіксованої реалізації вибірки (1), то її називають *функцією правдоподібності*.

Постановка завдання виявлення сигналу в загальному вигляді полягає в тому, що стосовно реалізації вибірки (1) висувається дві гіпотези: H_0 – реалізація вибірки містить тільки заваду; альтернативна гіпотеза H_1 — реалізація вибірки містить заваду і сигнал [1]. Для вибору між гіпотезами треба ще до отримання реалізації вибірки запропонувати розв'язувальне правило, за яким і буде прийматися рішення.

Для формування розв'язувального правила потрібно мати деяку інформацію про вплив сигналу на розподіл ймовірностей вибірки (2). Цю інформацію часто задають у вигляді розподілів імовірностей вибірки при гіпотезах H_0 і H_1.

Розв'язувальне правило передбачає обчислення певної статистики вибіркових значень $T(x_1, \ldots, x_n)$ і подальше порівняння її з порогом $V_р$. Враховуючи це, розв'язувальне правило можна записати у вигляді [1]:

$$\gamma\ x_1, \ldots, x_n\ = \begin{cases} 1,\ T(x_1, \ldots, x_n) \geq V_р; \\ 0,\ T(x_1, \ldots, x_n) < V_р. \end{cases} \tag{3}$$

При байєсівському підході щодо визначення оптимального правила вибору розв'язку перевірна статистика $T(x_1, \ldots, x_n)$ обчислюється як відношення функції правдоподібності (2) при гіпотезі H_1 до функції правдоподібності при гіпотезі H_0, яке називається *відношенням правдоподібності.*

При негауссівських завадах алгоритми, засновані на обчисленні відношення правдоподібності (3) й порівнянні його з порогом, який обчислюється за критерієм Неймана–Пірсона, виражаються громіздкими обчислювальними процедурами, мало придатними для технічної реалізації, особливо при малому співвідношенні сигнал–завада [2].

Для випадку малого відношення сигнал–завада існують інші підходи до оптимізації виявлення. Один з них ґрунтується на концепції локальної оптимальності [3]. При цьому вводиться такий енергетичний параметр сигналу b, за якого $b = 0$ сигнал зникає і розподіл суміші сигналу і завади переходить у розподіл завади.

Розв'язання задачі

Вільними від розподілу процедурами можна розв'язати ряд задач виявлення сигналів під час дії завад з апріорно невизначеними характеристиками. Основні задачі виявлення сигналів у непараметричній постановці можуть бути сформульовані як задачі порівняння двох вибірок. Гіпотеза H_0, яка перевіряється, полягає в тому, що дві випадкові вибірки $x_1, \ldots, x_n$ і $y_1, \ldots, y_m$ мають один і той самий розподіл імовірностей, тобто вони породжені дією завади. У разі неприйняття гіпотези H_0 приймається рішення про наявність сигналу в одній із вибірок (гіпотеза H_1) [1].

Різноманітні критерії узгодження (Колмогорова, Смірнова, Мізеса, «хі»-квадрат та ін.), на основі яких синтезуються розв'язувальні правила перевірки гіпотези H_0, забезпечують інваріантність хибної тривоги незалежно від розподілу завади. Проте ефективність виявлення сигналів такими алгоритмами низька, оскільки у них не враховується закон розподілу суміші сигналу і завад.

У загальному випадку ефективність вільного від розподілу алгоритму залежить від альтернативної гіпотези. Тому, якщо треба побудувати ефективне розв'язувальне правило або виявник сигналу, необхідно враховувати дію сигналу і формулювати відповідну альтернативну гіпотезу.

Саме таку задачу розв'язує локально-оптимальний (ЛО) ранговий алгоритм виявлення сигналів. В основі даного алгоритму лежить обчислення вектора рангів (4) відліків сигнальної вибірки $x_1, \ldots, x_n$ відносно вибірки завад $y_1, \ldots, y_m$:

$$\overline{R} = (R_1, R_2, \ldots, R_n),$$

де R_i — обчислюється за формулою

$$R_i = \sum_{k=1}^{m} \operatorname{sgn}(x_i - y_k).$$

Синтез робастних ЛО, вільних від розподілу рангових алгоритмів виявлення сигналів, ґрунтується на дослідженні розподілу вектора рангів у разі альтернативної гіпотези, коли вибірка $x_1, \ldots, x_n$ містить сигнал [1]:

$$w(\overline{R} | b \neq 0), \tag{4}$$

і побудові рангового розв'язувального правила [1]:

$$\lambda(\overline{R}) = \frac{\partial w \ \overline{R} | b \neq 0}{\partial b} \Big|_{b=0} \geq V_{\text{p}}. \tag{5}$$

Для побудови розподілу (4) треба знати розподіл сигнальної вибірки для альтернативної гіпотези. Якщо $f(x, b)$ одновимірна щільність розподілу ймовірностей при гіпотезі H_1, а $f(x, 0)$ — щільність розподілу ймовірностей за гіпотези H_0, тоді розв'язувальне правило (5) буде мати вигляд [4]:

$$\lambda(\overline{R}) = \sum_{i=1}^{n} a_m(R_i, f) \geq V_{\text{p}}. \tag{6}$$

Значення функції від рангів обчислюють за формулою:

$$a_m(R_i, f) = \\ = mC_{R_i-1}^{m-1} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial f(x,b)}{\partial b} \Big|_{b=0} F(x)^{R_i-1} [1 - F(x)]^{m-R_i} dx, \tag{7}$$

де m — кількість завадових відліків, відносно яких обчислюється ранг; R_i — ранг відліку x_i відносно завадової вибірки; $f(x, b)$ — щільність розподілу ймовірностей за наявності сигналу; $F(x)$ — інтегральна функція розподілу ймовірностей завади.

Узагальнену структурну схему ЛО рангового виявника сигналів зображено на рис. 1 [1]. На один вхід виявника надходять сигнальні відліки, тобто відліки суміші сигналу і завади, а на інший — завадові відліки.

Обчислювач рангів (ОР) замінює відлік суміші на ранг, розрахований відносно опорної завадової вибірки. Після цього кожен ранг замінюється на відповідне значення функції рангів, які надходять на суматор, де й обчислюється перевірна статистика, яка порівнюється з порогом прийняття рішення.

Вибір складу опорної вибірки визначається апріорними відомостями про властивості завад. Так, якщо відомо, що завада на певних інтервалах часу практично стаціонарна (квазістаціонарна), то опорними можуть служити відліки, взяті в моменти часу, суміжні з випробуваним.

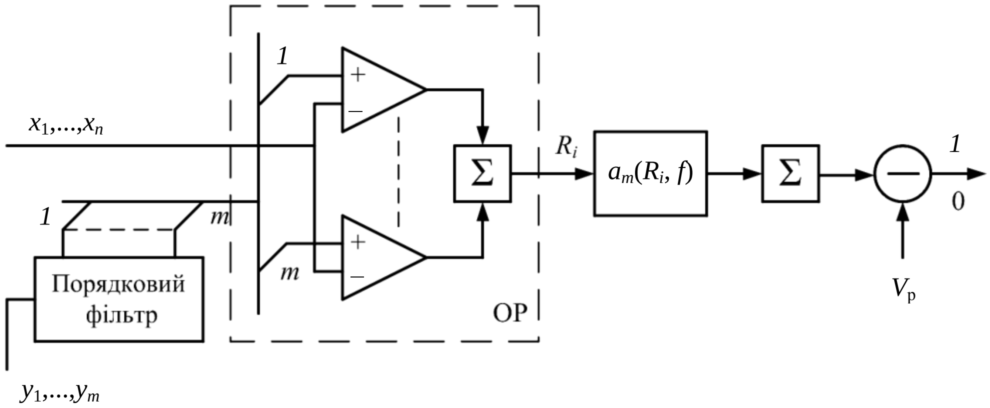

Рис. 1. Узагальнена структурна схема локально-оптимального рангового виявника сигналів

При ізотропності поля завади в певному секторі кутів як опорні можна взяти відліки суміжних каналів за направленням надходження сигналу.

Нарешті, якщо спектр завади рівномірний у межах деякої смуги частот, то опорні вибірки можуть формуватися на сусідній частоті. Використовуються також і комбіновані способи.

Для синтезу ЛО рангового виявника необхідно знайти аналітичний вираз для функції рангів (7), вигляд якої залежить від розподілу суміші сигналу і завад.

Для ситуації, коли вибірка $x_1, \ldots, x_n$ належить до суміші гауссівської завади з незалежними відліками і детермінованого сигналу, багатовимірна щільність розподілу ймовірностей має вигляд:

$$f(x_1,\ldots,x_n,b)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}e^{\frac{-\sum_{i=1}^{n}(x_i-b_i\cdot S_i)^2}{2\sigma^2}},$$

де b — параметр, який характеризує співвідношення сигнал–завада (сигнальний параметр); σ^2 — дисперсія завади; S_i — значення детермінованого сигналу.

Тоді функція рангів при одиничній дисперсії, виходячи з виразу (7), матиме вигляд:

$$a_m(R_i,f)=\frac{mS_i}{\sqrt{2\pi}}\times$$
$$\times C_{R_i-1}^{m-1}\int_{-\infty}^{\infty}xe^{-\frac{x^2}{2}}\hat{O}(x)^{R_i-1}[1-\hat{O}(x)]^{m-R_i}\,dx,$$

де S_i — значення детермінованого сигналу; $\Phi(x)$ — інтегральна функція розподілу гауссівської випадкової величини.

Для ситуації, коли вибірка $x_1, \ldots, x_n$ належить до суміші полігауссівської завади (одночасна дія гауссівської та імпульсної завад) з незалежними відліками і детермінованого сигналу, багатовимірна щільність розподілу ймовірностей набуде вигляду:

$$f(x_1,\ldots,x_n,b)=\frac{(1-p)}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}e^{\frac{-\sum_{i=1}^{n}(x_i-b_i\cdot S_i)^2}{2\sigma^2}}+$$
$$+\frac{p}{\sqrt{2\pi\sigma_ç^2}}e^{\frac{-\sum_{i=1}^{n}(x_i-b_i\cdot S_i-U)^2}{2\sigma^2}}.$$

Тут p — імовірність дії імпульсної завади; b — параметр, який характеризує співвідношення сигнал–завада; σ^2 — дисперсія гауссівської завади; S_i — значення детермінованого сигналу; U — амплітуда імпульсної завади.

Функція рангів при одночасній дії гауссівської та імпульсної завад буде мати такий вигляд:

$$a_m(R_i,f)=\frac{mS_i}{\sqrt{2\pi}}\times$$
$$\times C_{R_i-1}^{m-1}\int_{-\infty}^{\infty}\left(p(x-U)e^{-\frac{(x-U)^2}{2}}+(1-p)xe^{-\frac{x^2}{2}}\right)\times$$
$$\times F(x)^{R_i-1}[1-F(x)]^{m-R_i}\,dx,$$

де p — імовірність дії імпульсної завади; U — амплітуда імпульсної завади; $F(x)$ — функція розподілу полігауссівської завади.

Для розрахунку порогу виявлення $V_р$, що забезпечує потрібну ймовірність хибної тривоги α, можна скористатися центральною граничною теоремою теорії ймовірностей, яка дозволяє у разі великих n і m апроксимувати розподіл статистики (6) гауссівським законом. Тоді поріг прийняття рішення визначається за виразом:

$$V_р=m_1\{\lambda\}+A_{1-\alpha}\sqrt{\mu_2\{\lambda\}}.$$

Тут $m_1\{\lambda\}$ — математичне сподівання перевірної статистики; $A_{1-\alpha}$ — квантиль нормованого гауссівського розподілу рівня (1-α); $\mu_2\{\lambda\}$ — дисперсія перевірної статистики.

Результати досліджень

За допомогою системи автоматизованого проектування MathCad було проведено комп'ютерне моделювання роботи ЛО рангового алгоритму виявлення детермінованого сигналу при дії гауссівської та імпульсної завад.

Дане моделювання дало змогу отримати характеристики виявлення, за допомогою яких вдалося проаналізувати ефективність та стійкість алгоритму.

При дослідженні ефективності характеристики виявлення розробленого алгоритму порівнювалися з відповідними характеристиками класичного параметричного виявника (алгоритм виявлення, який заснований на порівнянні суми відліків суміші сигналу та завади з порогом). Ефективнішим є той алгоритм, у якого вища ймовірність правильного виявлення при меншому відношенні сигнал–завада за сталого рівня хибних тривог.

Проаналізувавши отримані характеристики виявлення, було встановлено, що класичний параметричний накопичувач відліків є ефективнішим виявником при дії гауссівської завади, ніж ЛО ранговий алгоритм (рис. 2).

Це пояснюється тим, що він є оптимальним для даного класу завад, оскільки синтезований при повній апріорній визначеності.

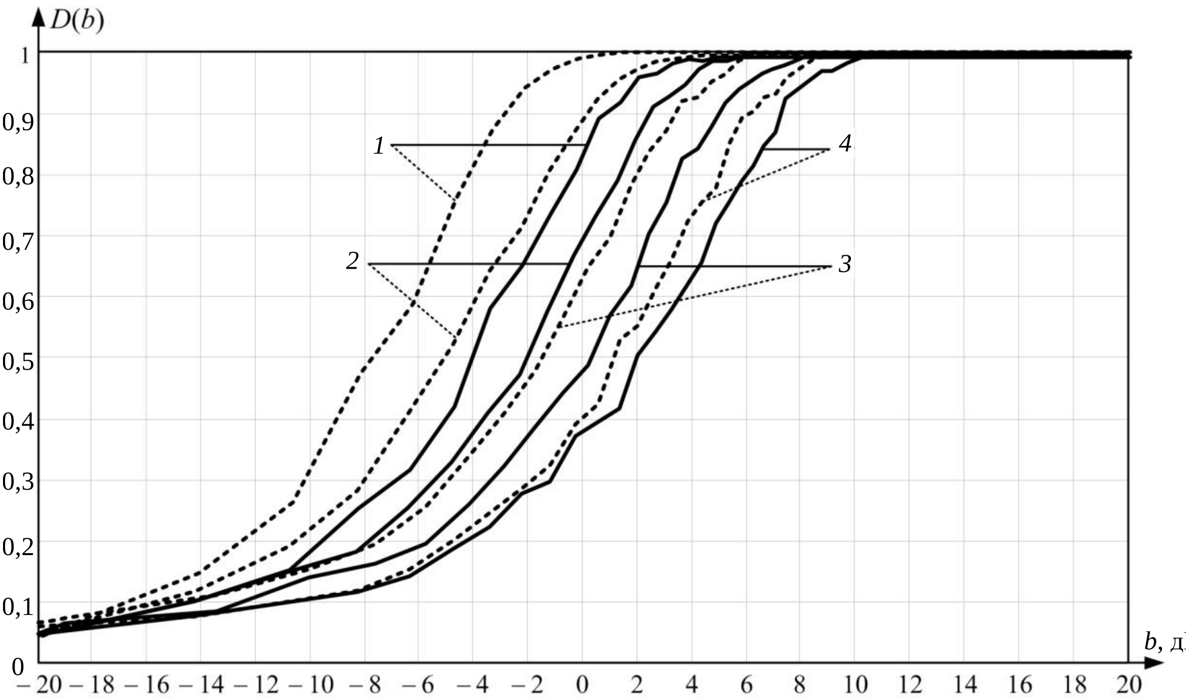

Рис. 2. Характеристики виявлення ЛО рангового (суцільні лінії) та параметричного (пунктирні лінії) алгоритмів при дії гауссівської завади при $m = 16$: *1* — $n = 16$; *2* — $n = 8$; *3* — $n = 4$; *4* — $n = 2$

У разі дії гауссівської завади для значень вибірки $n = 16$ значення порогового сигналу (значення співвідношення сигнал–завада при ймовірності правильного виявлення 0,9 для встановленого рівня хибних тривог, який при моделюванні становив 0,05) параметричного алгоритму дорівнює –3 дБ (рис. 2), а для ЛО рангового становить 0,5 дБ при значенні навчальної (завадової) вибірки $m = 16$. У разі збільшенні кількості вибірки суміші сигналу і завади (параметр n) ефективність обох алгоритмів зростає. При збільшенні кількості відліків навчальної вибірки (параметр m) ефективність зростає лише в ЛО рангового алгоритму, оскільки параметричний накопичувач не використовує навчальну вибірку.

Характеристики виявлення ЛО рангового виявника детермінованого сигналу при дії негауссівської завади наведено на рис. 3.

Негауссівська завада в даному випадку характеризується полігауссівським розподілом імовірностей, тобто завадова ситуація являє собою одночасну дію гауссівської та імпульсної завад.

Наведені характеристики виявлення отримані для параметрів імпульсної завади $p = 0{,}1$ та $U = 10$, тобто характеризуються значною ймовірністю дії та інтенсивністю (амплітуда імпульсу в 10 разів вища ніж середньоквадратичне відхилення гауссівської завади).

Отримані характеристики виявлення показують, що при дії негауссівських завад ЛО ранговий алгоритм виявився ефективнішим, ніж параметричний виявник. Так при визначених моделлю параметрах негауссівської завади для значень вибірки $n = 16$ значення порогового сигналу для параметричного виявника становить 6,8 дБ, а для ЛО рангового це значення при $m = 16$ становило 2,2 дБ.

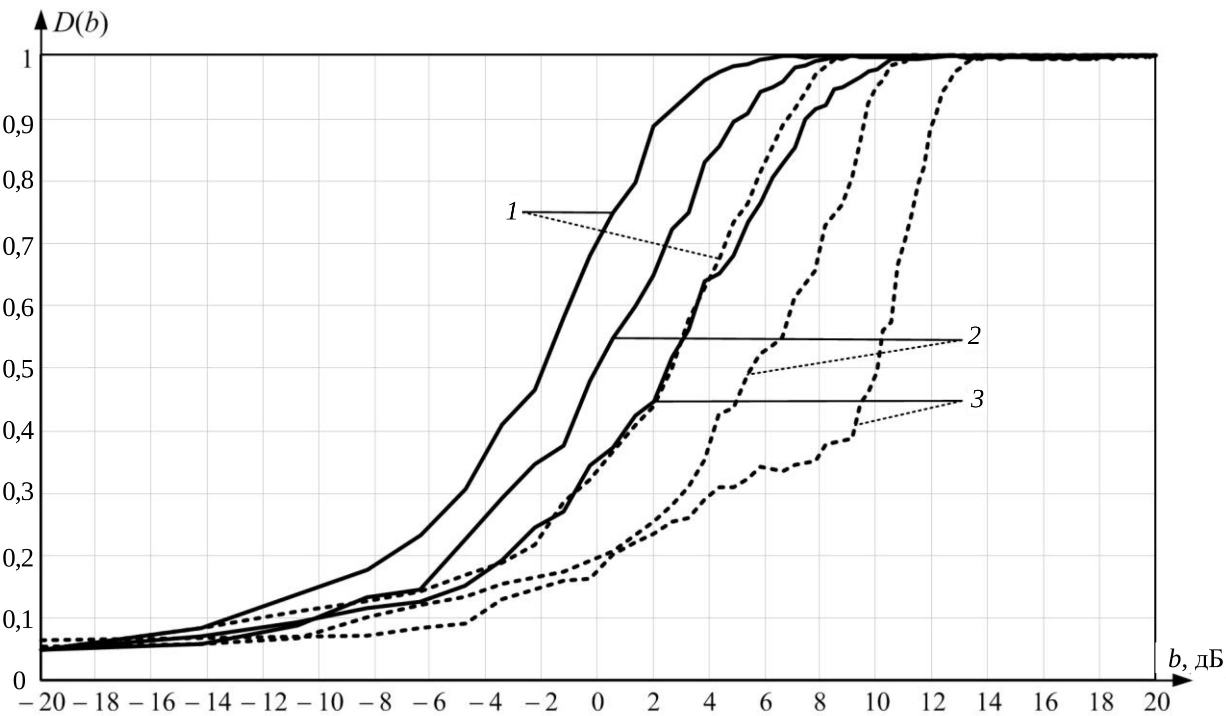

Рис. 3. Характеристики виявлення ЛО рангового (суцільні лінії) та параметричного (пунктирні лінії) алгоритмів при дії гауссівської завади та імпульсу з параметрами $U = 10$, $p = 0{,}1$ при $m = 16$: *1* — $n = 16$; *2* — $n = 8$; *3* — $n = 4$

Моделювання показало, що зі збільшенням значень m та n ефективність ЛО рангового алгоритму зростає. Але слід зазначити, що ці значення необхідно вибирати, виходячи з показників ефективності, які необхідно забезпечити під час проектування реальних систем. Адже зі збільшенням кількості вибірок підвищуються вимоги до обчислювальної потужності систем, які повинні забезпечити достатню швидкість виявлення.

Рекомендовані мінімальні значення становлять $m \geq 3$ та $n + m \geq 20$ і повинні забезпечувати нормальність розподілу перевірної статистики.

Слід також зауважити, що ЛО ранговий алгоритм виявлення завжди забезпечує заданий рівень хибної тривоги. Це пояснюється тим, що рангові критерії забезпечують незалежність імовірності хибної тривоги від форми закону розподілу завад. Під поняттям стійкості алгоритму до зміни завадової ситуації в даній роботі розумілося значення зменшення ефективності виявлення при зміні закону розподілу завади з гауссівського на негауссівський (рис. 4).

Дослідження стійкості алгоритмів показало, що для вибраних параметрів алгоритмів та завади, ЛО ранговий виявник більш стійкий до дії імпульсної завади, ніж параметричний.

З характеристик виявлення, наведених на рис. 4, випливає, що значення порогового сигналу параметричного виявника підвищилося на 9,8 дБ, а ЛО рангового — лише на 1,7 дБ. Тобто ефективність виявлення ЛО рангового виявника, на відміну від параметричного виявника, знизилася не набагато. Це означає, що він є більш стійким до зміни завадової ситуації.

Висновки

1. Запропонований та розвинений новий підхід до синтезу алгоритмів виявлення сигналів дає можливість вирішити актуальну науково-технічну проблему в галузі статистичних методів обробки радіолокаційної інформації, а саме підвищити ефективність та стійкість систем виявлення сигналів в умовах непараметричної апріорної невизначеності завадової ситуації.

2. Розглянута концепція локальної оптимальності дала змогу розробити новий ЛО ранговий алгоритм виявлення детермінованого сигналу на тлі різних завад.

3. Проведений аналіз отриманих характеристик виявлення довів ефективність та стійкість ЛО рангового алгоритму до дії імпульсної завади.

4. Застосування в розробленому алгоритмі виявлення радіолокаційних сигналів саме рангових процедур дозволяє завжди забезпечувати заданий рівень хибних тривог.

5. Розроблений ЛО ранговий виявник дасть змогу проектувати та модернізувати радіолокаційну й радіонавігаційну апаратуру, яка буде стабільно функціонувати в широкому розмаїтті завад. Застосування запропонованого алгоритму сприятиме підвищенню ефективності та якості систем цифрової обробки інформації в умовах апріорної невизначеності сигнально-завадової ситуації.

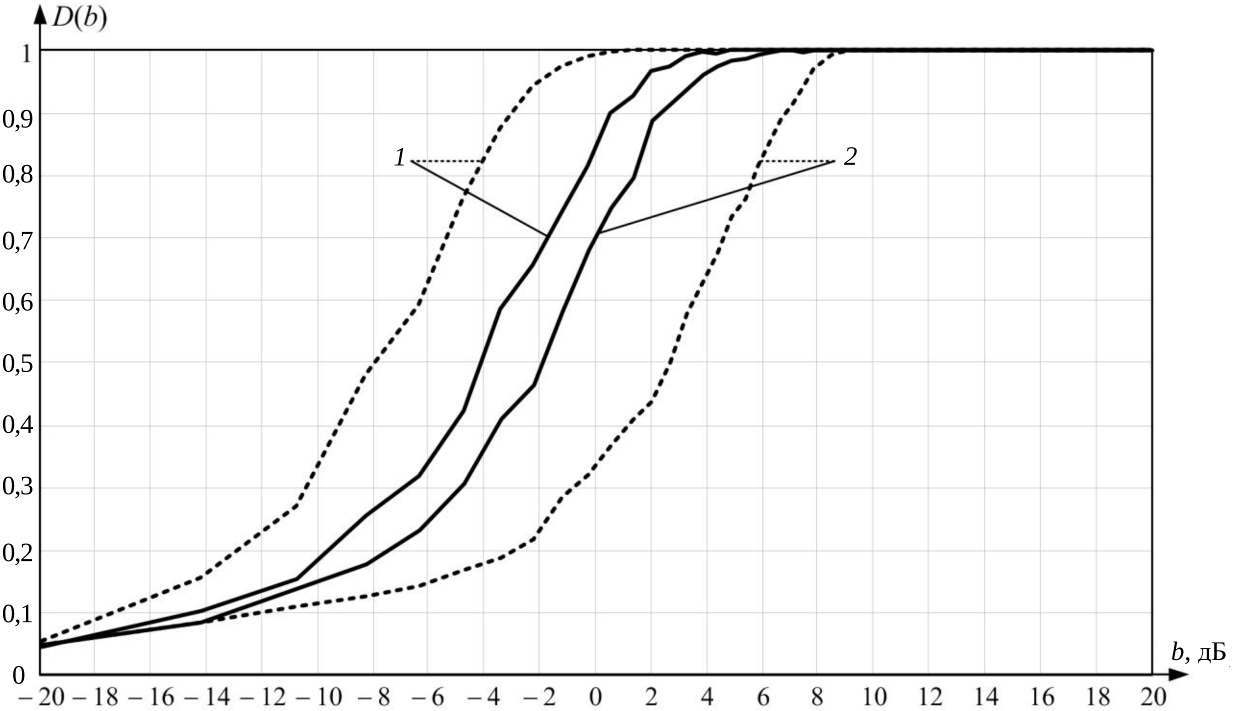

Рис. 4. Характеристики виявлення ЛО рангового (суцільні лінії) та параметричного (пунктирні лінії) алгоритмів при n = 16, m = 16: *1* — при дії гауссівської завади; *2* — при дії гауссівської завади та імпульсу з параметрами U = 10, p = 0,1

ЛІТЕРАТУРА

1. *Прокопенко І. Г.* Статистична обробка сигналів: навч. посіб. / І. Г. Прокопенко. — К. : НАУ, 2011. — 220 с.

2. *Обнаружение* радиосигналов / П. С. Акимов, Ф. Ф. Евстратов, С. И. Захаров [и др.]; под ред. А. А. Колосова. — М. : Радио и связь, 1989. — 288 с.

3. *Левин Б. Р.* Теоретические основы статистической радиотехники / Б. Р. Левин / 3-е изд. перераб. и дополн. — М. : Радио и связь, 1989. — 656 с.

4. *Шметтерер Л.* Введение в математическую статистику / Л. Шметтерер; пер. с нем.; под ред. Ю. В. Линника. — М. : Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1976. — 520 с.

Стаття надійшла до редакції 27.02.13.