

DOI: 10.18372/2310-5461.65.19930
УДК 621. 396.69

В. О. Фесенко

Державне підприємство «Науково-дослідний інститут
технологій кібербезпеки та захисту інформації»
orcid.org/0000-0002-8933-9291
e-mail: fes_vlad@ukr.net;

Д. В. Козловська,

Державний університет «Київський авіаційний інститут»
orcid.org/0009-0004-6223-0319
e-mail: vvkzeos@gmail.com;

Н. С. Вишневська

Державний університет «Київський авіаційний інститут»
orcid.org/0000-0002-1358-467X
e-mail: nsvyshnevskaya@gmail.com

МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ МАТРИЦІ ОПОРІВ ЛІНІЇ ЗІ ЗМІННИМ ПО ДОВЖИНІ ХВИЛЬОВИМ ОПОРОМ

Вступ

Сучасний розвиток НВЧ-пристроїв вимагає врахування складних фізичних процесів в однорідних лініях передачі, в тому числі зі змінним хвильовим опором. Традиційні методи аналізу та проектування переважно засновані на використанні однорідних відрізків ліній передачі, що суттєво обмежує їх використання для пристроїв з удосконаленими характеристиками. Проблема математичного визначення параметрів неоднорідних ліній у загальному вигляді обмежують можливості створення нових НВЧ-вузлів із підвищеною ефективністю. Враховуючи вище викладене, розробка методів наближеного аналізу матриці опорів та провідностей для лінійної передачі є актуальною задачею.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Дослідження НВЧ-технологій зазвичай зосереджуються на аналізі та оптимізації властивостей гетерогенних ліній передачі. Різні підходи до моделювання та проектування для цих систем детально описані в роботах [1–5], що включають методи чисельного аналізу та реалізацію апроксимаційних моделей. Роботи [6–8] спираються на сегментування рівномірної лінії на короткі однорідні сегменти, спрощуючи задачу сукупності найпростіших ударів. Ці підходи потребують складних обчислень.

Дослідження використання рівня Ріккати для аналізу неоднорідних ліній передачі проведено в роботах [9–11]. Визначено, що точні рішення на цьому рівні досяжні лише в задачах вищого класу, що потребує наближених методів для загальних

випадків. В роботах [12–14] запропоновано, варіаційні методи або розклад в ряд, однак вони потребують значного обчислювального ресурсу.

Досліджуючи існуючі методи аналізу однорідних ліній передачі, виявлено їх обмеженість у випадку складних залежностей хвильового опору. Розбиття лінії на короткі однорідні сегменти дозволяє отримати наближені розв'язки, то такий підхід потребує значних обчислювальних ресурсів.

У даній роботі пропонується метод наближеного розв'язання рівня Ріккати, який дозволяє отримати компактні аналітичні вирази для елементів матриці опорів і провідностей неоднорідних ліній передачі. На відміну від існуючих підходів, метод не потребує розбиття лінії на короткі однорідні сегменти та може застосовуватися до широкого класу завдань, зокрема до аналізу НВЧ-пристроїв із нерегулярними поглинальними покриттями.

Постановка проблеми

У даній роботі пропонується метод наближеного розв'язання рівня Ріккати, який дозволяє отримати компактні аналітичні вирази для елементів матриці опорів і провідностей неоднорідних ліній передачі. На відміну від існуючих підходів, метод не потребує розбиття лінії на короткі однорідні сегменти та може застосовуватися до широкого класу завдань, зокрема до аналізу НВЧ-пристроїв із нерегулярними поглинальними покриттями.

Мета статті

Метою роботи є розробка та обґрунтування методу наближеного визначення матриці опорів для неоднорідних ліній передачі зі змінним хвильовим опором вздовж їх довжини, застосовуючи рівняння Ріккати. Запропонований підхід дає змогу

отримувати стислі аналітичні вирази без необхідності розбиття лінії на однорідні сегменти, що значно спрощує аналіз НВЧ-пристроїв, особливо ті, що мають з нерегулярні поглинальні структури.

Виклад основного матеріалу

При проектуванні пристроїв НВЧ на основі ліній передачі широко використовуються різні системи параметрів [1–10]: ланцюгові параметри, матриці опорів, провідності, різні типи хвильових матриць, які відомі як лінії з постійним хвильовим опором. Тому існуючі методи проектування вузлів НВЧ орієнтовані в основному на пристрої, що складаються з однорідних відрізків ліній передачі.

При використанні ліній зі змінним хвильовим опором виникають труднощі в математичному визначенні будь-якої матриці, що перешкоджає створенню пристроїв НВЧ із покращеними електричними характеристиками. Причиною цього є неможливість отримання точного розв'язку телеграфних рівнянь для ліній із довільною залежністю хвильового опору від довжини.

Для визначення матриці опорів неоднорідних ліній пропонується спосіб, що ґрунтується на наближеному поданні рішення рівняння Ріккати щодо вхідного опору.

Як відомо [1], вхідний опір лінії задовольняє рівняння Ріккати (1)

$$Z'_{\text{вх}}(\tau) - p \frac{Z_{\text{вх}}^2(\tau)}{Z_{\text{в}}(\tau)} + p Z_{\text{в}}(\tau) = 0, \quad (1)$$

де знак «штрих» позначає диференціювання за час затримки τ , p – комплексна частотна змінна, $Z_{\text{в}}$ – хвильовий опір. У загальному випадку розв'язання рівня Ріккати в замкненому вигляді отримати неможливо. На даний час знайдено лише обмежену кількість випадків, коли є можливість отримати точний розв'язок [11]. Ця обставина сильно ускладнює аналіз поглинаючих покриттів, розподілені параметри, яких змінюються за товщиною (нерегулярні покриття). У цій статті наведено формули для елементів матриці опорів нерегулярних ліній, які справедливі для вільного закону зміни хвильового опору.

Позначимо через $Z = Z_{\text{вх}}/Z_{\text{в}}$ нормований поверхневий опір. Тоді диференціальне рівняння (1) набуде наступного вигляду:

$$Z' + 2NZ - pZ^2 + p = 0, \quad N = Z_{\text{в}}'/(2Z_{\text{в}}). \quad (2)$$

Позначаючи нормований поверхневий опір через $Z_{\text{вх}}$, будемо шукати розв'язок для $Z_{\text{вх}}$ у вигляді (3):

$$Z_{\text{вх}} = Z + \frac{1}{\psi}. \quad (3)$$

Підставляючи цей вираз (3) у (2), отримуємо рівняння (4):

$$Z' + \frac{Z_{\text{в}}'}{Z_{\text{в}}}Z - pZ^2 + p - \frac{\psi'}{\psi} + \frac{Z_{\text{в}}'}{Z_{\text{в}}}\frac{1}{\psi} - \frac{2pZ}{\psi} - \frac{p}{\psi^2} = 0. \quad (4)$$

Враховуючи, що $Z_{\text{вх}}$ задовольняє рівнянню (2), та спростивши вираз (4), отримуємо рівняння функції ψ і записати у вигляді (5):

$$\psi' - \frac{Z_{\text{в}}'}{Z_{\text{в}}}\psi + 2pZ\psi + p = 0. \quad (5)$$

Рішенням однорідного рівняння з змінними, що розділяються (2)

$$\psi' - \frac{Z_{\text{в}}'}{Z_{\text{в}}}\psi + 2pZ\psi = 0.$$

є функція:

$$\psi = CZ_{\text{в}} e^{-2p \int_{t_3}^{\tau} Z dy},$$

де t_3 — час затримки лінії.

Диференціюючи цей вираз та підставивши значення ψ , ψ' у рівняння для ψ , отримуємо диференціальне рівняння для C :

$$C' = -\frac{p}{Z_{\text{в}}} e^{-2p \int_{t_3}^{\tau} Z dy},$$

Звідси:

$$C = p e \int_{\tau}^{t_3} \frac{1}{Z_{\text{в}}} e^{-2p \int_y^{t_3} Z dx} dy + C_1,$$

де C_1 — постійна інтегрування.

Таким чином, розв'язок для вхідного опору наведено у формулі (6) і матиме вигляд:

$$Z_{\text{вх}} = Z + \frac{e^{2p \int_{t_3}^{\tau} Z dy}}{\left[C_1 - p \int_{t_3}^{\tau} \frac{1}{Z_{\text{в}}(y)} e^{2p \int_y^{t_3} Z dx} dy \right] Z_{\text{в}}(\tau)} \quad (6)$$

Постійну інтегрування C_1 винайдемо з умови, що в перерізі $\tau = t_3$ лінія навантажена на опір $Z(t_3) = Z_H$ задається виразом (7).

Тоді:

$$C_1 = \frac{1}{Z_B(t_3)[Z_H - Z(t_3)]}. \quad (7)$$

Якщо іншим чином розставити межі інтегрування, то розв'язок (6) можна записати в іншому вигляді:

$$Z_{BX} = Z + \frac{e^{2p \int_0^{\tau} Z dy}}{C_1 + p \int_{\tau}^{t_3} \frac{1}{Z_B(y)} e^{2p \int_0^y Z dx} dy} Z_B(\tau). \quad (8)$$

При цьому константа інтегрування має вигляд (9):

$$C_1 = \frac{e^{2p \int_0^{t_3} Z dy}}{Z_B(t_3)[Z_H - Z(t_3)]}. \quad (9)$$

Якщо перейти до ненормованих величин, то вирази (8), (9) набувають вигляду (10), (11):

$$Z_{BX} = z + \frac{e^{2p \int_0^{\tau} \frac{z}{Z_B} dy}}{C_1 + p \int_{\tau}^{t_3} \frac{1}{Z_B} e^{2p \int_0^y \frac{z}{Z_B} dx} dy} Z_B(\tau). \quad (10)$$

$$C_1 = \frac{e^{2p \int_0^{t_3} \frac{z}{Z_B} dy}}{Z_H - z(t_3)}. \quad (11)$$

Виразимо елементи матриці опорів шару покриття через частку рішення рівняння (1), тобто через z . Для цього скористаємося виразом (10). Для знаходження елемента Z_{11} у виразі (11) припустимо $Z_H = \infty$ та вважатимемо, що початок лінії знаходиться в перерізі $\tau = 0$. Тоді з формули (10) випливає, що елемент матриці опорів:

$$Z_{11} = z(0) + \frac{1}{p \int_0^{t_3} \frac{1}{Z_B} e^{2p \int_0^y \frac{z}{Z_B} dx} dy}. \quad (12)$$

Припускаючи $z_H = 0$, знаходимо вхідний опір замкненої лінії:

$$Z_{K3} = z(0) + \frac{1}{-\frac{1}{z(t_3)} e^{2p \int_0^{t_3} \frac{z}{Z_B} dx} + p \int_0^{t_3} \frac{1}{Z_B} e^{2p \int_0^y \frac{z}{Z_B} dx} dy}. \quad (13)$$

Використовуючи вирази (12) та (13), можна знайти інші елементи матриці опорів. Припустимо, що $z_H = z(t_3)$. Тоді відповідно до (10) $z_{BX}(0) = z(0)$ і згідно до теорії чотирьохполюсників [1], маємо:

$$z_{K3} = Z_{11} - \frac{Z_{12}^2}{Z_{22}}, \quad z(0) = Z_{11} - \frac{Z_{12}^2}{Z_{22} + z(t_3)}. \quad (14)$$

З виразів (14) отримуємо:

$$Z_{22} = \frac{z(t_3)[Z_{11} - z(0)]}{z(0) - z_{K3}}, \quad Z_{12}^2 = Z_{21}^2 = Z_{22}(Z_{11} - z_{K3}). \quad (15)$$

Враховуючи вище викладене, за відомим частковим розв'язком $z(\tau)$ за формулами (12)–(15) можна визначити всі елементи матриці опорів діелектричного шару.

Як приклад розглянемо діелектричний шар зі сталим хвильовим опором Z_B . Тоді, враховуючи, що частковий розв'язок рівня Ріккати (1) дорівнює $z(\tau) = Z_B$, згідно з формулою (12) знайдемо елемент матриці опорів:

$$Z_{11} = Z_B + \frac{1}{p \int_0^{t_3} \frac{1}{Z_B} e^{2p \int_0^y \frac{z}{Z_B} dx} dy} = Z_B + \frac{1}{\frac{1}{2Z_B} (e^{2pt_3} - 1)} = Z_B \frac{e^{2pt_3} + 1}{e^{2pt_3} - 1} = Z_B \text{cth} pt_3. \quad (16)$$

Далі визначимо елементи матриці опорів за формулою (17):

$$z_{K3} = Z_B \text{th} pt_3, \quad Z_{12} = \frac{Z_B}{\text{sh} pt_3}, \quad Z_{22} = Z_{11}. \quad (17)$$

Як зазначалося вище, знайти точне часткове розв'язання у загальному випадку неможливо. Тому отримуємо вирази для елементів матриці опорів за умови, що частковий розв'язок рівня Ріккати є наближеним. Розглянемо область частот, в якій першою похідною поверхневого опору в рівнянні Ріккати (1) можна знехтувати, тобто вважаємо, що дотримується нерівність (18)

$$|z'_{BX}| \ll \left| p \frac{z_{BX}^2}{Z_B} - p Z_B \right|. \quad (18)$$

Можемо побачити, що дана нерівність завжди виконується на достатньо великих частотах. У цьому випадку рівняння (1) набуде вигляду:

$$-p \frac{Z_{\text{BX}}^2(\tau)}{Z_{\text{B}}(\tau)} + p Z_{\text{B}}(\tau) = 0, \quad (19)$$

розв'язок якого є хвильовий опір:

$$z(\tau) = Z_{\text{B}}(\tau). \quad (20)$$

Підставивши вираз (20) у формули для елементів матриці опорів (12), (13), (15) отримаємо наближені формули для елементів матриці опорів неоднорідної лінії. Елемент Z_{11} визначається як:

$$Z_{11} = Z_{\text{B}}(0) + \frac{1}{A(p)}. \quad (21)$$

Елементи Z_{12} та Z_{21} (які рівні між собою) описується формулою (21):

$$Z_{12}^2 = Z_{21}^2 = \frac{e^{2pt_3}}{A^2(p)}. \quad (22)$$

Визначимо опір короткозамкненої лінії за формулою:

$$Z_{\text{KЗ}} = Z_{\text{B}}(0) + \frac{1}{A(p) - \frac{e^{2pt_3}}{Z_{\text{B}}(t_3)}}, \quad (23)$$

де інтегральна функція $A(p)$ задається як:

$$A(p) = p \int_0^{t_3} \frac{1}{Z_{\text{B}}(y)} e^{2py} dy, \quad (24)$$

та визначається виразом (25):

$$Z_{22} = Z_{\text{B}}(t_3) \frac{\frac{e^{2pt_3}}{Z_{\text{B}}(t_3)} - A(p)}{A(p)}. \quad (25)$$

Отримані формули (21)-(25) дозволяють безпосередньо по заданому хвильовому опорі знайти елементи матриці опорів.

Аналогічні формули можна отримати також для елементів матриці провідностей. Рівняння щодо провідності легко одержати з рівняння (1). Враховуючи, що опір і провідність пов'язані між собою співвідношенням $z_{\text{BX}} = 1/y_{\text{BX}}$ з рівняння (1) знаходимо рівняння відносно провідності:

$$y'_{\text{BX}} - p Z_{\text{B}} y_{\text{BX}}^2 + \frac{p}{Z_{\text{B}}} = 0. \quad (26)$$

Можна помітити, що рівняння (1) при заміні Z_{B} на $1/Z_{\text{B}}$ переходить у рівняння (26). Отже, загальний розв'язок рівня (26) отримуємо з виразу (10) заміною Z_{B} на $1/Z_{\text{B}}$ а саме:

$$y_{\text{BX}} = y + \frac{e^{2p \int_0^{\tau} Z_{\text{B}} y dx}}{C_1 + p \int_{\tau}^{t_3} Z_{\text{B}} e^{2p \int_0^x Z_{\text{B}} y dx} dx}. \quad (27)$$

Постійну інтегрування C_1 опишемо виразом (28):

$$C_1 = \frac{e^{2p \int_0^{t_3} Z_{\text{B}} y dx}}{y_{\text{H}} - y(t_3)}, \quad (28)$$

де $y(\tau)$ – частний розв'язок рівняння (26).

Щоб знайти елемент Y_{11} матриці провідностей, треба у формулі (27) припустити, тобто маємо граничну умову таку ж, як і при визначенні елемента Z_{11} . Отже, замінивши в (12) Z_{B} на $1/Z_{\text{B}}$, отримаємо

$$Y_{11} = y(0) + \frac{1}{p \int_0^{t_3} Z_{\text{B}} e^{2p \int_0^x Z_{\text{B}} y dx} dx}. \quad (29)$$

Аналогічно знаходимо провідність при розімкнутій на кінці лінії:

$$y_{\text{xx}} = y(0) + \frac{1}{-\frac{1}{y(t_3)} e^{2p \int_0^{t_3} Z_{\text{B}} y dx} + p \int_0^{t_3} Z_{\text{B}} e^{2p \int_0^x Z_{\text{B}} y dx} dx}. \quad (30)$$

та інші елементи матриці провідності опишемо співвідношеннями:

$$Y_{22} = \frac{y(t_3)[Y_{11} - y(0)]}{y(0) - y_{\text{xx}}}, \quad (31)$$

$$Y_{12}^2 = Y_{21}^2 = Y_{22}(Y_{11} - y_{\text{xx}}), \quad (32)$$

Формули першого наближення тепер набудуть вигляду:

$$Y_{11} = \frac{1}{Z_{\text{B}}(0)} + \frac{1}{A(p)}, \quad (33)$$

$$Y_{12}^2 = Y_{21}^2 = \frac{e^{2pt_3}}{A^2(p)}, \quad (34)$$

$$Y_{22} = \frac{1}{Z_{\text{B}}(t_3)} \frac{Z_{\text{B}}(t_3) e^{2pt_3} - A(p)}{A(p)}, \quad (35)$$

де інтегральна функція визначається як:

$$A(p) = p \int_0^{t_3} Z_{\text{B}} e^{2px} dx. \quad (36)$$

З формули для загального розв'язку (10), (27) випливає таке, якщо лінія з хвильовим опором $Z_B(\tau)$ має матрицю опорів $[Z]$, то лінія з хвильовим супротивом $Z_{B1}(\tau) = 1/Z_B(\tau)$ має матрицю провідності $[Y]$, причому:

$$\begin{aligned} Y_{11} &= Z_{11}, \quad Y_{22} = Z_{22}, \\ Y_{12} &= Y_{21} = -Z_{12} = -Z_{21}. \end{aligned}$$

Наявність знаку «мінус» при передавальній провідності спричинена зустрічним напрямком струмів та напруги на різних затискачах чотириполюсника.

З отриманих виразів елементів матриці опорів і провідності виходить, що у першому наближенні елементи цих матриць визначаються значенням інтеграла від поверхневого опору.

Практичний приклад застосування метода

Розглянемо діалектичний шар довжина якого t_3 і хвильовий опір змінюється за лінійним законом:

$$\frac{1}{Z_B(\tau)} = a + b\tau.$$

Враховуючи формулу (34) інтегральна функція $A(p)$ для такого профілю обчислюється як:

$$\frac{A(p)}{p} = \frac{a}{2p} \left(e^{2pt_3} - 1 \right) + b \left\{ e^{2pt_3} \left[\frac{t_3}{2p} - \frac{1}{4p^2} \right] + \frac{1}{4p^2} \right\}.$$

Підставивши розраховане значення $A(p)$ у формули для елементів матриці (21)–(25), можемо визначити електричні характеристики діалектичного шару.

Можемо бачити, що отримані результати моделюють поведінку діалектичного шару, як частини складного НВЧ-вузла. Даний приклад демонструє ефективність запропонованого методу для аналізу неоднорідних структур з довільним профілем хвильового опору.

Висновки

В роботі представлено метод наближеного розв'язання рівняння Ріккати що аналізує неоднорідні лінії передач, це дозволяє отримати аналітичні вирази для елементів матриць опорів і провідностей. Виведені узагальнені формули можуть бути застосовані для широкого класу неоднорідних ліній за довільним законом зміни хвильового опору, що розширює можливості їх аналізу та проектування. Досліджені граничні випадки, а саме для діелектричного шару зі сталим хвильовим опором, підтверджена ефективність запропонованого підходу, що дозволяє отримати компактні аналітичні вирази для елементів матриць. Встановлено, що у першому наближенні параметри неоднорідних ліній визначаються інтегралом

поверхневого опору, і як наслідок адаптація методу до широкого спектра неоднорідних структур. Даний підхід значно спрощує аналіз і проектування НВЧ-пристроїв із нерегулярними поглинальними покриттями, усуваючи необхідність чисельного інтегрування та забезпечуючи отримання результатів у явному вигляді. Отримані результати можуть бути використані в подальших дослідженнях з оптимізації НВЧ-пристроїв, аналізу неоднорідних середовищ та вдосконалення методів проектування електромагнітних систем.

ЛІТЕРАТУРА

- [1] Gupta K. S. Analysis and Design of Integrated Circuit Antenna Modules. Wiley, John and Sons, 2001. 478 p.
- [2] Mandal M. K., Velidi V. K., Bhattacharya A., Sanyal S. Miniaturized quadrature hybrid coupler using high impedance lines. *Microwave and Optical Technology Letters*. 2008. Vol. 50. P. 1135–1137. DOI: 10.1002/mop.23320.
- [3] Chen W.-L., Wang G.-M. Design of novel miniaturized fractal-shaped branch-line couplers. *Microwave and Optical Technology Letters*. 2008. Vol. 50. P. 1198–1201. DOI: 10.1002/mop.23316.
- [4] Khalaj-Amirhosseini M. To analyze the nonuniform transmission lines by cascading short linear sections. *Proceedings of the Int. Conf. on Information and Communication Technologies: From Theory to Application (ICTTA 2008)*, April 7–11, 2008, Damascus, Syria. IEEE, 2008. DOI: 10.1109/ICTTA.2008.4530269.
- [5] Khalaj-Amirhosseini M. Analysis of coupled or single nonuniform transmission lines using step-by-step numerical integration. *Progress in Electromagnetics Research (PIER)*. 2006. Vol. 58. P. 187–198. DOI: 10.2528/PIER05072803.
- [6] Khalaj-Amirhosseini M. Analysis of nonuniform transmission lines using Taylor's series expansion. *International Journal of RF and Microwave Computer-Aided Engineering*. 2006. Vol. 16, No. 5. P. 536–544. DOI: 10.1002/mmce.20173.
- [7] Devaney A. J. Mathematical Foundations of Imaging, Tomography and Wavefield Inversion. Cambridge: Cambridge University Press, 2012. DOI: 10.1017/CBO9781139047838.
- [8] Xiao G., Hu M. Nonuniform Transmission Line Model for Electromagnetic Radiation in Free Space. *Electronics*. 2023. Vol. 12. Art. 1355. DOI: 10.3390/electronics12061355.
- [9] Xiao G. Nonuniform Transmission Line Model. In: *Electromagnetic Sources and Electromagnetic Fields. Modern Antenna*. Singapore: Springer, 2024. DOI: 10.1007/978-981-99-9449-6_5.
- [10] Kong J. A. Electromagnetic Wave Theory. Cambridge: EMW Publishing, 2008.
- [11] Korn G. Handbook of Mathematics for Scientists and Engineers: Definitions, Theorems, Formulas. Book on Demand, 2014. 832 p.

Фесенко В. О., Козловська Д. В., Вишневська Н. С.
МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ МАТРИЦІ ОПОРІВ ЛІНІЇ ЗІ ЗМІННИМ ПО ДОВЖИНІ
ХВИЛЬОВИМ ОПОРОМ

У роботі досліджено неоднорідні лінії передачі в НВЧ-пристроях. Розглянуто основні проблеми, пов'язані з математичним визначенням параметрів таких ліній, зокрема зі складністю отримання точного розв'язку телеграфних рівнянь у загальному випадку. Запропоновано метод оснований на представленні розв'язку рівняння Ріккати у вигляді аналітичного наближення з урахуванням особливостей поверхневого опору. Виведені вирази що дозволяють безпосередньо визначати параметри неоднорідної лінії передачі, за рахунок чого спрощується аналіз складних електромагнітних процесів у НВЧ-пристроях. Також проведено дослідження граничних випадків, зокрема для діелектричного шару зі сталим хвильовим опором, що дозволяє отримати компактні аналітичні вирази для елементів матриць опорів і провідностей, це підтвердило ефективність запропонованого підходу. Отримано узагальнені формули, придатні для широкого класу неоднорідних ліній із довільним законом зміни хвильового опору.

Показано, що отримані наближені формули можуть бути застосовані до аналізу та проектування НВЧ-пристроїв із нерегулярними поглинальними покриттями. Запропонований підхід дозволяє отримувати результати в явному вигляді, що значно полегшує проектування НВЧ-вузлів із покращеними характеристиками. Встановлено, що у першому наближенні елементи матриць опорів і провідностей визначаються значенням інтеграла поверхневого опору, що дає можливість адаптувати метод до широкого класу неоднорідних структур.

Ключові слова: НВЧ; опір; матриця; Ріккати; лінія; передача; розрахунок; неоднорідність; змінність; метод.

Fesenko V., Kozlovskaya D., Vyshnevskaya N.
METHOD FOR DETERMINING THE IMPEDANCE MATRIX OF A LINE WITH WAVE
IMPEDANCE VARYING ALONG ITS LENGTH

The paper investigates inhomogeneous transmission lines in microwave (MW) devices. The main challenges associated with the mathematical determination of such lines' parameters are analyzed, particularly the difficulty of obtaining an exact solution to the telegraph equations in the general case. A method is proposed based on representing the solution of the Riccati equation as an analytical approximation, taking into account the characteristics of surface impedance. The derived expressions enable the direct determination of inhomogeneous transmission line parameters, simplifying the analysis of complex electromagnetic processes in MW devices.

Additionally, a study of limiting cases is conducted, particularly for a dielectric layer with constant wave impedance, allowing the derivation of compact analytical expressions for the elements of impedance and admittance matrices, confirming the efficiency of the proposed approach. Generalized formulas are obtained that are applicable to a wide range of inhomogeneous lines with arbitrary wave impedance variations.

It is demonstrated that the derived approximate formulas can be applied to the analysis and design of MW devices with irregular absorbing coatings. The proposed approach yields explicit analytical results, significantly simplifying the design of MW components with enhanced characteristics. It is established that, in the first approximation, the elements of the impedance and admittance matrices are determined by the integral of the surface impedance, making it possible to adapt the method to a broad class of inhomogeneous structures.

Keywords: microwave; impedance; matrix; Riccati; line; transmission; calculation; nonuniformity; variability; method.

Стаття надійшла до редакції 30.01.2025 р.
Прийнято до друку 16.04.2025 р.