DOI: 10.18372/2310-5461.46.14814

УДК 004:519.766.4(045)

А. С. Савченко, канд. техн. наук, доц.
Національний авіаційний університет
orcid.org//0000-0001-8205-8852
e-mail: alina@inet.ua;

І. В. Чуба, канд. техн. наук
Національний авіаційний університет
orcid.org/ 0000-0003-3336-5105
e-mail: irishachuba@gmail.com;

О. С. Охремчук
Національний авіаційний університет
orcid.org/0000-0003-2239-0524
e-mail: eva_polskih@ukr.net;

МЕТОДИ ПРОГНОЗУВАННЯ ПОТОКІВ У КОМП'ЮТЕРНИХ МЕРЕЖАХ НА ОСНОВІ АПРОКСИМАЦІЇ ПАДЕ

Вступ

Успішна діяльність сучасного підприємства будь-якої галузі залежить від того, наскільки стабільна і продуктивна робота корпоративної комп'ютерної мережі.

Основне завдання мережі — ефективно обробляти потоки інформації, що циркулюють між співробітниками підприємства. Рішення поставленої задачі неможливе без створення і впровадження ефективних систем управління, що дозволяють підтримувати на заданому рівні мережеві ресурси, необхідні для надання якісних послуг.

Постановка завдання дослідження

Структуру системи управління великою корпоративною комп'ютерною мережею (або автономним сегментом), з використанням концепції «оптимального адміністратора», технології експертних систем, дворівневої еталонної моделі та блоку прогнозування стану мережі, запропоновано у праці [1].

На початковому етапі роботи зазначеної системи управління мережею відбувається пошук об'єктів у мережі, аналіз параметрів і структури автономних сегментів корпоративної комп'ютерної мережі. На основі отриманих результатів будується еталонна модель.

У процесі поточного функціонування системи управління виконується збір статистики (моніторинг) та ідентифікація стану комп'ютерної мережі. Дані про стан мережі передаються в дворівневу i-ту еталонну модель M_i, яка є ядром парціальної системи управління. Перший рівень відповідає за стан кожного елемента мережі окремо і прив'язаний до конкретного обладнання (маршрутизаторів, комутаторів, програмних комутаторів Softswitch, пограничним контролерам сесій SBC тощо) Другий (мереженезалежний) рівень відповідає за загальний стан мережі.

При зборі статистики враховуються розбіжності параметрів еталонної моделі і реального об'єкта, інформація про які надходить з деяким запізненням. Отримані дані вводяться в еталонну модель для поточної корекції (самонастроювання).

На основі вектора вихідних сигналів другого рівня еталонної моделі формується прогноз працездатності автономного сегмента мережі. Прогнозування базується на аналізі статистичних характеристик мережевих процесів.

Подальша обробка інформації здійснюється на основі концепції «оптимального адміністратора» і полягає у визначенні оптимальних управлінь та реалізації керуючих дій.

Таким чином, одним із центральних елементів системи управління мережею є компонент прогнозування стану мережі. Від адекватності та ефективності прогнозувальної моделі напряму залежить оптимальність вироблених управляючих дій. Отже, актуальним завданням є побудова прогнозувальної моделі.

Слід зазначити, що для процесів, які відбуваються у комп'ютерних мережах (наприклад, передача мережевого трафіку) характерна значна нестаціонарність. Особливістю трафіку комп'ютерних мереж є характерна значна неоднорідність, присутні значні викиди на фоні невеликого середнього значення [2].

Відповідно, для прогнозування на майбутні періоди, а при можливості — для попередження входження комп'ютерної мережі до перевантаженого стану, необхідні потужні статистичні методи моделювання.

Особливістю процесів у комп'ютерних мережах, що розглядаються, є саме їх раптовість, яка виникає через відсутність апріорної інформації. Адекватною моделлю для прогнозування процесів та потоків у мережах могла б слугувати модель типу спалаху «білого» шуму. Але внаслідок надширокої смуги такого процесу, він не дає практичних висновків для прийняття оперативних та коректних управлінських рішень.

Прагнення побудувати адекватну модель реальних процесів та необхідність підвищення якості прогнозів призводять до модифікацій уже існуючих моделей та до появи нових класів моделей. Слід також враховувати слабкі місця та обмеження вже існуючих моделей.

Мета статті — розробка методу прогнозування нестаціонарних часових рядів з використанням апроксимації Паде — потужного та точного методу оцінювання параметрів випадкових процесів. Визначення умов стійкості методу та вимог до чисельних алгоритмів знаходження апроксимацій Паде.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Дослідженню характеристик процесів та потоків у комп'ютерних мережах та математичним методам їх моделювання присвячені праці багатьох вітчизняних та зарубіжних учених. У працях [2; 3] висвітлено результати експериментального дослідження трафіку різних мереж та масштабів. Показано, що трафік є самоподібним зі значними викидами, інтенсивність яких напряму пов'язана з показником самоподібності — з параметром Херста. У праці [4] авторами запропоновано моделювання трафіку на основі диференціальних рівнянь коливних процесів. У праці [5] розглядаються результати експериментального дослідження методу активного управління чергами на інтерфейсах телекомунікаційних мереж. Експериментальне дослідження адекватності та оцінка ефективності методу з погляду основних показників якості обслуговування проводилося на базі лабораторії компанії Cisco Systems. У праці [6] запропоновано метод безпечної маршрутизації, що враховує параметри мультифрактальності трафіка.

Математичні моделі для процесів із раптовими змінами, як у комп'ютерних мережах, можуть будуватися, наприклад, на основі теорії викидів випадкових процесів [7] або методами теорії марковських процесів [8]. Однак ці теорії, при досить високому степеню абстракції рідко дають практичні результати, які можна було б застосовувати для досягнення реальних цілей та керування мережами.

Основні напрямки робіт вітчизняних та зарубіжних учених спрямовані на побудову адекватних математичних моделей часових рядів [9–11]. Ці моделі будуються з використанням результатів теорії системного аналізу та теорії конфлікту [12; 13].

Для прогнозування нестаціонарних процесів у більшості праць використовують регресійні моделі з урахуванням тренду різних видів [14; 15]. Однак при цьому не враховуються суттєві обмеження результатів прогнозування на основі тренду. Як тренд зазвичай беруть поліноміальну модель, але його проектування на великий термін в майбутнє буде, очевидно, небезпечним, оскільки рано чи пізно змінна повинна стабілізуватися, а ніякий поліном не може мати горизонтальної асимптоти. Крім того, виділення тренду і сезонної складової слід здійснювати за допомогою ітераційного процесу, що передбачає, переважно, дві оцінки кожного компонента. У результаті обсяг обчислень буде, як правило, значним навіть для швидкодіючих ЕОМ [10].

Поліном навіть високого ступеню не дає гарного прогнозу. У всякому разі, його можна використовувати в цій якості лише для прогнозування на незначний час (наприклад, декілька хвилин для комп'ютерної мережі).

Для прогнозування значень, розташованих на значному віддаленні (години), цей поліном збільшується, причому збільшується і його похідна. Відповідно, збільшується й похибка прогнозу [11].

Усунути вказані недоліки може дати можливість апроксимації дробово-раціональними функціями або так звана апроксимація Паде [16].

На відміну від поліноміальної апроксимації, при якій поліном не може мати горизонтальної асимптоти, раціональна апроксимація гарантовано прагне до горизонтальної асимптоти (при цьому, звичайно, усі полюси дробово-раціональної функції повинні лежати у лівій частині *p*-площини, тобто площини перетворення Лапласа).

Розглянемо особливості апроксимації Паде та можливості її застосування для моделювання та прогнозування часових рядів, які являють собою процеси та потоки в комп'ютерних мережах.

Відновлення функції по степеневому ряду за допомогою апроксимації Паде

Апроксимація Паде являє собою функцію у вигляді відношення двох поліномів. Використовуючи апроксимацію Паде за допомогою раціональної (точніше, дробово-раціональної) функції, можна позбутися обмежень, пов'язаних з розкладанням у ряд Тейлора.

Поки вважаємо функцію, що підлягає апроксимації, функцією дійсної змінної. Слідуючи Бейкеру [16], конкретизуємо коефіцієнти поліномів.

Очевидно, вони визначаються коефіцієнтами розкладання функції в ряд Тейлора. Таким чином, якщо задано розкладання в степеневий ряд вигляду

$$f\left(x\right)=c_0+c_1x+c_2x^2+\ldots=\sum_{i=0}^{\infty}c_ix^i , \qquad (1)$$

то апроксимація Паде є раціональною функцією вигляду

$$\frac{a_0+a_1x+\ldots+a_Lx^L}{b_0+b_1x+\ldots+b_Mx^M}, \qquad (2)$$

розкладання якої в ряд Тейлора співпадає з розкладанням (1).

Функція (2) має $L+1$ коефіцієнтів у чисельнику та $M+1$ коефіцієнтів у знаменнику. Увесь набір коефіцієнтів визначається з точністю до загального множника.

Для спрощення можна прийняти один з постійних членів (a_0 або b_0), що дорівнює одиниці, оскільки це не впливає на динамічні властивості процесу, який підлягає апроксимації.

Приймемо для визначеності $b_0=1$. Тоді матимемо $L+1$ вільних членів у чисельнику та M у знаменнику дробу (2), тобто $L+M+1$ вільних членів усього. Тоді коефіцієнти розкладання функції $\left[L/M\right]$ у ряд Тейлора при степенях $1,x,x^2,\ldots,x^{L+M}$ повинні співпадати з відповідними коефіцієнтами ряду (1). Звідси випливає очевидне співвідношення

$$\sum_{i=0}^{\infty}c_ix^i=\frac{a_0+a_1x+\ldots+a_Lx^L}{b_0+b_1x+\ldots+b_Mx^M}+O\left(x^{L+M+1}\right). \qquad (3)$$

Помножимо функцію (3) на знаменник дробу. Знаходимо, що

$$\begin{aligned}&\left(b_0+b_1x+\ldots+b_Mx^M\right)\sum_{i=0}^{\infty}c_ix^i=\\&=\left(b_0+b_1x+\ldots+b_Mx^M\right)\left(c_0+c_1x+c_2x^2+\ldots\right)=\\&=a_0+a_1x+\ldots+a_Lx^L+O\left(x^{L+M+1}\right).\end{aligned} \qquad (4)$$

Прирівнюючи коефіцієнти при

$$x^{L+1},x^{L+2},\ldots,x^{L+M},$$

отримаємо очевидні рівності

$$\begin{aligned}&b_Mc_{L-M+1}+b_{M-1}c_{L-M+2}+\ldots b_0c_{L+1}=0;\\&b_Mc_{L-M+2}+b_{M-1}c_{L-M+3}+\ldots b_0c_{L+2}=0;\\&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\&b_Mc_L+b_{M-1}c_{L+1}+\ldots b_0c_{L+M}=0.\end{aligned} \qquad (5)$$

Для узагальнення приймемо $c_j\equiv 0$ при $j<0$.

Нагадаємо, що за визначенням $b_0=1$. Тоді можна переписати рівності (5) у вигляді системи M лінійних рівнянь з M невідомими коефіцієнтами знаменника:

$$\begin{pmatrix}c_{L-M+1} & c_{L-M+2} & c_{L-M+3} & \cdots & c_L\\ c_{L-M+2} & c_{L-M+3} & c_{L-M+4} & \cdots & c_{L+1}\\ c_{L-M+3} & c_{L-M+4} & c_{L-M+5} & \cdots & c_{L+2}\\ . & . & . & & .\\ . & . & . & & .\\ . & . & . & & .\\ c_L & c_{L+1} & c_{L+2} & \cdots & c_{L+M-1}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}b_M\\ b_{M-1}\\ b_{M-2}\\ .\\ .\\ .\\ b_1\end{pmatrix}=-\begin{pmatrix}c_{L+1}\\ c_{L+2}\\ c_{L+3}\\ .\\ .\\ .\\ c_{L+M}\end{pmatrix}. \qquad (6)$$

Порівнюючи у формулі (4) коефіцієнти при однакових степенях x — $1,x,x^2,\ldots,x^L$, знайдемо коефіцієнти чисельника $a_0,a_1,\ldots,a_L$:

$$\begin{aligned}&a_0=c_0;\\&a_1=c_1+b_1c_0;\\&\vdots\\&a_L=c_L+\sum_{k=1}^{\min[L,M]}b_kc_{L-k}.\end{aligned} \qquad (7)$$

Як видно з виразу (7), у загальному випадку мінімальне число доданків у сумі $\sum_{k=1}^{\min[L,M]}b_kc_{L-k}$ обирається з пари $\left[L,M\right]$: якщо $L>M$, обирається число M, якщо $L<M$ — обирається число L.

Однак у задачі апроксимації є додаткові міркування по співвідношенню степенів L та M, які будуть розглянуті згодом.

Формули (6)–(7) являють собою пару рівнянь Паде. З цих рівнянь визначаються коефіцієнти чисельника та знаменника апроксимації Паде $[L/M]$, у тому випадку, коли система рівнянь (6) має стійке розв'язання.

Умови отримання стійкого розв'язання також розглядатимуться нижче.

Коефіцієнти членів ряду Тейлора, у який розкладається функція $f(x)$ по степеням $1, x, x^2, \ldots, x^{L+M}$, співпадають з відповідними коефіцієнтами ряду (1).

Якщо вважати функцію $f(z)$ аналітичною функцією, що визначається на всій площині комплексної змінної єдиним чином, цю функцію можна розповсюдити на комплексну область.

Нехай на відрізку $[x_1, x_2]$ дійсної осі X задана неперервна функція $f(x)$ дійсної змінної; тоді в деякій області $\wp$ комплексної площини, яка містить відрізок $[x_1, x_2]$ дійсної осі, може існувати лише одна аналітична функція $f(z)$ комплексної змінної z, що приймає дані значення $f(x)$ на відрізку $[x_1, x_2]$.

Функція $f(z)$ є аналітичним подовженням функції $f(x)$ дійсної змінної x в комплексну область $\wp$. При цьому матиме місце природний перехід від розкладання функції $f(x)$ у ряд Тейлора до розкладання функції $f(z)$ у ряд Лорана [17]:

$$f(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n (z - z_0)^n = \sum_{n=0}^{\infty} c_n (z - z_0)^n + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c_n}{(z - z_0)^n}, \quad (8)$$

де z_0 — фіксована точка z-площини.

Нехай ряд Лорана має кінцеве число m членів з негативними степенями. Тоді ізольована точка функції $f(z)$ є полюсом m-го порядку. За допомогою апроксимації Паде ряду Лорана $\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n (z - z_0)^n$ можна отримати наближення функції $f(z)$ з похибкою, що необмежено прагне до нуля, але тут виникають дві проблеми: побудова апроксимації Паде та її збіжності до функції, яка апроксимується.

Для побудови апроксимації Паде за виразами (6) та (7) треба мати коефіцієнти ряду (8) та алгоритм, який відповідає необхідним умовам. Проблему стійкості та збіжності отриманих рішень розглянуто нижче.

Аналіз збіжності апроксимації Паде та стійкості рішення

Як відомо, будь-який степеневий ряд має свою область збіжності — коло збіжності радіусом R. При $|z| < R$ ряд збігається, при $|z| < R$ — розбігається. Якщо $R \to \infty$, ряд являє собою функцію, аналітичну всюди в комплексній площині [17]. Значення функції в довільній точці z може бути наближено отримано безпосереднім сумуванням ряду, причому похибка наближення (апроксимації) при необмеженому збільшенні числа членів ряду монотонно прагне до нуля:

$$\varepsilon_{appr} = \left| f(z) - \sum_{k=-K}^{K} c_k z^k \right| \to 0 \text{ при } K \to \infty .$$

Якщо послідовність апроксимацій Паде формального степеневого ряду (8) збігається до функції $f(z)$ у колі збіжності R, $z \in R$, у практичних застосуваннях можна з упевненістю вважати, що ряд Лорана типу (8) відповідає функції $f(z)$. Якщо ряд Лорана збігається до функції $f(z)$ у колі $|z| < R$, $0 < R < \infty$, то теоретично послідовність апроксимацій Паде може збігатися в більш широкій області. Але для практичних застосувань (наприклад, для побудови математичних моделей потоків у мережах) принциповий інтерес має проблема стійкості рішення: при яких умовах поліном

$$\frac{a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \ldots + a_L z^L}{b_0 + b_1 z + b_2 z^2 + \ldots + b_M z^M}, \quad (9)$$

який, по суті, відіграє роль аналітичного подовження поліному (2) на площину комплексної змінної z, буде стійким?

Позитивна відповідь на це питання буде мати місце при задоволенні умови збіжності апроксимації Паде у одиничному колі z-площини [17]. Дана умова задовольняється порівняно просто.

Відповідно з основною теоремою вищої алгебри [17] поліном довільного степеню (припустимо, степеню N) з дійсними коефіцієнтами має рівно N коренів, які є або дійсними, або створюють комплексно-зв'язані пари. Тоді знаменник поліному (2) та чисто формально знаменник поліному (9) мають рівно M коренів. Ці корені є полюсами функції комплексної змінної (9). Якщо ці полюси не виходять за межі одиничного кола z-площини, об'єкт (цифровий фільтр, різницеве рівняння, система управління, стан комп'ютерної мережі тощо) є стійким. Іншими словами, він повертається у стабільний стан після завершення збудження.

Таким чином, при застосуванні апроксимації Паде треба контролювати абсолютні значення полюсів апроксимуючого поліному. Це — своерідна платня, яку доводиться платити за високу точність апроксимацій Паде та їх збіжність до горизонтальної асимптоти навіть при низькому порядку апроксимуючого полінома [16].

У зв'язку з цим відзначимо, що апроксимуючий поліном зберігатиме свої властивості прямування до горизонтальної асимптоти (зокрема, до вісі абсцис) при виконанні простої умови: у виразах типу (9) завжди повинно виконуватися правило $L < M$, тобто степінь чисельника функції (9) повинен завжди бути менше степеню знаменника.

Інша складність конструювання апроксимації Паде полягає в тому, якщо в апроксимуючому поліномі (9) один чи декілька полюсів виходять за межі одиничного кола z-площини, то ряд Лорана є таким, що розходиться всюди, крім точки $z = 0$, а його застосування, по суті, стає марним.

Для примусового повернення полінома вигляду (9) до стійкого стану необхідно повернути «ненадійні» полюси всередину одиничного кола [18].

Для цього треба зробити модулі полюсів меншими одиниці, але так, щоб кутове положення цих полюсів не змінювалося, тобто дотриматися правила консерватизму кутів.

Найпростіше за все це можна зробити, представивши полюс як комплексне число у показовій формі.

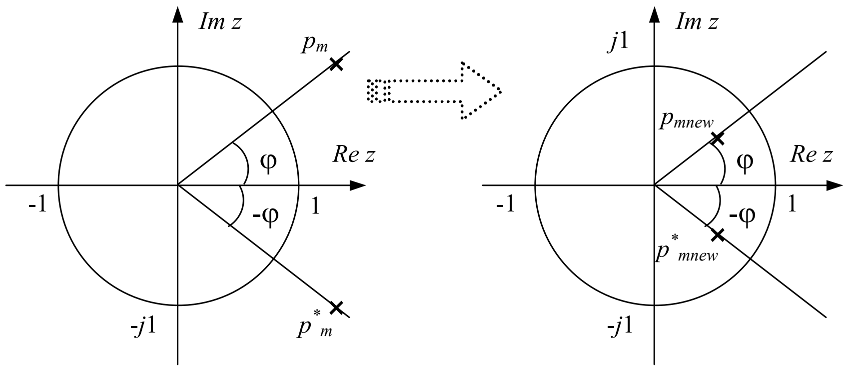
Нехай m -й полюс

$$p_m = |p_m| \cdot \exp\left(j\varphi_{pm} \right),$$

причому $|p_m| > 1$. Візьмемо новий полюс

$$p_{m\,new} = \left[1/|p_m| \right] \exp\left(j\varphi_{pm} \right).$$

На рисунку показана діаграма розташування початкового полюса p_m , який по модулю більше одиниці, що призводить до нестійкості функції $f(z)$, та модифікованого полюса $p_{m\,new}$, модуль якого $|p_{m\,new}| = 1/|p_m|$ за визначенням менше одиниці.



Діаграма трансформації полюсів для введення цифрового об'єкта в зону стійкості

$$|p_{m\,new}| = 1/|p_m|, \; |p^*_{m\,new}| = 1/|p^*_m|,$$
$$\varphi = \text{const}, \; -\varphi = \text{const}.$$

При дзеркальному відображенні полюса всередину одиничного кола з дотриманням консерватизму кутів динаміка зміни станів об'єкту не порушується [19].

Вимоги до чисельних методів знаходження апроксимацій Паде

Для визначення можливості застосування прогнозування процесів у комп'ютерних мережах на основі апроксимації Паде необхідно знайти чисельні методи знаходження апроксимацій Паде.

У першу чергу слід враховувати, що математична модель будь-якого процесу в комп'ютерній мережі включає велику кількість параметрів, а отже передбачає велику обчислювальну складність.

Однією з основних проблем при застосуванні апроксимації Паде є обчислення значень діагональних апроксимацій Паде, які відповідають заданому ряду [17]. Точні обчислення можна виконувати лише для апроксимації малого порядку. Отже, враховуючи велику кількість змінних та складність обчислень, особливу роль відіграє знаходження ефективного алгоритму для обчислення апроксимації Паде.

Розглянемо, для початку, прямий метод — основною складністю якого є чисельне розв'язання системи лінійних рівнянь (6), де дійсні або комплексні коефіцієнти

$$c_i,\; i = 0,\, 1,\, 2,\, \ldots,\, L + M \; (c_i = 0 \text{ при } i < 0)$$

задані з визначеною точністю.

Найпростішим підходом для вирішення цієї задачі, є метод виключень Гауса з повною перестановкою, основна робота якого полягає в обчисленні коефіцієнтів $b_1, b_2, \ldots, b_M$ з системи (6).

Тут важливо врахувати можливість виродження системи у випадку $C\ (L/M) = 0$. Якщо припустити, що коефіцієнти c_0, c_1, … , c_{L+M} не є цілими або раціональними з точними бінарними представленнями (коли можуть бути застосовані символьні методи), отже обчислення є заздалегідь наближеними. Тоді використання апроксимації Паде за методом Гауса не дозволить виявити, що $C\ (L/M) = 0$, якщо це має місце через похибки округлення. Тобто будь-який результат залежить від похибок округлення і заздалегідь буде неточним.

Одними з головних вимог до алгоритму є висока точність розв'язання системи (6) та, що важливіше, можливість виявляти виродженість системи. Метод Гауса задовольняє першій вимозі при використанні подвійної (або навіть більше) точності, але такий підхід не є найкращим з очевидних причин.

У майже вироджених випадках особливо корисний метод, що складається з вирівнювання, часткової перестановки з утворенням *LU*-розкладання і послідовності ітераційних уточнень рішення. Головною частиною цього витонченого методу є *LU*-розкладання матриці коефіцієнтів (6), яке використовується для побудови послідовності векторів, апроксимуючих рішення. Ітераційний процес сходиться геометрично і для стабільних добре зумовлених завдань і для багатьох погано зумовлених завдань, які так часто зустрічаються при обчисленні апроксимацій Паде. Якщо ітерації сходяться погано, то майже з певністю можна зробити висновок, що рішення зумовлене помилками округлення і відповідає виродженій апроксимації. Чисельні характеристики процесу дозволяють краще відрізнити погано зумовлену, але невироджену задачу від виродженої.

Який би метод розв'язання системи (6) не був обраний, повний алгоритм повинен вказувати на виході, що апроксимація, яка обчислюється, є виродженою згідно з прийнятим критерієм. Якщо алгоритм включає точкове обчислення апроксимацій Паде, він повинен включати також спеціальний сигнал на той випадок, коли розглянута точка виявляється полюсом апроксимації.

Отже, чисельний алгоритм повинен включати надійний тест на виродженість, якщо апроксимація Паде, відповідна до вхідних даних, що не існує, то алгоритм повинен це виявити і вказати на виродженість. Такі алгоритми є надійними.

Крім зазначеного вище, необхідно, щоб малі варіації вихідних даних не викликали значних змін обчислених значень апроксимацій Паде. Однак погано зумовлені задачі часто зустрічаються при обчисленні апроксимацій Паде, і тому більш реалістичною є вимога, щоб зникаюче малій варіації даних коефіцієнтів ряду відповідали зникаюче малі зміни обчислених значень коефіцієнтів чисельника і знаменника Паде. Ця умова відображає математичну ідею безперервності, і методи, яким притаманна такі властивість, називають *стійкими*.

Погано зумовлені задачі розпізнаються по збільшенню помилок, пов'язаних з округленням початкових даних.

Алгоритм також має бути ефективним, але ефективність не так важлива, як надійність і стійкість. Обчислення апроксимацій Паде зазвичай займає меншу частину загального часу обчислень; велика частина часу йде на обчислення з високою точністю коефіцієнтів ряду. Відзначимо, що рішення системи (6) методом виключення вимагає $O(1/3M_3)$ операцій, якщо не використовуються ітераційні уточнення рішення.

Щодо точності чисельних розрахунків, то обчислення апроксимації Паде $[L/M]$ слід вести з M додатковими десятковими знаками. Неможливо заздалегідь передбачити, що потрібно M, M-1, $2M$ або іншу кількість додаткових знаків. З обчислювальної точки зору інформація, що дозволяє апроксимації Паде здійснювати аналітичне продовження функції далеко за межі кола збіжності, укладена в далеких десяткових знаках записи даних коефіцієнтів ряду; тому природно, що точність вихідних даних має першорядне значення.

Раніше припускалось, що завданням є обчислення коефіцієнтів конкретної апроксимації Паде $[L/M]$ з метою подальшого обчислення значення цієї апроксимації в даній точці z. Практично більш імовірно, що завдання полягає в табулюванні значень апроксимацій Паде або в обчисленні значень послідовності таких апроксимацій в зазначеній точці. Вибір найкращого алгоритму обчислення апроксимацій Паде залежить і від конкретної постановки задачі.

Зазвичай розрізняють проблему коефіцієнтів і проблему значень. При табулюванні значень однієї апроксимації Паде зручніше обчислити спочатку коефіцієнти a_0, a_1, … , a_L, b_0, b_1, … , b_M і потім обчислювати значення апроксимації. Якщо потрібно знайти значення цілої послідовності апроксимації Паде, то краще використовувати рекурентні методи, такі як ε-алгоритм або Q. D.-алгоритм [17] .

Прямі методи обчислення апроксимацій Паде надійні і стійкі, але можуть виявитися не найефективнішими. Існує кілька «$O\ (\alpha M^2)$» методів, де α звичайно дорівнює 4 або 6, які виграють в обчислювальної ефективності за рахунок надійності.

Їх застосування переважно в тих випадках, коли існування і невироджені апроксимацій Паде не викликають сумнівів.

Висновки

Для оперативного та точного передбачення поведінки потоків у великих корпоративних комп’ютерних мережах необхідні потужні методи статистичної обробки та прогнозування часових рядів. Одним з таких методів є апроксимації Паде. Метод відзначається високою точністю оцінювання та гнучкістю параметрів.

Для запобігання втраті стійкості апроксимації пропонується примусове переміщення полюсів апроксимуючої функції в зону стійкості — одиничне коло z-площини. При перетворенні лінійних розмірів підтримується консерватизм кутів. Тому можна стверджувати, що запропоноване перетворення є конформним.

Проаналізовано чисельні методи знаходження апроксимацій Паде. Визначено вимоги до алгоритму реалізації апроксимації Паде.

Показано, що алгоритм повинен указувати на виході, що апроксимація, яка обчислюється, є виродженою згідно з прийнятим критерієм, тобто включати надійний тест на виродженість.

Алгоритм також має бути ефективним, але ефективність не так важлива, як надійність і стійкість.

Точність чисельних розрахунків має першорядне значення, оскільки інформація, що дозволяє апроксимації Паде здійснювати аналітичне продовження функції далеко за межі кола збіжності, укладена в далеких десяткових знаках запису даних коефіцієнтів ряду.

У подальшому планується розробити метод спрощення аналізу шляхом розкладання апроксимуючої функції високого порядку на адитивну композицію елементарних ланок першого чи другого порядку з дійсними коефіцієнтами. Для обчислення вагових коефіцієнтів елементарних ланок доцільно використовувати метод теорії лишків — потужний та ефективний метод теорії функцій комплексної змінної.

ЛІТЕРАТУРА

1. **Віноградов М. А.,** Савченко А. С. Концепція управління корпоративною комп’ютерною мережею на основі психофізіологічних механізмів професійної діяльності людини. *Наукові записки Українського науково-дослідного інституту зв’язку*: зб. наук. праць. 2013. Вип. 3(27). С. 5–14.

2. **Савченко А. С.** Экспериментальное исследование свойств суммарных потоков в вычислительных сетях. *Наукові записки Українського науково-дослідного інституту зв’язку*: зб. наук. праць. 2010. Вип.4(16). С.101–107.

3. **Дронюк І. М.**, Федевич О. Ю. Аналіз трафіку комп’ютерної мережі на основі експериментальних даних середовища wireshark. *Вісник Національного університету «Львівська політехніка». Інформаційні системи та мережі*. 2015. № 814.

4. **Ivanna Droniuk**, Maria Nazarkevych, Olga Fedevych Asymptotic method of traffic simulations. *Communications in Computer and Information Science*. Springer. 2014, Vol. 279. P. 1–9.

5. **Головешко М. В.,** Северілов А. В., Лебеден-ко Т. М. Результати експериментального дослідження методу активного управління чергами на інтерфейсах телекомунікаційних мереж Харківський національний університет радіоелектроніки. *Проблеми телекомунікацій*. 2019. № 2 (25). С. 37–55.

6. **Радівілова Т. А.** Метод безпечної маршрутизації мультифрактального трафіка. *Проблеми телекомунікацій*. № 1 (24). 2019. С. 24–33.

7. **Тихонов В. И.,** Хименко В. И. Выбросы траекторий случайных процессов М.: Наука. 1987. 304 с.

8. **Стратонович Р. Л.** Условные марковские процессы и их применение к теории оптимального управления. М.: МГУ, 1966. 319 с.

9. **Ruey S. Tsay** Analysis of Financial Time Series. 3rd ed. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2010. 677 pp.

10. **Кендэл М.** Временные ряды. М.: Финансы и статистика, 1981. 199 с.

11. **Андерсон Т.** Статистический анализ временных рядов. Пер. с англ. М.: Мир, 1976. 755 с.

12. **Додонов А. Г.,** Ландэ Д. В. Живучесть информационных систем. К.: Наук. думка, 2011. 256 с.

13. **Дружинин В. В.,** Конторов Д. С., Конторов М. Д. Введение в теорию конфликта. М.: Радио и связь, 1989. 288 с.

14. **Попович Б. М.** Прогнозування нелінійних нестаціонарних процесів в економіці та фінансах. *System Research & Information Technologies*. 2017. № 4. С. 38–53.

15. **David W. Hosmer. Jr.** Stanley Lemeshow. Applied logistic regression. Hoboken: John Wiley & Sons Ltd., 2008. 396 p.

16. **Бейкер Дж.** П., Грейвс-Моррис Аппроксимации Паде. М.: Мир, 1986. 502 с.

17. **Свешников А. Г.,** Тихонов А. Н. Теория функций комплексной переменной. М.: Наука, 1967. 304 с.

18. **Савченко А. С.** Метод принудительного ввода системы управления в области устойчивости. *Наукові записки Українського науково-дослідного інституту зв’язку*: зб. наук. праць. К.: УНДІЗ, 2012. Вип.2(22). С. 100–105.

19. **Виноградов Н. А.,** Яковлев В. Н., Воскресенский В. В. и др. Справочник по устройствам цифровой обработки информации: под ред. В. Н. Яковлева. К.: Техника, 1988. 415 с.

Савченко А. С., Чуба І. В., Охремчук О. С.

МЕТОДИ ПРОГНОЗУВАННЯ ПОТОКІВ У КОМП'ЮТЕРНИХ МЕРЕЖАХ НА ОСНОВІ АПРОКСИМАЦІЇ ПАДЕ

Важливою складовою системи управління великою корпоративною комп'ютерною мережею є блок прогнозування стану мережі. Прогнозування має відбуватися з урахуванням особливостей характеристик процесів і потоків, які циркулюють у мережі. Це дозволить виробляти оптимальні управляючі сигнали для керування мережею або її сегментом. Показано, що потоки в таких мережах (зокрема, трафік) мають значну неоднорідність, тобто присутність значних викидів на фоні невеликого середнього значення. Враховуючи ці та інші характеристики, потоки у великих корпоративних комп'ютерних мережах можна вважати нестаціонарними.

Запропоновано метод прогнозування нестаціонарних часових рядів з використанням апроксимації Паде — потужного та точного методу оцінювання параметрів випадкових процесів. Цей метод особливо успішно може застосовуватися за наявності нестаціонарностей найрізноманітнішої природи.

Для забезпечення стійкості методу та стабільності отриманих результатів запропоновано примусове введення полюсів апроксимуючої функції в зону стійкості — одиничне коло z-площини з дотриманням правил конформного перетворення: трансформацією лінійних розмірів та зі збереженням кутів між ортогональними координатами на нескінченно малих околицях координатної площини (так званий консерватизм кутів). Показано, що при дотриманні конформності запропонованого перетворення зберігаються динамічні характеристики системи оцінювання та прогнозування.

Проаналізовано чисельні методи знаходження апроксимацій Паде. Визначено вимоги до алгоритму реалізації апроксимації Паде. Показано, що алгоритм повинен вказувати на виході, що апроксимація, яка обчислюється, є виродженою згідно з прийнятим критерієм, тобто включати надійний тест на виродженість. Алгоритм також має бути ефективним, але ефективність не так важлива, як надійність і стійкість. Точність чисельних розрахунків має першорядне значення, оскільки інформація, що дозволяє апроксимації Паде здійснювати аналітичне продовження функції далеко за межі кола збіжності, укладена в далеких десяткових знаках запису даних коефіцієнтів ряду.

Ключові слова: комп'ютерні мережі; потоки; прогнозування; неоднорідність; апроксимація Паде; стійкість.

Savchenko A., Chuba I., Okhremchuk E.

METHODS OF FORECASTING FLOWS IN COMPUTER NETWORKS ON THE BASIS OF PAD APPROXIMATION

An important component of a large corporate computer network management system is the network status forecasting unit. Forecasting should take into account the characteristics of the processes and flows circulating in the network. This will produce optimal control signals to control the network or its segment. It is shown that the flows in such networks (in particular, traffic) have a significant heterogeneity, ie the presence of significant emissions against the background of a small average value. Given these and other characteristics, flows in large corporate computer networks can be considered non-stationary.

A method for predicting nonstationary time series using the Padé approximation, a powerful and accurate method for estimating the parameters of random processes, is proposed. This method can be used especially successfully in the presence of nonstationaries of the most various nature.

To ensure the stability of the method and the stability of the results, it is proposed to force the poles of the approximating function into the stability zone - a single circle of the z-plane with the rules of conformal transformation: transformation of linear dimensions and preservation of angles between orthogonal coordinates.). It is shown that in compliance with the conformity of the proposed transformation, the dynamic characteristics of the estimation and forecasting system are preserved.

Numerical methods for finding Padé approximations are analyzed. The requirements to the Padé approximation algorithm are determined. It is shown that the algorithm must indicate at the output that the approximation that is calculated is degenerate according to the accepted criterion, ie to include a reliable degeneracy test. Al-algorithm should also be effective, but efficiency is not as important as reliability and resilience. The accuracy of numerical calculations is of paramount importance, because the information that allows the Padé approximation to carry out the analytical continuation of the function far beyond the circle of convergence, is enclosed in far decimal places of the data of the series coefficients.

Keywords: computer networks; flows; prognostication; heterogeneity; Padé approximation; stability.

Савченко А. С., Чуба И. В., Охремчук Е. С.

МЕТОДЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПОТОКОВ В КОМПЬЮТЕРНЫХ СЕТЯХ НА ОСНОВЕ АППРОКСИМАЦИИ ПАДЕ

Важной составляющей системы управления большой корпоративной компьютерной сетью является блок прогнозирование состояния сети. Прогнозирование должно происходить с учетом особенностей характеристик процессов и потоков, циркулирующих в сети. Это позволит производить оптимальные управляющие сигналы для управления сетью или ее сегментом. Показано, что потоки в таких сетях (в частности, трафик) имеют значительную неоднородность, то есть наблюдается присутствие значительных выбросов на фоне небольшого среднего значения. Учитывая эти и другие характеристики, потоки в крупных корпоративных компьютерных сетях можно считать нестационарными.

Предложен метод прогнозирования нестационарных временных рядов с использованием аппроксимации Паде — мощного и точного метода оценивания параметров случайных процессов. Этот метод особенно успешно может применяться в условиях не стационарности разнообразной природы.

Для обеспечения устойчивости метода и стабильности полученных результатов предложено принудительное введение полюсов аппроксимирующей функции в зону устойчивости - единичной окружность z-плоскости с соблюдением правил конформного преобразования: трансформацией линейных размеров и с сохранением углов между ортогональными координатами на бесконечно малых окрестностях координатной плоскости (так называемый консерватизм углов). Показано, что при соблюдении конформности предложенного преобразования сохраняются динамические характеристики системы оценки и прогнозирования.

Проанализированы численные методы нахождения аппроксимаций Паде. Определены требования к алгоритму реализации аппроксимации Паде. Показано, что алгоритм должен указывать на выходе, что аппроксимация, которая вычисляется, является вырожденной согласно принятым критерием, то есть включать надежный тест на вырожденность.

Алгоритм также должен быть эффективным, но эффективность не так важна, как надежность и устойчивость. Точность численных расчетов имеет первостепенное значение, поскольку информация, позволяющая аппроксимации Паде осуществлять аналитическое продолжение функции далеко за пределы круга сходимости, заключена в дальних десятичных знаках записи данных коэффициентов ряда.

Ключевые слова: компьютерные сети; потоки; прогнозирование; неоднородность; аппроксимация Паде; устойчивость.

Стаття надійшла до редакції 15.04.2020 р.
Прийнято до друку 22.06.2020 р.