DOI: 10.18372/2310-5461.45.14571
УДК 629.782: 005: 519.65 (045)

В. А. Василенко, канд. техн. наук, доц.
Національний авіаційний університет
orcid.org/0000-0003-4733-2953
e-mail: kit.vasilenko@nau.edu.ua;

А. С. Климова, канд. техн. наук, доц.
Національний авіаційний університет
orcid.org/0000-0002-4721-2241
e-mail: asie@ukr.net;

М. В. Куклінський, канд. техн. наук, доц.
Національний авіаційний університет
orcid.org/0000-0002-2028-9206
e-mail: maximum_inc@ua.fm;

А. С. Савченко, канд. техн. наук, доц.
Національний авіаційний університет
orcid.org//0000-0001-8205-8852
e-mail: alina@inet.ua;

О. Г. Харченко, канд. техн. наук, доц.
Національний авіаційний університет
orcid.org/0000-0002-5868-3938
e-mail: kharchenko.nau@gmail.com

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ФУНКЦІЙ ЧАСТИННИХ КРИТЕРІЇВ В ЗАДАЧАХ ВЕКТОРНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ СКЛАДНИХ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

Вступ

Сучасна складна технічна система (СТС), зазвичай характеризується суперечливими властивостями [1], наприклад, набувати якнайкращих значень для декількох характеристик літака (максимізувати дальність польоту, мінімізувати потрібну довжину злітно-посадкової смуги і злітну масу літака). Як правило, показники якості (критерії) суперечливі й оптимізація за кожним із них призводить до різних значень проектних параметрів. У тих випадках, коли не вдається знайти узагальнений показник якості, що містить вказані частинні показники, виникає задача багатокритеріальної (векторної). оптимізації.

Для оптимізаційних задач фундаментальними є поняття математичної моделі об'єкта і відомості, якими володіє дослідник для побудови моделі. Наявність достатньої інформації про механізми фізичних, інформаційних, економічних та інших процесів, що відбуваються в об'єкті, дозволяє скласти детерміновану модель у вигляді диференціальних, алгебричних і інших рівнянь. При невідомому ж механізмі процесів, які протікають в об'єкті, для складання математичної моделі і оптимізації застосовують експериментальні або експериментально-статистичні методи [1].

При розв'язанні конкретної задачі оптимізації обирається математичний метод, який приводив би до кінцевих результатів з найменшими витратами на обчислення або ж давав можливість отримати найбільший обсяг інформації про шукане вирішення. Вибір методу значною мірою визначається постановкою оптимізаційної задачі і математичною моделлю об'єкта оптимізації, яка використовується.

Постановка проблеми та її актуальність

У задачах багатокритеріальної оптимізації ідеальним є розв'язок за яким усі критерії набувають своїх екстремальних значень. Цей варіант системи і є оптимальним. Як правило оптимальні системи знайдені при розв'язанні задачі оптимізації за кожним із критеріїв якості окремо не збігаються, тому виникає задача вибору такого розв'язку за яким кожний з критеріїв набуває можливо кращого значення без витрати якості системи за іншими критеріями.

Унаслідок цього оптимальним розв'язком щодо сукупності показників якості може бути в загальному випадку тільки деякий компромісний розв'язок для векторного критерію.

Розглянемо задачу векторної оптимізації СТС в такій постановці.

Нехай СТС однозначно описується вектором основних концептуальних параметрів $y=\{y_j\}_{j=1}^{n} \in Y$ [1]. Якість системи оцінюється за сукупністю суперечливих частинних критеріїв, що являють собою функції параметрів y і утворюють m-вимірний вектор

$$f=f(y)=\{f_k(y)\}_{k=1}^{m}.$$

Припустимо що зовнішні умови які впливають на функціонування системи відомі і фіксовані. Тоді векторний критерій функціонування системи є функцією лише концептуальних параметрів $y \in Y$.

Багатокритеріальна задача синтезу СТС полягає у визначенні вектору основних параметрів y^* який оптимізує (у певному сенсі) векторний критерій функціонування системи $f(y)$. Вибір єдиного компромісно-оптимального варіанта побудови СТС здійснюється на основі додаткової суб'єктивної інформації від групи експертів або особи що приймає рішення (ОПР). На основі цієї інформації формується конкретна схема компромісів яка дозволяє перейти від загального векторного виразу до скалярної згортки частинних критеріїв

$$y^*=\arg\min_{y\in Y} F_{узаг}\left[f(y)\right] \quad (1)$$

де $F_{узаг}\left[f(y)\right]$ — узагальнений критерій або скалярна функція, що має сенс скалярної згортки вектору частинних критеріїв вигляд якої залежить від інформації про їх відносну важливість в заданій ситуації отриманої від ОПР.

При цьому потрібно переконатися що мінімізація функції приводить до оптимального рішення.

У багатьох випадках при вирішенні задачі (1) аналітичні залежності між значеннями концептуальних параметрів системи і функціями частинних критеріїв $f_k(y)$ не відомі. У цих випадках вирішення задачі містить важливий етап — побудови регресійних моделей — m рівнянь зв'язку частинних критеріїв $f_k(y)$ ‘ $k=\overline{1,m}$ з основними проектними параметрами СТС.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Науковим і технічним питанням синтезу (структурного і параметричного) присвячена велика кількість праць вітчизняних і зарубіжних учених серед них праці М. Є. Салуквадзе, А. М. Вороніна, І. А. Попова, А. К. Міцитіса, С. К. Баранова, В. В. Подіновського, В. Д. Ногіна, Ю. К. Зіатдінова, О. І. Козлова та ін. У цих працях розглядаються переважно теоретичні і практичні підходи до дослідження СТС. У праці [1] виділені основні проблемні питання векторної оптимізації: нормалізація (зведення до єдиної міри) частинних критеріїв; виділення множини компромісів (ефективних за Парето рішень); вибір схеми компромісів і єдиного рішення та ін.

На основі аналізу праць [2; 3] можна зробити висновок, що різні варіанти побудови СТС можуть бути формально описані координатами точок у багатовимірному просторі концептуальних параметрів. Застосування моделей функціонування та методик оцінки ефективності СТС забезпечує можливість кожній точці цієї області (тобто реалізованим варіантам СТС) поставити у відповідність чисельні значення показників ефективності (частинних критеріїв). У результаті проведення обчислювального експерименту можна отримати сукупність чисельних значень проектних параметрів і відповідні їм значення частинних критеріїв $f_k(y)$.

На основі даних експерименту побудова наближених функцій може бути виконана як методами інтерполяції, так і апроксимації за методом найменших квадратів (МНК). Якщо проведено N експериментів і знайдені значення $f_k\left(y^{(n)}\right)$, $k\in[1;m]$, $n\in[1;N]$ функції $f_k(y)$ векторного аргументу $y=\{y_j\}_{j=1}^{n}$, то МНК передбачає наявність апроксимуючої залежності $F_k\left(y,a^{(k)}\right)$, відомої з точністю до вектору невідомих коефіцієнтів $a^{(k)}=\{a_j^k\}_{j=1}^{m}$.

Вигляд функції $F_k(y,a)$ визначається інформацією про об'єкт оптимізації, яка є у розпорядженні дослідника. Такі відомості можуть значно поліпшити якість апроксимації. Функція $F_k(y,a)$ повинна бути досить простою, щоб процеси апроксимації і обчислення оцінок аргументів мінімуму не виявилися надмірно громіздкими.

З іншого боку, апроксимуюча залежність повинна володіти достатніми прогностичними властивостями, щоб швидкість збіжності обчислювального процесу була задовільною. У більшості практичних випадків обидві ці вимоги виконуються, якщо в якості апроксимуючих багаточленів використовуються квадратичні функції (поліноми другого порядку)

$$F_k\left(y\right)=a_0^{(k)}+\sum\nolimits_{i=1}^{n}a_i^{(k)}y_i+\sum\nolimits_{j=1}^{n}a_j^{(k)}y_j^2+ \\ +\sum\nolimits_{i+1}^{n-1}\sum\nolimits_{j=i+1}^{n}a_{ij}^{(k)}y_iy_j, \qquad (2)$$

де $a_0^{(k)}$, $a_i^{(k)}$, $a_j^{(k)}$, $a_{ij}^{(k)}$ — коефіцієнти, які визначаються регресійною моделлю.

Для спрощення обчислювальних процедур можливі різні зрізання функції $F_k\left(y,a\right)$ [1].

Невідомі коефіцієнти моделі (2) визначаються з умови

$$E\left(a^{(k)}\right)=\sum\nolimits_{n=1}^{N}\left[f_k\left(y^{(n)}\right)-F_k\left(y^{(n)},a^{(k)}\right)\right]^2=\min_{a^{(k)}}.$$

Використовуючи необхідну умову мінімуму функції можна отримати систему нормальних рівнянь

$$\frac{\partial E\left(a^{(k)}\right)}{\partial a_j^{(k)}}=0\,,\ j\in\left[1;m\right] \qquad (3)$$

рішення якої дає невідомі коефіцієнти регресії.

При побудові регресійних моделей виникає ряд проблем, в числі яких можна виділити дві найбільш суттєві. Перша з них пов’язана з подальшим використанням отриманих моделей для частинних критеріїв, у той чи іншій схемі компромісів, при виборі єдиного компромісно-оптимального розв’язання задачі. Залежно від використовуваної схеми компромісів і від значущості критеріїв, ми можемо отримати різні рішення з множини оптимальних рішень. При цьому рішення, що доставляє мінімум узагальненому критерію, може знаходитись досить далеко від точки мінімуму одного або декількох частинних критеріїв. Це означає, що наближений вираз для частинного критерію має досить точно апроксимувати або інтерполювати частинний критерій по всьому околу допустимих параметрів, а не тільки в околі деякої точки (наприклад, точки мінімуму критерію). В іншому випадку використовувати наближені вирази для вирішення багатокритеріальної задачі просто неможливо, оскільки похибки наближення кожного окремого критерію, додаються при використанні їх в схемі компромісів.

Друга проблема безпосередньо пов’язана з першою і полягає в тому, який метод наближення використовувати і, відповідно, як обрати опорні точки.

Обчислювальні експерименти показали, що опорні точки слід обирати в заданій області Y так, щоб забезпечувалася хороша обумовленість системи нормальних рівнянь (3). Фізично це означає, що проекції опорних точок на координатні осі не повинні перекриватися, в ідеалі вони дають рівномірне розбиття заданих інтервалів.

За малої вимірності вектору параметрів оптимізації n і числа N це зробити не дуже складно. Так, в одновимірному випадку інтервал при $k = 3$ відображається набором з двох граничних точок інтервалу і однієї в центрі. У плоскому випадку, при $n = 2$ і $k = 6$, опорні точки рівномірно можуть задаватися за «правилом свастики».

Із зростанням вимірності n рівномірний розподіл опорних точок стає справжньою проблемою і може бути успішно вирішеним за допомогою алгоритму генерації ЛПτ-послідовностей [4]. Задається вимірність n та число N і алгоритм визначає такі координати опорних точок в області Y, за яких точки розташовуються в заданій області найбільш рівномірно.

При використанні методів інтерполяції ми отримуємо багаточлен, значення якого в опорних точках збігаються зі значеннями інтерпольованої функції. При відповідному виборі опорних точок удається впоратися з першою із зазначених вище проблем, але попередній вибір опорних точок означає необхідність проведення або додаткових експериментів, або додаткових розрахунків для визначення значень функцій частинних критеріїв в опорних точках, що можна зробити не завжди, і вимагає додаткових витрат.

Мінімальна кількість опорних точок, яка необхідна для знаходження коефіцієнтів полінома (2) має дорівнювати величині $\dfrac{\left(n+1\right)\left(n+2\right)}{2}$.

Вона квадратично зростає з ростом розмірності вектору y. Навіть за невеликої вимірності вектору y задача апроксимації критеріальних функцій за допомогою МНК при використанні повної форми полінома другого порядку потребує значних обчислювальних ресурсів.

Використання апроксимації з МНК погіршує точність, але знижує вимоги до вибору опорних точок. Основною перевагою МНК є простота його програмної реалізації.

У праці [5] пропонується підхід, у якому об’єднується процес вирішення багатокритеріальної задачі (1) та апроксимації частинних критеріїв за рахунок модифікації методу Нелдера–Міда або симплекс-планування. У методі симплекс-планування наближення до мінімуму функції здійснюється за рахунок пересування симплекса в просторі допустимих рішень. При цьому для вершин симплекса, кожній з яких відповідає певний набір керуючих параметрів, постійно здійснюється визначення значень частинних критеріїв з набору експериментальних даних.

При переміщенні симплекса по простору допустимих рішень в якості опорних точок апроксимації частинних критеріїв можна взяти послидовність вершин симплекса при його переміщенні до точки мінімуму узагальненого критерію. При цьому необхідно враховувати, що при наближенні до точки мінімуму критерію вершини симплекса починають накопичуватися в малій околі цієї точки, в той час як опорні точки для апроксимації необхідно вибирати так, щоб найбільш точно апроксимувати функції частинних критеріїв на всьому просторі допустимих рішень.

Вектор необхідної кількості опорних точок для апроксимації частинних критеріїв поліномами виuгляду (2), правила заповнення матриці вихідних даних і алгоритм пошуку мінімуму узагальненого критерію (рішення задачі (1)) представлені у праці [6]. У процесі пошуку мінімуму узагальненого критерію методом симплекс-планування формується $2^n + 3\frac{(n+1)(n+2)}{2}$ опорних точок для МНК' причому перша третина плюс 2^n цих точок буде розташовуватися по всій області допустимих рішень, а решта — у деякому околі точки мінімуму узагальненого критерію. Далі можна застосувати МНК і знайти коефіцієнти регресійної моделі (2).

Однією проблемою під час вирішення векторних оптимізаційних задач є вибір інструментальних та методичних засобів для проведення наукових і прикладних досліджень, інженерних робіт. У теперішній час існує велика кількість методів і програмних продуктів (наприклад, SPSS, ПС ПРИАМ, STATISTICA, ProSto, TURBO-OPTIM та ін.), які надають широкі можливості для вирішення задачі векторної оптимізації і проведення різних видів аналізу даних.

Найбільш прийнятним і ефективним для вирішення зазначеної задачі є використання на базі інтегрованого пакета Microsoft Office великої кількості існуючих і новостворених макросів (модулів),' які можуть виконуватися програмними модулями пакета. Крім того, є можливість підтримки інтегрованого середовища Visual Basic for Applications (VBA), яке є найбільш «підведеним» під стандарти Microsoft Office. Сучасний пакет Microsoft Office поповнився новими інструкціями, об'єктами, властивостями і методами, а також розширеною моделлю подій. Крім того, спростилася технологія створення так званих програм-надбудов Add-lns об'єктних надбудов Com-Add-lns.

Використовуючи можливості сучасних програмних засобів і результати аналізу існуючих підходів до вирішення задачі векторної оптимізації, можна зробити такий висновок.

Більш досконаліші сучасні засоби і технології забезпечують вирішення широкого спектру завдань, починаючи з проведення процедури побудови регресійних моделей частинних критеріїв на основі даних експерименту, обчислень за моделями допустимих варіантів СТС і закінчуючи вибором остаточного компромісно-оптимального рішення.

Мета статті

Метою даної статті є розгляд різних способів побудови регресійних моделей критеріальних функцій в задачах векторної оптимізації СТС. На основі аналізу даних, наведених у спеціальній літературі, і обчислювального експерименту виділені існуючі проблеми при подальшому використанні отриманих регресійних моделей для оптимізації об'єкту і методи їх вирішення.

Викладення основного матеріалу

Одним з ефективних підходів для побудови регресійних моделей часткових критеріїв є застосування методів регресійного аналізу та статистичної вибірки [7; 8; 9].

Регресійний аналіз — широко використовуваний статистичний метод, у якому задіяна більша кількість статистичних процедур (гіпотези про середніх і дисперсіях, кореляційний і дисперсійний аналіз, планування експерименту та ін.), а також розділи інших наук (наприклад, лінійна алгебра).

Основними цілями регресійного аналізу при вирішенні оптимізаційних задач є: апроксимація експериментальних даних регресійною моделлю; пошук оптимальних умов; визначення структури зв'язків між залежними незалежними змінними і отримання моделі, що відображає цю структуру.

Регресійний аналіз з одного боку спирається на статистичні методи, з іншого — реалізований з використанням деяких обчислювальних процедур.

В основі процедури отримання оцінок коефіцієнтів регресії лежить рішення системи лінійних нормальних рівнянь (3). Обчислювальні методи, що реалізують цю процедуру, дуже чутливі до якості матриці, яка характеризується числом обумовленості. Зазначені причини при поганих властивостях матриці незалежних змінних можуть привести до:

– неправильного визначення структури рівняння регресії. У цьому випадку в модель будуть включені не ті ефекти, які насправді впливають на відгук;

– отримання нестійких оцінок коефіцієнтів регресії. У цьому випадку незначні зміни результатів призводять до значного (аж до зміни знаку) зміни оцінки коефіцієнта. Користуватися такою моделлю, зрозуміло, безглуздо;

– неможливість правильно користуватися статистичними висновками, які вимагають незалежності.

Статистичні та обчислювальні умови потребують повної ортогональності всіх головних ефектів і аналізованих взаємодій вихідної матриці. Це можливо тільки в разі повного факторного експерименту (ПФЕ), тобто повного перебору всіх варіантів поєднань значень рівнів факторів (незалежних змінних).

Гарантоване отримання єдиного рішення системи нормальних рівнянь (3) неможливо забезпечити в абсолютній системі одиниць факторів y_j, коли вони іменовані (різні за фізичною природою). Для формалізації процесу аналізу і незалежно від отриманих результатів, від зміни масштабу вхідних величин, фактори попередньо кодують за допомогою співвідношення

$$y_i = \frac{Y_j - Y_{j\text{ср}}}{Y_{j\max} - Y_{j\text{ср}}} = \frac{Y_j - Y_{j\text{ср}}}{Y_{j\text{ср}} - Y_{j\min}} \qquad (4)$$

де $Y_{j\text{ср}} = \dfrac{Y_{j\max} + Y_{j\min}}{2}$, $Y_{j\max}$, $Y_{j\min}$ — граничні значення варіювання незалежними змінними, які задані або вибираються експертом на основі апріорної інформації.

Операція кодування переносить центр координат в точку $Y_{j\text{ср}}$ — центр плану експерименту. У системі координат на підставі виразу (4) будуть спостерігатися відповідності:

$$Y_{j\min} \to y_j = -1,\ Y_{j\text{ср}} \to y_j = 0,$$

$$Y_{j\max} \to y_j = -1.$$

У матриці плану ПФЕ використовується кодована змінна. Вона складається за правилами:

– кожний рядок матриці являє собою набір координат точки, у якій проводиться експеримент;

– перший рядок обирається так, щоб керовані змінні знаходилися на нижньому рівні. Наступні рядки при складанні матриці плану набираються за правилом: при порядковому переборі всіх варіантів частота зміни знаку керованих змінних для кожної наступної змінної удвічі менша, ніж для попередньої.

Сенс матриці не зміниться, якщо перший рядок буде обраний так, щоб керовані змінні знаходилися на верхньому рівні.

Побудована в результаті ПФЕ матриця плану має властивості:

1) *ортогональності*, що забезпечує незалежність оцінок коефіцієнтів (регресорів) моделі $\sum_{i=1}^{N} y_{ij} y_{ik}$; $-j \neq k$; $j = \overline{1,n}$, де j, $k = \overline{1,n}$ номера вектору стовпців відповідних факторів; i —поточна точка факторного простору, у якій проводиться експеримент.

Дану властивість можна сформулювати так: скалярний добуток вектору стовпців матриці планування дорівнює нулю.

2) *симетричність*, що забезпечує незалежність вільного члена $\sum_{i=1}^{N} y_{ij} = 0$, $j = \overline{1,n}$, тобто сума елементів вектору стовпців y_i дорівнює нулю, точки, у яких проводяться досліди, розташовані симетрично відносно до центру плану;

3) *нормування*, що забезпечує однакову дисперсію оцінки коефіцієнтів $\sum_{i=1}^{N} y_{ij}^2 = n$.

Рівність випливає з того, що кодовані фактори приймають тільки значення ± 1;

4) *ротатабельність*, тобто координати точок факторного простору в матриці планування підлаштовуються так, що точність передбачення значення параметра оптимізації однакова на рівних відстанях від центру експерименту (базової точки) і не залежить від напрямку.

Для визначення оцінки коефіцієнта a_0 необхідно матрицю плану доповнити вектором стовпця фіктивної змінної y_0, що дорівнює одиниці.

Знайдені за допомогою МНК оцінки коефіцієнтів моделі показують ступінь впливу факторів і їх взаємодії на значення залежної змінної. Якщо перед коефіцієнтом стоїть знак плюс, то зі збільшенням даного фактора, значення залежної змінної збільшується, якщо стоїть знак мінус, то навпаки.

Регресійна модель, отримана в результаті ПФЕ, може бути представлена у вигляді

$$F = a_0 + a_1 y_1 + \cdots + a_{nyn} + a_{12} y_1 y_2 + \cdots + a_{12\ldots n} y_1 \ldots y_n.$$

Однак внаслідок того, що з обмеженої кількості дослідів не можна отримати точні значення коефіцієнтів a_i, а тільки їх незалежні оцінки a_i, вся математична модель стає оціночною

$$\widehat{F} = a_0 + a_1 y_1 + \cdots + a_{nyn} + a_{12} y_1 y_2 + \cdots + a_{12\ldots n} y_1 \ldots y_n.$$

Регресійна модель повинна бути такою, щоб її дійсно можна було використовувати для вирішення оптимізаційної задачі. Зазвичай оцінюється адекватність моделі (відповідність моделі об'єкту) і її структура (відображення дійсної структури зв'язків між незалежними змінними і відгуком) [9]. Після отримання коефіцієнтів регресії необхідно перевірити гіпотезу про значущість коефіцієнтів a_i. Для перевірки гіпотези про рівність нулю i-го параметра рівняння регресії використовують *t-критерій* статистики, який підкоряється закону розподілу Стьюдента (N–n–1) ступенями вільності

$$t_i = \frac{a_i}{S(a_i)},$$

де $S\left(a_i\right)=\sqrt{\left(F^T\times F\right)_{ij}^{-1}\times S_{\text{ост}}^2}$ — середнє квадратичне відхилення коефіцієнта регресії a_i, у якому $S_{\text{ост}}^2=\frac{1}{N-n-1}\sum_{k=1}^{N}\left(F_k-\widehat{F}_k\right)^2$ є середнім квадратичним відхиленням для залишків $S_{\text{ост}}$; n — кількість параметрів y.

Коли розрахункове значення t-критерію перевершує його табличне значення при заданому рівні значущості, коефіцієнт регресії визнається значущим і включається в модель, в іншому випадку він визнається статистично незначущим і відкидається з певної моделі.

Інформативність моделі оцінюється за величиною множинної кореляції і величиною розрахункового F-відношення для коефіцієнта кореляції [10].

Обидві величини повинні бути якомога більшими: бажано, щоб значення множинної кореляції було від 0,95 і вище, а значення F-відношен ня — принаймні на порядок більше табличного.

Адекватність моделі оцінюється за середнім і максимальним відсотком відхилення передбачуваних значень від експериментальних. Але це не є статистичною перевіркою адекватності [10]. У статистиці для цього зазвичай застосовують критерій Фішера. Моделлю може бути адекватною за критерієм Фішера, але не задовольняти вимогам по середньому і максимальному відсотку відхилення.

Переважна більшість статистиків дотримується думки про те, що структура моделі не повинна мати ніякого відношення до дійсної структури, користувача може задовольнить будь-яка модель з хорошими статистичними критеріями [10]. Звичайно, що користувача це навряд влаштує. Такі моделі дуже важко побудувати, тому фахівці не завжди охоче беруться за вирішення такого завдання.

Висновки

При оптимізації СТС побудову регресійних моделей частинних критеріїв необхідно здійснювати на основі даних експерименту з застосуванням методів регресійного аналізу з наступною комплексною оцінкою статистичних і споживчих властивостей моделі.

Використання статистичних методів планування експерименту значною мірою підвищує ефективність прикладних досліджень і дозволяє виключити вольові рішення, замінивши їх науково обґрунтованими програмами досліджень, що забезпечують достовірну оцінку результатів експерименту при прийнятних витратах.

ЛІТЕРАТУРА

1. **Климова А. С.,** Куклінський М. В. Параметричний синтез авіаційно-космічних систем на основі багатокритеріальної оптимізації і математичного моделювання. *Проблеми інформатизації та управління: зб. наук. праць*. 2017. Т. 59. Вип. 3. С. 61–64.
2. **Воронин А. Н.,** Зиатдинов Ю. К., Харчен ко А. В. Сложные технические и эргатические системы: методы исследования. Харьков: Факт, 1997. 240 с.
3. **Климова А. С.** Моделі та методи багатокритеріальної оптимізації складних технічних систем. *Технологічні системи*. 2009. Т. 46. Вип. 2. С. 67–70.
4. **Володарский Е. Т.,** Малиновский Б. Н., Туз Ю. М. Планирование и организация измерительного эксперимента. К.: Вища шк. Головное изд-во, 1987. 280 с.
5. **Воронин А. Н.** Многокритериальный синтез динамических систем. Киев: Наукова думка, 1992. 160 с.
6. **Климова А. С**. Векторна оптимізація технічного вигляду авіаційно-космічної системи з використанням нелінійної схеми компромісів. *Проблеми інформатизації та управління: зб. наук. праць*. 2009. Т. 26. Вип. 2. С.68–71.
7. **Берк К.,** Кэйри П. Анализ данных с помощью Microsoft Excel. М.: Изд. Дом «Вильямс», 2005. 560 с.
8. **Соболь И. М.** Статников Р. Б. Выбор оптимальных параметров в задачах с многими критериями. М.: Наука, 1981. 354 с.
9. **Демиденко Е. З.** Оптимизация и регрессия. М.: Наука’ 1989. 269с.
10. **Лапач С. Н.,** Чубенко А. В., Бабич П. Н. Статистика в науке и бизнесе // Комплекс прикладных программ для Microsoft Excel. Практическое руководство. К: ООО «МОРИОН»‘ 2002. 640 с.

Василенко В. А., Климова А. С., Куклинський М. В., Савченко А. С., Харченко О. Г.

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ФУНКЦІЙ ЧАСТИННИХ КРИТЕРІЇВ В ЗАДАЧАХ ВЕКТОРНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ СКЛАДНИХ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

Стаття присвячена різним підходам при побудові регресійних моделей функцій частинних критеріїв в задачах векторної оптимізації, основні вимоги до моделей, проблеми, які виникають при подальшому застосуванні моделей і методи їх вирішення.

Багатофакторні регресійні моделі для синтезу складних технічних систем створюються на основі експериментальних процедур. Моделі створюються для кожного окремого критерію за відповідними даними експерименту.

Отримані моделі дозволяють визначити чисельні значення частинних критеріїв в заданих діапазонах зміни значень концептуальних параметрів складної технічної системи, які використовуються на наступних етапах виконання завдання векторної оптимізації. Необхідність виконання цих процедур викликана тим, що при вирішенні оптимізаційної задачі стосовно до складних систем аналітичні залежності критеріїв від аргументів оптимізації невідомі. У якості многочленів апроксимації використовується поліноміальна форма регресійних моделей. Для забезпечення гарної обумовленості матриці експериментальних даних виконуються стандартні перетворення. Для цього використовуються поліноми Чебишева першого і другого порядку. Невідомі коефіцієнти полінома розраховуються за допомогою методу найменших квадратів. Для отримання регресійних моделей проводиться комплексна оцінка статистичних показників за результатами регресійного аналізу. Потім приймається рішення про можливість застосування моделей для синтезу безлічі альтернативних варіантів складної технічної системи. Вибір інструментальних та методичних засобів для проведення наукових і прикладних досліджень, інженерних робіт є однією проблемою під час вирішення векторних оптимізаційних задач. У статті зазначено, що у теперішній час існує велика кількість методів і програмних продуктів які надають широкі можливості для вирішення задачі векторної оптимізації і проведення різних видів аналізу даних. Наприклад, найбільш прийнятним і ефективним є SPSS, ПС ПРИАМ, STATISTICA, ProSto, а також використання на базі інтегрованого пакета Microsoft Office великої кількості існуючих і новостворених модулів. Ці засоби забезпечують вирішення широкого спектру завдань, починаючи з проведення процедури побудови регресійних моделей частинних критеріїв на основі даних експерименту, обчислень за моделями допустимих варіантів СТС і закінчуючи вибором остаточного компромісно-оптимального рішення.

Ключові слова: математична модель; векторна оптимізація; критерій оптимізації.

Vasilenko B., Klymova A., Kuklinskyi M., Savchenko A., Kharchenko O.

MATHEMATICAL MODELS OF FUNCTIONS OF PARTIAL CRITERIA IN TASKS OF VECTORIAL OPTIMIZATION OF COMPLEX TECHNICAL SYSTEMS

The article is devoted to different approaches in constructing regression models of functions of partial criteria in vector optimization problems, basic requirements for models, problems that arise in the subsequent application of models and methods of their solution.

Multifactor regression models for the synthesis of complex technical systems are created on the basis of experimental procedures. Models are created for each individual criterion based on the relevant experimental data. The obtained models allow to determine numerical values of partial criteria in given ranges of conceptual parameters of a complex technical system, which are used in the subsequent stages of solving the problem of vector optimization. The necessity to perform these procedures is caused by the fact that when solving an optimization task in relation to complex systems, the analytical dependencies of criteria on optimization arguments are unknown. The polynomial form of regression models is used as approximating polynomials. To ensure good conditionality of the experimental data matrix, standard transformations are performed. The polynomials of Chebyshev of the first and second order are used for this purpose. Unknown polynomial coefficients are calculated using the least squares method. In order to obtain regression models' a complex evaluation of statistical characteristics based on regression analysis results is performed. Then it is decided whether the models can be used to synthesize many alternatives of a complex technical system optimization criterion. The choice of instrumental and methodical devices for scientific and applied researches, engineering works is one problem during the solution of vector optimization problems. In the article it has been stated that nowadays there is a great number of methods and software products which provide wide opportunities for solving vector optimization problems and carrying out different types of data analysis. For example, SPSS, PS PRIAM, STATISTICA, ProSto are the most acceptable and effective, as well as the use of a large number of existing and new modules based on the integrated package of Microsoft Office. This helps to solve a wide range of problems, starting with the procedure of building a regression model of some criteria based on the data from the experiments, the calculation acceptable variants of system and ending with the choice of the residual compromise optimal solution.

Keywords: mathematical model; vector optimization; optimization criterion.

Василенко В. А., Климова А. С., Куклінский М. В., Савченко А. С., Харченко А. Г.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ФУНКЦИЙ ЧАСТНЫХ КРИТЕРИЕВ В ЗАДАЧАХ ВЕКТОРНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Статья посвящена различным подходам при построении регрессионных моделей функций частных критериев в задачах векторной оптимизации, основные требования к моделям, проблемы, которые возникают при последующем применении моделей и методы их решения.

Многофакторные регрессионные модели для синтеза сложных технических систем создаются на основе экспериментальных процедур. Модели создаются для каждого частного критерия по соответствующим данным эксперимента. Полученные модели позволяют определить численные значения частных критериев в заданных диапазонах изменения значений концептуальных параметров сложной технической системы, которые *используются на последующих этапах решения задачи векторной оптимизации. Необходимость выполнения этих процедур вызвана тем, что при решении оптимизационной задачи применительно к сложным системам аналитические зависимости критериев от аргументов оптимизации неизвестны. В качестве аппроксимирующих многочленов используется полиномиальная форма регрессионных моделей. Для обеспечения хорошей обусловленности матрицы экспериментальных данных выполняются стандартные преобразования. Для этого используются полиномы Чебышева первого и второго порядков. Неизвестные коэффициенты полинома рассчитываются с помощью метода наименьших квадратов. Для получения регрессионных моделей проводится комплексная оценка статистических характеристик по результатам регрессионного анализа. Затем принимается решение о возможности применения моделей для синтеза множества альтернативных вариантов сложной технической системы. Выбор инструментальных и методических средств для проведения научных и прикладных исследований, инженерных работ является одной из проблем в процессе решения векторных оптимизационных задач. В статье указывается, что в настоящее время существует большое количество методов и программных продуктов, которые предоставляют широкие возможности для решения задачи векторной оптимизации и проведения разных видов анализа данных. Например, наиболее приемлемыми и эффективными являются SPSS, ПС ПРИАМ, STATISTICA, ProSto, а также использование на базе интегрированного пакета Microsoft Office большого количества существующих и новых модулей. Эти средства обеспечивают решение широкого спектра задач, начиная с проведения процедуры формирования регрессионных моделей частных критериев на основе данных эксперимента, вычислений по моделям допустимых вариантов СТС и заканчивая выбором окончательного компромиссно-оптимального решения.*

Ключевые слова: математическая модель; векторная оптимизация; критерий оптимизации.

Стаття надійшла до редакції 28.01.2020 р.
Прийнято до друку 18.02.2020 р.