

DOI: 10.18372/2310-5461.44.14317

УДК: 004.7:681.5 (045)

А. С. Савченко, канд. техн. наук, доцент
Національний авіаційний університет
orcid.org/0000-0001-8205-8852
e-mail: alina@inet.ua;

Ю. Б. Моденов, канд. техн. наук, доцент
Національний авіаційний університет
orcid.org/0000-0003-3898-4159
e-mail: modenov1951@gmail.com;

А. С. Климова, канд. техн. наук, доцент
Національний авіаційний університет
orcid.org/0000-0002-4721-2241
e-mail: asie@ukr.net;

І. В. Чуба, канд. техн. наук
Національний авіаційний університет
orcid.org/0000-0003-3336-5105
e-mail: irishachuba@gmail.com;

Р. М. Куликовський, студент
Національний авіаційний університет
orcid.org/0000-0002-5368-6952
e-mail: kul_rm@gmail.com

АНАЛІТИЧНЕ КОНСТРУЮВАННЯ СИСТЕМИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛІННЯ КОМП'ЮТЕРНОЮ МЕРЕЖЕЮ

Вступ

Сучасні комп'ютерні мережі є складними гетерогенними системами, що надають широкий спектр послуг кінцевим користувачам. Основним фактором, що впливає на якість обміну даними між прикладним програмним забезпеченням корпоративної системи, на гарантування якості різних типів сервісів для користувачів (у тому числі і «хмарних»), і, відповідно, на якість вирішення прикладних завдань, є ефективність управління наявними технічними ресурсами комп'ютерної мережі. Це зумовлює необхідність впровадження складних механізмів управління мережею, які дозволяють здійснювати контроль і управління кожним активним елементом мережі, а також станом мережі в цілому.

Постановка проблеми та її актуальність

Аналіз сучасних систем управління комп'ютерними мережами, як безкоштовних систем з відкритим кодом (наприклад, *Zabbix* [1], *OpenNMS* [2]) так і комерційних продуктів платформного типу (наприклад, *Cisco Prime* [3], *HP OpenView* [4], *IBM Tivoli* [5], *Naumen Network Manager* [6]) дозволив визначити основні їх недоліки. Насправді системи проводять моніторинг заданих параметрів, збір та найпростіший аналіз статистики.

Системи платформного типу системи дозволяють також побудувати нескладний короткостроковий прогноз відносно деяких параметрів. Далі адміністратор (на власний розсуд) встановлює порогові значення для певних параметрів, а система слідує щоб не відбувалося їх перевищення. Всі інші дії щодо запобігання перевантаженням маршрутів у мережі, виходу з ладу активних елементів тощо, адміністратор виконує самостійно базуючись на власному досвіді і кваліфікації. Отже, ефективність такої системи напряму залежить від людського фактору, а про оптимальність управління мережними ресурсами не йдеться взагалі.

Для вирішення проблем формального синтезу необхідно застосовувати найефективніші методи теорії оптимального управління багатовимірними багатозв'язними системами, якою є комп'ютерна мережа. Теорія оптимального управління в її традиційних формах не може бути єдиною основою системи управління мережею. Вона має бути інтегрована з іншими напрямками, наприклад, системами штучного інтелекту і методологією опису складних неформалізованих систем.

Загальну структуру такої автоматизованої системи управління (СУ) комп'ютерною мережею (КМ) запропоновано у праці [7].

Однак напрямки якісної теорії оптимального автоматизованого управління мають фундаментальне значення при розробці системи управління комп'ютерною мережею.

Для синтезу системи управління складним технічним об'єктом — комп'ютерною мережею, — доцільно застосовувати методи оптимізації, засновані на мінімізації функціоналів якості управління [8]. Оптимізація може проводитись за різними критеріями. Від виду цільового функціоналу залежить якість СУ КМ: швидкодія, точність, обсяг додаткових управляючих дій (інформаційних сигналів) тощо [9].

Ураховуючи викладене вище задача обґрунтованого вибору функціоналу оптимізації при аналітичному конструюванні системи оптимального управління комп'ютерною мережею є актуальною.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

У праці [7] запропоновано загальну структуру автоматизованої СУ КМ з використання функціоналу узагальненої роботи О. А. Красовського. Однак не проводилось порівняння функціоналу з класичними для теорії автоматичного управління функціоналами (наприклад, Льотова–Калмана). У праці [10] запропоновано метод комплексного управління різнотипними ресурсами транспортних пакетних оптичних мереж, побудованих відповідно до концепції програмного конфігурування. Однак в роботі не розглядалась проблема знаходження оптимальних управляючих дій. У праці [11] розглянуто метод збалансованого управління чергами на інтерфейсах маршрутизаторів телекомунікаційних мереж. метод полягає в послідовному. Однак запропонований метод стосується окремої задачі управління чергами і не розглядається її місце у загальній системі управління мережею.

Мета статті

Метою даної статті є порівняльний аналіз систем оптимального управління при аналітичному конструюванні за критерієм Лєтова–Калмана та за критерієм узагальненої праці О. А. Красовського.

Викладення основного матеріалу

Вважатимемо, що КМ є детермінованою системою, лінійним об'єктом управління і може бути описана векторним рівнянням [9]

$$\dot{x} + ax = bu, \quad (1)$$

де x — вектор стану об'єкту — вектор фазових координат; u — вектор управління; a, b — матриці коефіцієнтів.

Якщо рівняння (1) — лінійна математична модель функціонування КМ, то компонентами вектору управління u є не енергетичні, а інформаційні затрати, наприклад, на розширення смуги пропускання, управляючі команди (службовий трафік) тощо. Компонентами вектору x є параметри стану мережі. При синтезі законів або алгоритмів управління будемо припускати повну ступінь безпосередньої спостережуваності системи, тобто можливість використання в алгоритмах управління всіх компонент вектору x . Ця умова означає, що значення всіх необхідних параметрів КМ відомі (можуть бути виміряні за допомогою підсистеми моніторингу).

Порівняємо СУ КМ, сконструйовану за функціоналом Лєтова–Калмана та узагальненої роботи (ФУР) О. А. Красовського, по критерію необхідної обчислювальної потужності.

Аналітичне конструювання СУ КМ за критерієм Лєтова–Калмана

Синтез СУ КМ за критерієм Лєтова–Калмана, заснований на мінімізації функціоналу вигляду

$$I = x^T(t_2)\rho x(t_2) + \int_{t_1}^{t_2} x^T \beta x dt + \int_{t_1}^{t_2} u^T k^{-2} u dt, \quad (2)$$

де ρ, β, k^{-2} — задані додатньо визначені або невід'ємні матриці; t_1 — початковий, t_2 — кінцевий момент часу інтервалу, що розглядається.

Матриця k^{-2} зазвичай задається діагональною

$$k^{-2} = \begin{pmatrix} \frac{1}{k_1^2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{k_2^2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{k_m^2} \end{pmatrix}.$$

Матриці ρ і β також мають діагональну форму. Матриця ρ — (термінальна складова) відповідає за введення параметрів КМ в кінцевий момент часу t_2 в околицю бажаного стану. Матриця β визначає якість перехідних процесів. Матриця k^{-2} оцінює затрати на управління.

Ураховуючи діагональну форму, функціонал (2) у розгорнутій формі матиме вигляд

$$I = \sum_{i,j=1}^n \rho_{ij} x_i(t_2) x_j(t_2) + \int_{t_1}^{t_2} \sum_{i,j=1}^n \beta_{ij} x_i(t) x_j(t) dt + \int_{t_1}^{t_2} \sum_{i=1}^m \frac{u_i^2(t)}{k_i^2} dt. \quad (3)$$

Перша складова функціоналу

$$x^T(t_2)\rho x(t_2) = \sum_{i,j=1}^n \rho_{ij} x_i(t_2) x_j(t_2) \quad (4)$$

являє собою додатньо визначену або невід’ємну квадратичну форму значень параметрів КМ в кінцевий момент часу, тобто визначає стан системи в кінцевий момент часу. Це термінальна складова функціоналу, яка є мірою відхилення параметрів КМ від стану «рівноваги» $x = 0$, у кінцевий момент часу.

При діагональній матриці ρ ця складова має вигляд

$$\sum_{i=1}^n \rho_{ii} x_i^2(t_2), \quad \rho_{ii} \geq 0.$$

Чим більші значення коефіцієнтів ρ_{ii} , тим жорсткіші вимоги до точності приведення комп’ютерної мережі до кінцевого стану $x = 0$.

Друга складова

$$\int_{t_1}^{t_2} x^T \beta x dt = \int_{t_1}^{t_2} \sum_{i,j=1}^n \beta_{ij} x_i x_j dt = \sum_{i,j=1}^n \beta_{ij} \int_{t_1}^{t_2} x_i x_j dt$$

позначає узагальнену інтегральну квадратичну оцінку якості перехідних процесів, яка при діагональній матриці β набуває вигляду

$$\sum_{i,j=1}^n \beta_{ii} \int_{t_1}^{t_2} x_i^2 dt, \quad \beta_{ii} \geq 0.$$

Третя складова функціоналу (2)

$$\int_{t_1}^{t_2} u^T k^{-2} u dt = \int_{t_1}^{t_2} \sum_{i=1}^m \frac{u_i^2}{k_i^2} dt = \sum_{i=1}^m \frac{1}{k_i^2} \int_{t_1}^{t_2} u_i^2 dt \quad (5)$$

має сенс оцінки затрат на управління — інтегральної квадратичної оцінки управляючих команд і сигналів у комп’ютерній мережі. Ця величина може бути інтерпретована як зважена сума затрат на управління за час $t_2 - t_1$.

Таким чином, функціонал (2) враховує помилку приведення комп’ютерної мережі до кінцевого (бажаного) стану, якість перехідних процесів і затрати на управляючі дії (сигнали).

Задати функціонал, що мінімізується, означає не тільки визначити його форму, але і призначити коефіцієнти, тобто елементи матриць ρ , β , k^{-2} . Процес синтезу системи оптимального управління КМ проходить у декілька ітерацій. Алгоритм містить такі кроки:

Крок 1. Призначити орієнтовні значення коефіцієнтів матриць ρ , β , k^{-2} функціоналу Лєтова–Калмана (3).

Крок 2. Провести синтез оптимальних за значенням на попередньому кроці функціоналом управлінь.

Крок 3. Проаналізувати процеси у замкнутій системі, виявити недоліки отриманих перехідних процесів.

Крок 4. Внести цілеспрямовані корективи в значення коефіцієнтів матриць ρ , β , k^{-2} функціоналу Лєтова–Калмана (3).

Виконувати кроки 2–4 до отримання задовільного результату.

Якщо початкові коефіцієнти обрано невдало, такий ітераційний (послідовних наближень) підхід дозволяє досягти бажаної якості управління за дві-три процедури синтезу.

Отже, якщо комп’ютерна мережа, як об’єкт управління, можна описати

$$\dot{x} + ax = bu,$$

то оптимальним управлінням, яке мінімізує функціонал (2) є управління

$$u = -k^2 b^T A x, \quad (6)$$

де $A = A^T$ — розв’язок матричного рівняння Ріккати

$$\dot{A} - Aa - a^T A - Abk^2 b^T A = -\beta \quad (7)$$

за виконання граничної умови

$$A(t_2) = \rho. \quad (8)$$

Отже, оптимальне (у сенсі мінімуму квадратичного функціонала) управління лінійним об’єктом є лінійним.

У скалярній формі оптимальне управління (6) і рівнянні (7) мають вид

$$u_i = -k_i^2 \sum_{q=1}^n \sum_{p=1}^n b_{pi} A_{pq} x_q, \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{A}_{pq} - \sum_{v=1}^n A_{pv} a_{vq} - \sum_{v=1}^n a_{vp} A_{vq} - \\ - \sum_{\varepsilon}^n \sum_{\mu}^m \sum_{\nu}^n b_{v\mu} k_{\mu}^2 b_{\varepsilon\mu} A_{p\nu} A_{\nu q} = -\beta_{pq}, \\ A_{pq}(t_2) = \rho_{pq}, \\ p, q = 1, 2, \dots, n; i = 1, 2, \dots, m. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Зауважимо, що величини k_i^2 , які у функціоналі являють собою обернені вагові коефіцієнти при управляючих сигналах для КМ (див. вираз (5)), в оптимальному управлінні є коефіцієнтами підсилення управляючих каналів (див. вираз (9)).

Рівняння (7) та (10) розв’язуються в процесі проектування системи управління, а в закони управління (6) та (9), які реалізуються за допомогою програмного забезпечення ядра СУ КМ, протоколів та засобів управління мережами (SNMP, netflow, OID тощо), закладається готова матриця коефіцієнтів A , розрахована для чотирьох основних режимів роботи мережі (нормальний режим роботи — працездатна мережа, перевантаження, тимчасова (плаваюча) відмова мережі, повна відмова мережі).

Підсумовуючи вищезазначене можна відзначити, що аналітичне конструювання (синтез) СУ КМ за критерієм Лєтова–Калмана зводиться в основному до розв’язання матричного рівняння Ріккати, еквівалентного системі $\frac{1}{2} n(n + 1)$ (в силу симетричності $A_{pq} = A_{qp}$) нелінійних взаємо-

пов'язаних звичайних диференціальних рівнянь (10).

Рівняння (10) або (7) слід інтегрувати у «зворотному часі» $t' = -t$, приймаючи кінцевий момент часу t_2 за початковий.

Похідна по зворотному часу дорівнює похідній по реальному часу, взятій із протилежним знаком, і рівняння (7) і (10), записані у зворотному часі мають вигляд

$$\dot{\mathbf{A}} - \mathbf{A}a - a^T \mathbf{A} - \mathbf{A}b k^2 b^T \mathbf{A} = -\beta, \quad \mathbf{A}(0) = \rho, \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} & \dot{A}_{pq} + \sum_{v=1}^n A_{pv} a_{vq} + \sum_{v=1}^n a_{vp} A_{vq} + \\ & + \sum_{\varepsilon}^n \sum_{\mu}^m \sum_{\nu}^n b_{\nu\mu} k_{\mu\varepsilon}^2 b_{\varepsilon\mu} A_{pv} A_{vq} = \beta, \\ & A_{pq}(0) = \rho_{pq}, \\ & (p, q = 1, 2, \dots, n; i = 1, 2, \dots, m). \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Для чисельного інтегрування системи рівнянь (10) необхідно приблизно операцій множення

$$N = n^4 N_1, \quad (13)$$

де N_1 — загальне число кроків інтегрування.

Унаслідок ітераційної процедури підбору коефіцієнтів функціоналу чисельне інтегрування рівнянь (12) повторюється декілька разів для кожного із чотирьох станів функціонування КМ.

Таким чином, при високих n (багатовимірний об'єкт — яким і являється КМ), необхідна для синтезу оптимального управління обчислювальна потужність ядра СУ є занадто великою. Це головний недолік аналітичного конструювання за критерієм Лєтова–Калмана (2).

Зауважимо, що навіть для стаціонарного об'єкта ($a = \text{const}$, $b = \text{const}$) оптимальні управління в термінальних задачах виявляються не-стаціонарними, оскільки розв'язок рівняння (7) за умови (8) залежить від відносного часу $t_2 - t$.

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}(t_2 - t).$$

Для отримання стаціонарних оптимальних управлінь стаціонарним об'єктом слід визначити усталене рішення рівняння (7), яке задовольняє алгебричному матричному нелінійному рівнянню

$$\mathbf{A}a + a^T \mathbf{A} + \mathbf{A}b k^2 b^T \mathbf{A} = \beta.$$

Це зазвичай здійснюється також шляхом чисельного інтегрування рівняння (11), що виконується доти доки не вийдуть практично усталені (постійні) значення елементів матриці \mathbf{A} .

Труднощі методу аналітичного конструювання за критерієм Лєтова–Калмана, пов'язані з великим обсягом необхідних обчислень, привели до створення іншого варіанту методу аналітичного конструювання, що отримав назву аналітичного конструювання за критерієм узагальненої роботи.

Аналітичне конструювання СУ КМ за критерієм узагальненої роботи

Функціонал, який мінімізується, в даному методі задається у такому вигляді [9]

$$I = x^T(t_2) \rho x(t_2) + \int_{t_1}^{t_2} x^T \beta x dt + \int_{t_1}^{t_2} u^T k^2 u dt + \int_{t_1}^{t_2} x^T \mathbf{A} b k^{-2} b^T \mathbf{A} x dt, \quad (14)$$

де \mathbf{A} задовольняє лінійному матричному рівнянню

$$\dot{\mathbf{A}} - \mathbf{A}a - a^T \mathbf{A} = -\beta \quad (15)$$

при граничній умові (8).

Оптимальне управління, яке надає мінімум функціоналу (14) для об'єкта (1) має формально попередній вигляд (6), але матриця коефіцієнтів \mathbf{A} тепер визначається лінійним рівнянням (15).

При діагональних матрицях ρ , β , k^2 функціонал (14) у скалярній формі приймає вигляд

$$I = \sum_{i,j=1}^n \rho_{ij} x_i^2(t_2) + \int_{t_1}^{t_2} \sum_{i,j=1}^n \beta_{ij} x_i x_j dt + \int_{t_1}^{t_2} \sum_{i=1}^m \frac{u_i^2}{k_i^2} dt + \int_{t_1}^{t_2} \sum_{i=1}^m \left(k_i \sum_{p,q=1}^n b_{pi} A_{pq} x_q \right)^2 dt. \quad (16)$$

Рівняння коефіцієнтів оптимальних управлінь (15) і самі оптимальні управління (6) у скалярній формі мають вигляд

$$\dot{A}_{pq} - \sum_{v=1}^n a_{vq} A_{pv} - \sum_{v=1}^n a_{vp} A_{vq} = -\beta_{pq}, \quad (17)$$

$$A_{pq}(t_2) = \rho_{pq},$$

$$u_i = -k_i^2 \sum_{p,q=1}^n b_{pi} A_{pq} x_q \quad (18)$$

$$(p, q = 1, 2, \dots, n; i = 1, 2, \dots, m).$$

Функціонал узагальненої роботи (14) і (16) А. О. Красовського відрізняється від функціонала Лєтова–Калмана (2) наявністю додаткової складової

$$\int_{t_1}^{t_2} x^T \mathbf{A} b k^2 b^T \mathbf{A} x dt = \int_{t_1}^{t_2} \left(k_i \sum_{p,q=1}^n b_{pi} A_{pq} x_q \right)^2 dt. \quad (19)$$

По-перше, варто відзначити, що коефіцієнти цієї складової функціонала A_{pq} не призначаються, а вираховуються після вирішення задачі синтезу, тобто після розв'язання рівняння (15). Тому функціонал (16) є напіввизначеним. Однак квадратична форма

$$x^T \mathbf{A} b k^2 b^T \mathbf{A} x = \sum_{i=1}^m \left(k_i \sum_{p,q=1}^n b_{pi} A_{pq} x_q \right)^2$$

не від'ємна, отже будь-яке відхилення $x \neq 0$ функціоналом (18) «штрафується» або, у особливому випадку $b^T \mathbf{A} x = 0$, $x \neq 0$ залишається без

наслідків. Окрім того, функціонал (18) має певний фізичний «зміст». Вираз для оптимальних управлінь (18) можна подати у вигляді

$$u_i = -k_i^2 \mathcal{G}_i,$$

де

$$\mathcal{G}_i = \sum_{p,q=1}^n b_{pi} \mathbf{A}_{pq} x_q$$

можна розглядати як сигнали управління.

Тоді функціонал (19) можна записати у вигляді

$$\int_{t_1}^{t_2} \sum_{i=1}^m k_i^2 \mathcal{G}_i^2 dt = \sum_{i=1}^m k_i^2 \int_{t_1}^{t_2} \mathcal{G}_i^2 dt \quad (20)$$

і розглядати як зважену суму сигналів управління у оптимальній системі. Якщо оптимальні управління позначити індексом «опт» ($u_i^{\text{опт}}$), то функціонал (19) можна записати у вигляді

$$\int_{t_1}^{t_2} \sum_{i=1}^m \frac{(u_i^{\text{опт}})^2}{k_i^2} dt$$

і трактувати як зважену суму (із зворотними відносно до виразу (20) коефіцієнтами) роботу сигналів управління u оптимальної системи. Тому для оптимальної системи останні два члена функціоналу узагальненої роботи (14) просто рівні.

Отже, основною перевагою аналітичного конструювання за критерієм узагальненої роботи є істотно менший, ніж в попередньому методі, обсяг обчислень і можливість для ряду випадків отримання остаточного рішення в загальній аналітичній формі.

Задача аналітичного конструювання за критерієм узагальненої роботи зводиться до розв'язання лінійного матричного рівняння (15) або (17), у той час, як аналітичне конструювання за критерієм Лєтова–Калмана (2) потребує розв'язання нелінійного матричного рівняння (7) або (10).

Чисельне інтегрування рівнянь (15) або (17), як і рівнянь (7) або (10), слід проводити у «зворотному часі», приймаючи кінцевий момент часу t_2 за початковий. За цих умов інтегровані рівняння перетворюються до вигляду

$$\dot{\mathbf{A}} + \mathbf{A}a + a^T \mathbf{A} = \beta, \quad \mathbf{A}(0) = \rho, \quad (21)$$

$$\dot{\mathbf{A}}_{pq} + \sum_{\nu=1}^n \mathbf{A}_{p\nu} a_{\nu q} + \sum_{\nu=1}^n a_{\nu p} \mathbf{A}_{\nu q} = \beta_{pq}, \quad \mathbf{A}_{pq}(0) = \rho_{pq}. \quad (22)$$

Неважко приблизно оцінити число множень, необхідних для чисельного інтегрування цих рівнянь. Це число має порядок

$$N = \alpha n^3 N_1, \quad (23)$$

де α — «коефіцієнт повноти» матриці (α — відношення середнього числа ненульових елементів рядків або стовпців до загальної розмірності); N_1 — загальне число кроків.

Співставлення з аналогічною оцінкою, наведеною вище для матричного рівнянні Ріккати,

показує, що трудомісткість рішення на основі критерію узагальненої роботи суттєво (приблизно в n/α раз) менше, ніж при синтезі за методом Лєтова–Калмана. Ця різниця особливо помітна для об'єктів високої розмірності (великих n). Крім того, для лінійних рівнянь справедливий принцип суперпозиції і, знайшовши вимушене рішення (21) або (22) при часткових визначеннях β , наприклад, $\beta_{pq} = 0$, крім одного $\beta_{ii} = 1$, легко визначити матрицю \mathbf{A} за будь-яких інших визначеннях β . Це важливо для згаданого вище процесу ітераційного уточнення коефіцієнтів функціонала.

Конструювання лінійних стаціонарних оптимальних управлінь стаціонарним об'єктом отримується у даному методі шляхом розв'язання лінійних алгебричних рівнянь

$$\mathbf{A}a + a^T \mathbf{A} = \beta$$

або

$$\sum_{\nu=1}^n a_{\nu q} \mathbf{A}_{p\nu} + \sum_{\nu=1}^n a_{\nu p} \mathbf{A}_{\nu q} = \beta_{pq} \\ (p, q = 1, 2, \dots, n).$$

Ці системи лінійних алгебричних рівнянь можна вирішувати типовим способами (наприклад, способом почергового виключення змінних).

Крім того, як для загального випадку нестационарного об'єкта і нестационарного функціоналу, так і для більш вузького, але практично важливого випадку стійкого стаціонарного об'єкта коефіцієнти оптимальних управлінь виражаються через вагові функції керованого об'єкта.

Фундаментальна матриця вагових функцій, або просто фундаментальна матриця лінійного об'єкта, має вид

$$\varpi(t, t') = \|\varpi_{ik}(t, t')\|.$$

Задовольняє рівнянню

$$\dot{\varpi} + a\varpi = 0, \quad \varpi(t', t') = 1,$$

де $\dot{\varpi}$ — матрична похідна по першому аргументу.

Для стаціонарного об'єкта вагові функції залежать від різниці аргументів

$$\varpi(t - t') = \|\varpi_{ik}(t - t')\|, \quad \dot{\varpi} + a\varpi = 0, \quad \varpi(0) = 1.$$

У скалярній формі відповідні рівняння мають вигляд

$$\dot{\varpi}_{ik} + \sum_{\nu=1}^n a_{i\nu} \varpi_{\nu k} = 0, \\ \varpi_{ik}(0) = \begin{cases} 1 \text{ якщо } i = k \text{ (} i, k = 1, 2, \dots, n \text{)}, \\ 0 \text{ якщо } i \neq k \end{cases} \quad (24)$$

і складають n групу по n рівнянь.

Для стійкого стаціонарного лінійного об'єкта коефіцієнти оптимальних по стаціонарному критерію узагальненої роботи

$$I = \int_0^{\infty} x^T \beta x dt + \int_0^{\infty} u^T k^{-2} u dt + \int_0^{\infty} x^T A b k^2 b^T A x dt$$

управління визначаються через інтегральні квадратичні оцінки вагових функцій, відповідно до формул

$$A = \int_0^{\infty} \varpi^T(t) \beta \varpi(t) dt, \quad (25)$$

$$A_{pq} = + \sum_{v, \mu=1}^n \beta_{v\mu} \int_0^{\infty} \varpi_{vp}(t) \varpi_{\mu q}(t) dt. \quad (26)$$

Інтегральні квадратичні оцінки

$$\int_0^{\infty} \varpi_{vp}(t) \varpi_{\mu q}(t) dt. \quad (27)$$

Можуть визначатися безпосередньо в ході чисельного інтегрування рівнянь (24), що позбавляє від необхідності запам'ятовування $\varpi_{ik}(t)$.

Для такого обчислення дві однакові системи n -го порядку (24) інтегруються одночасно з різними початковими умовами (для першої системи $\varpi_{pp}(0) = 1$, для другої — $\varpi_{qq}(0) = 1$). Обчислення (27) і оптимальних коефіцієнтів (25) проводять кроками паралельно з чисельним інтегруванням. Загальне число операцій множення, необхідних для чисельного визначення A , відповідно до цієї методики оцінюється такою самою формулою (23), як і в попередньому випадку прямого чисельного інтегрування лінійних рівнянь (22).

Однак у даному варіанті методу доводиться інтегрувати одночасно лише n взаємопов'язаних рівнянь, тоді як система рівнянь (22) має порядок $\frac{1}{2} n(n+1)$. Це суттєво спрощує всю процедуру синтезу, особливо за високих порядків n .

Також слід відзначити, що вирази типу (25), (26) дозволяють у певних випадках отримати загальні аналітичні вирази для коефіцієнтів оптимальних управлінь.

Отже, метод аналітичного конструювання за критерієм узагальненої роботи є більш економним, в обчислювальному сенсі — ефективним методом синтезу оптимальних управлінь для комп'ютерної мережі.

Порівняльний аналіз необхідної обчислювальної продуктивності СУ КМ

Для комп'ютерних мереж великого масштабу (десятки і сотні активних вузлів) вибір параметрів для моніторингу та їх кількості є непростою задачею, яка потребує окремого дослідження.

Відстежувати всі параметри, які закладені у дерево бази МІВ кожного маршрутизатора або комутатора (і відповідно, кожного порту цього пристрою) не має особливого сенсу з трьох основних причин. По-перше, не всі параметри змінюються настільки часто, щоб відстежувати їх постійно. По-друге, з одного боку аналіз всіх параметрів дає

можливість більш детально вивчити стан мережі, але з іншого боку перевантажує адміністратора мережі і змушує відволікатися на дрібниці. По-третє, необхідна невинувато висока продуктивність системи управління мережею. Крім того, слід враховувати, що моніторинг можна проводити з інтервалом від 1 до 9999 секунд. Ураховуючи вищевикладене, доцільно використовувати обмежений набір основних параметрів для постійного моніторингу.

У деяких платформних системах пропонується проводити моніторинг 27 змінних для кожного порту та 4 інтегральних показники для мультимедійного трафіку [3]. Варто враховувати, що деякі показники розраховуються за допомогою двох параметрів (наприклад, швидкість передачі даних на порту).

Значимо декілька найбільш інформативних параметрів для моніторингу стану КМ:

- *статус порту* (ввімкнений/вимкнений);
- *пропускна здатність* (швидкість) портів дозволяє оцінити завантаженість каналів і, відповідно, планувати трафік та управляти потужностями активного мережного обладнання. Швидкість передачі розраховується з двох показників — кількості прийнятих та кількості відправлених пакетів. Потім порівнюється з попереднім значенням швидкості для цього порту;
- *відсоток пакетів з помилками* розраховується з параметрів кількості отриманих пакетів з помилками та кількості не відправлених через помилки пакетів;
- *широкомовний трафік* дозволить оцінити кількість переданих пакетів *broadcast*, *multicast*, *unicast*;
- *стан процесора* — рівень завантаження CPU, зайнята пам'ять, стан температури дозволить оцінити завантаженість пристрою і запобігти його повній відмові.

Стан активного мережного обладнання можна відслідковувати через запити по протоколу SNMP. Для цього необхідно вказувати ідентифікатор об'єкта (OID) в МІВ-базі. Як правило, використовують стандартні ідентифікатор об'єкта із RFC1213 і RFC2233 [12, 13]. Рекомендується моніторити такі основні параметри [14, 15, 16]:

- .1.3.6.1.2.1.1.3.0 — Uptime — час безперервної роботи;
- .1.3.6.1.2.1.2.2.1.8.X — статус порту: 1(up) / 2(down);
- .1.3.6.1.2.1.2.2.1.16.X — відправлено байт;
- .1.3.6.1.2.1.2.2.1.10.X — прийнято байт;
- .1.3.6.1.2.1.31.1.1.1.5.X — відправлено broadcast пакетів;
- .1.3.6.1.2.1.31.1.1.1.3.X — прийнято broadcast пакетів;

- .1.3.6.1.2.1.31.1.1.1.4.X — відправлено multicast пакетів;
- .1.3.6.1.2.1.31.1.1.1.2.X — прийнято multicast пакетів;
- .1.3.6.1.2.1.2.2.1.17.X — відправлено unicast пакетів;
- .1.3.6.1.2.1.2.2.1.11.X — прийнято unicast пакетів;
- .1.3.6.1.2.1.2.2.1.20.X — помилок при відправці;
- .1.3.6.1.2.1.2.2.1.14.X — помилок при отриманні;
- .1.3.6.1.4.1.9.9.109.1.1.1.5.1 — відсоток завантаження процесора (CPU);
- .1.3.6.1.4.1.9.9.48.1.1.1.5.1 — зайнята пам'ять (в байтах);
- .1.3.6.1.4.1.9.5.1.2.13.0 — статус температури (1 — нормальна, 2 — підвищена, 3 — критична).

Отже можна використовувати від 3 до 15 основних параметрів.

Використовуючи (13) і (23) розраховано необхідну обчислювальну потужність СУ КМ при знаходженні оптимального управління за критеріями Лєтова–Калмана та узагальненої роботи А. О. Красовського. При розрахунках використані такі умови: кількість параметрів для моніторингу від 3 до 15; кількість активного мережного обладнання 50; кількість портів у кожному пристрої — 24; інтервал перевірки параметрів 60 с, точність розрахунків при інтегруванні 0,1.

Отримані залежності необхідної обчислювальної потужності від кількості параметрів моніторингу у звичайному та логарифмічному масштабі показано на рис. 1.

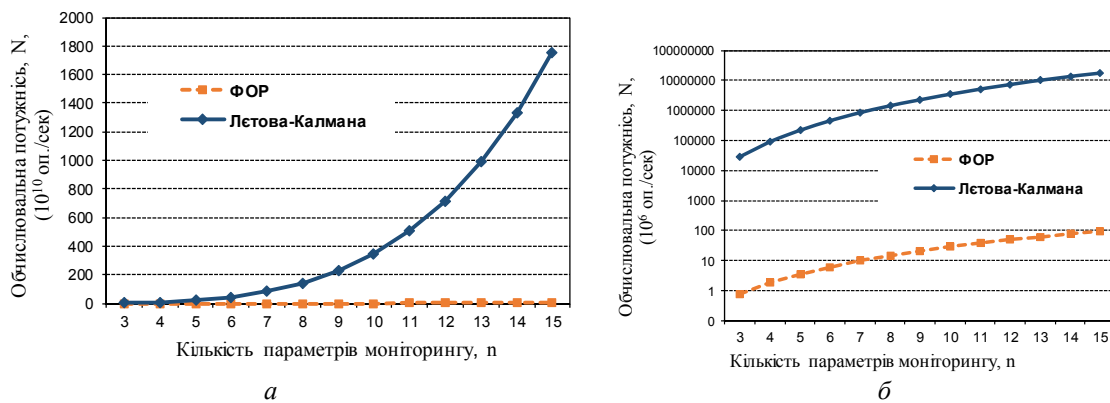


Рис. 1. Графік залежності необхідної обчислювальної потужності від кількості параметрів моніторингу: а — звичайний масштаб; б — логарифмічний масштаб

Очевидно, що знаходження оптимального управління за критерієм Лєтова–Калмана необхідно забезпечити обчислювальну потужність на декілька порядків більшу ніж при знаходженні оптимального управління за критерієм узагальненої роботи А. О. Красовського.

Розраховано також необхідну обчислювальну потужність при оптимізації за функціоналом узагальненої роботи при різних ступенях розрідженості матриці (рис. 2). Для різних режимів роботи комп'ютерної мережі: нормальний режим роботи — працездатна мережа ($\alpha = 0,1$), перевантаження ($\alpha = 0,5$), тимчасова (плаваюча) відмова мережі ($\alpha = 0,75$), повна відмова мережі ($\alpha = 1$) прослідковується закономірність, що при збільшенні ненульових елементів у матриці затрати на знаходження оптимального управління за функціоналом узагальненої роботи збільшуються.

Висновки

Якість надання послуг кінцевому користувачу комп'ютерних мереж напряму залежить від ефективності управління наявною мережною інфраструктурою.

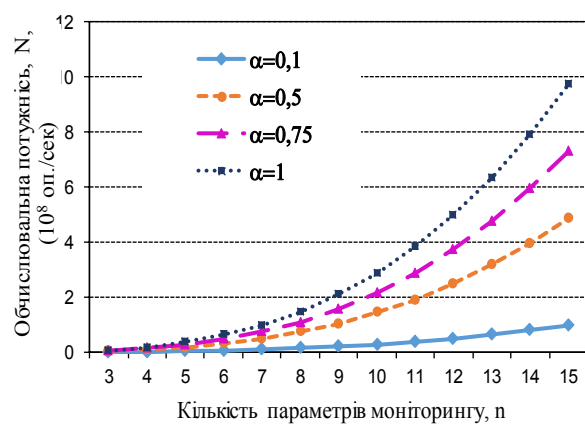


Рис. 2. Графік залежності необхідної обчислювальної потужності N від ступеня розрідженості матриці α (для різних режимів роботи мережі)

Ефективність існуючих систем управління КМ прямо залежить від людського фактору — досвіду та кваліфікації адміністратора мережі. Автоматизація роботи СУ КМ дозволить зменшити вплив людського фактору на якість надання послуг користувачам.

Для синтезу системи управління складним технічним об'єктом — комп'ютерною мережею, доцільно застосовувати методи оптимізації, засновані на мінімізації функціоналів якості управління. Оптимізація може проводитись за різними критеріями. Від виду цільового функціоналу залежить якість СУ КМ: швидкодія, точність, обсяг додаткових управляючих дій (інформаційних сигналів) тощо.

Аналітичне конструювання СУ КМ, оптимальної за критерієм Лєтова-Калмана та узагальненої роботи А. О. Красовського показало переваги останнього методу. Труднощі методу аналітичного конструювання за критерієм Лєтова-Калмана, пов'язані з великим обсягом необхідних обчислень. Задача аналітичного конструювання за критерієм узагальненої роботи зводиться до розв'язання лінійного матричного рівняння, в той час, як аналітичне конструювання за критерієм Лєтова-Калмана потребує розв'язання нелінійного матричного рівняння. Трудомісткість рішення на основі критерію узагальненої роботи суттєво (приблизно в n/α раз) менше, ніж при синтезі за методом Лєтова-Калмана. Ця різниця особливо помітна для об'єктів високої розмірності, якими є комп'ютерні мережі.

За результатами порівняльного аналізу необхідної обчислювальної потужності можна зробити висновок, що для СУ, сконструйованої за критерієм узагальненої роботи при кількості параметрів моніторингу рівній 7 знадобиться на приблизно на 10^4 оп/сек менше ніж для такої ж системи за критерієм Лєтова-Калмана.

ЛІТЕРАТУРА

1. **Solutions** for any kind of IT infrastructure. URL: <https://www.zabbix.com> (access date 12.11.2019)
2. **Enterprise** class open source network management. <https://www.opennms.com> (access date 25.09.2019)
3. **Cisco Prime Infrastructure**. URL: <https://www.cisco.com/c/en/us/products/cloud-systems-management/prime-infrastructure/index.html> (access date 01.11.2019)
4. **Network** monitoring with granular visibility. URL: <https://www.hpe.com/ru/ru/networking/management.html> (access date 12.10.2019)
5. **IBM Tivoli Monitoring**. URL: https://www.ibm.com/support/knowledgecenter/SS3JR_N_7.2.1/com.ibm.itm.doc_6.3fp2/welcome.htm (access date 06.11.2019)
6. **Naumen Network Manager**. URL: https://www.naumen.ru/products/network_manager/ (access date 12.09.2019)
7. **Савченко А. С.** Концептуальная модель системы управления крупной корпоративной сетью. *Проблемы информатизации та управління*. 2011. Вип.2(34). С. 120-128.
8. **Красовский А. А.** Основы теории авиационных тренажеров. М.: Машиностроение, 1995. 304 с.
9. **Красовский А. А.** Пилотажно-навигационные комплексы. Изд-во.: ВВИА им. Н. Е. Жуковского, 1975. 183 с.
10. **Евсеева О. Ю.,** Ильяшенко Е. Н., Ткачева Е. Б. Математическая модель и метод комплексного управления ресурсами транспортной программно-конфигурируемой сети. *Проблемы телекоммуникаций*. 2016. Т. 18. Вип. 1. С. 22–35.
11. **Лебеденко Т. М.,** Мокряк А. А., Симоненко О. В., Черкасов А. В., Власенко А. О. Вдосконалення та дослідження методу збалансованого управління чергами на інтерфейсах маршрутизаторів телекомунікаційної мережі. *Проблемы телекоммуникаций*. 2018. Т. 23. Вип. 2. С. 62-74. DOI: 10.30837/pt.2018.2.05.
12. **RFC1213**. URL: <https://tools.ietf.org/html/rfc1213> (access date 24.10.2019)
13. **RFC2233**. URL: <https://tools.ietf.org/html/rfc2233> (access date 24.10.2019)
14. **Cisco Community**. Networking Documents — OID List. URL: <https://community.cisco.com/t5/networking-documents/oid-list/ta-p/3117547> (access date 12.11.2019)
15. **List** of SNMP OID and MIB for Cisco. URL: <https://ixnfo.com/cisco-snmp-oid-mib.html> (access date 11.11.2019)
16. **SNMP** OID and MIB for interfaces. URL: <https://ixnfo.com/spisok-snmp-oid-i-mib-dlya-interfeysov.html> (access date 12.09.2019)

Савченко А. С., Моденов Ю. Б., Климова А. С., Чуба І. В., Куликовський Р. М.

АНАЛІТИЧНЕ КОНСТРУЮВАННЯ СИСТЕМИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛІННЯ КОМП'ЮТЕРНОЮ МЕРЕЖЕЮ

Стаття присвячена розробці системи управління комп'ютерною мережею. Для синтезу системи управління складним технічним об'єктом — комп'ютерною мережею, — доцільно застосовувати методи оптимізації, засновані на мінімізації функціоналів якості управління. Від виду цільового функціоналу оптимізації залежить якість системи управління комп'ютерною мережею: швидкодія, точність, обсяг додаткових управляючих дій (інформаційних сигналів) тощо. Мета роботи полягає у порівнянні систем оптимального управління при аналітичному конструюванні за різними критеріями. Аналітичне конструювання системи управління комп'ютерною мережею, оптимальної за критерієм Лєтова-Калмана та узагальненої роботи А. О. Красовського показало переваги останнього методу. Труднощі методу аналітичного конструювання за критерієм Лєтова-Калмана, пов'язані з великим обсягом необхідних обчислень. Задача аналітичного конструювання за кри-

терієм узагальненої роботи зводиться до розв'язання лінійного матричного рівняння, в той час, як аналітичне конструювання за критерієм Летова-Калмана потребує розв'язання нелінійного матричного рівняння. Трудомісткість рішення на основі критерію узагальненої роботи суттєво (приблизно в n/α раз) менше, ніж при синтезі за методом Летова-Калмана. Ця різниця особливо помітна для об'єктів високої розмірності, якими є комп'ютерні мережі. В роботі представлені порівняльні характеристики необхідної обчислювальної потужності для системи управління, сконструйованої за критерієм Летова-Калмана і узагальненої роботи. Показано, що функціонал узагальненої роботи дає перевагу в обчислювальній потужності приблизно у 10^4 оп/сек при однаковій кількості параметрів моніторингу мережі. Проаналізовано також залежності необхідної обчислювальної потужності від ступеня розрідженості матриці стану мережі (для різних режимів роботи.)

Ключові слова: комп'ютерна мережа; система управління; критерій оптимізації; обчислювальна потужність.

Savchenko A., Modenov Yu., Klimova A., Chuba I., Kulikovskiy R.

ANALYTICAL CONSTRUCTION OF OPTIMUM CONTROL COMPUTER NETWORKS

This article is about developing a computer network control system. In order to synthesize the control system of a complex technical object - a computer network - it is advisable to use optimization methods based on the minimization of control quality functionals. The quality of the computer network control system depends on the type of optimization target functionality: speed, accuracy, amount of additional control actions (information signals), etc. The purpose of the work is to compare the optimal control systems for analytical design by different criteria. Analytical design of a computer network control system, optimized by the Letov-Kalman criterion and generalized work by A. Krasovsky showed the advantages of the latter method. The difficulties of the analytical method of the Letov-Kalman criterion are related to the large volume of necessary calculations. The problem of analytic construction by the criterion of generalized work is reduced to solving a linear matrix equation, while analytical construction by the Letov-Kalman criterion requires solving a nonlinear matrix equation. The complexity of the solution on the basis of the criterion of generalized work is significantly (approximately n/α times) less than in the synthesis by the Letov-Kalman method. This difference is particularly noticeable for high-dimensional objects such as computer networks. The paper presents the comparative characteristics of the required computing power for a control system designed according to the Letov-Kalman criterion and generalized work. Generalized work functionality is shown to have an advantage in computing power of approximately 10^4 op/s with the same number of network monitoring parameters. The dependences of the required computing power on the degree of sparse matrix of the network state matrix (for different modes of operation) are also analyzed.

Keywords: computer network; control system; optimization criterion; computing power.

Савченко А. С., Моденов Ю. Б., Климова А. С., Чуба И. В., Куликовський Р. М.

АНАЛІТИЧНЕ КОНСТРУЮВАННЯ СИСТЕМИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛІННЯ КОМП'ЮТЕРНОЮ МЕРЕЖЕЮ

Статья посвящена разработке системы управления компьютерной сетью. Для синтеза системы управления сложным техническим объектом - компьютерной сетью, - целесообразно применять методы оптимизации, основанные на минимизации функционалов качества управления. От вида целевого функционала оптимизации зависит качество системы управления компьютерной сетью: быстрдействие, точность, объём дополнительных управляющих действий (информационных сигналов) и др. Цель работы заключается в сравнении систем оптимального управления при аналитическом конструировании по различным критериям. Аналитическое конструирование системы управления компьютерной сетью, оптимальной по критерию Летова-Калмана и обобщенной работы А. А. Красовского показало преимущества последнего метода. Трудности метода аналитического конструирования по критерию Летова-Калмана, связанные с большим объемом необходимых вычислений. Задача аналитического конструирования по критерию обобщенной работы сводится к решению линейного матричного уравнения, в то время, как аналитическое конструирование по критерию Летова-Калмана требует решения нелинейного матричного уравнения. Трудоемкость решения на основе критерия обобщенной работы существенно (примерно в n/α раз) меньше, чем при синтезе методом Летова-Калмана. Эта разница особенно заметна для объектов высокой размерности, которыми являются компьютерные сети. В работе представлены сравнительные характеристики необходимой вычислительной мощности для системы управления, сконструированной по критерию Летова-Калмана и обобщенной работы. Показано, что функционал обобщенной работы дает преимущество в вычислительной мощности примерно в 10^4 оп/сек при одинаковом количестве параметров мониторинга сети. Проанализированы также зависимости необходимой вычислительной мощности от степени разреженности матрицы состояния сети (для разных режимов работы).

Ключевые слова: компьютерная сеть; система управления; критерий оптимизации; вычислительная мощность.

Стаття надійшла до редакції 15.11.2019 р.

Прийнято до друку 23.12.2019 р.