DOI: 10.18372/2310-5461.40.13271

УДК 626.4:681.3

С. В. Герасимов, д-р техн. наук, старш. наук. співроб.
Харківський національний університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба
orcid.org/0000-0003-1810-0387
e-mail: gsvnr@ukr.net;

О. І. Тимочко, д-р техн. наук, проф.
Харківський національний університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба
orcid.org/0000-0002-4154-7876
e-mail: timochko.alex@gmail.com;

О. М. Тимощук, д-р техн. наук, доц.
Державний університет інфраструктури та технологій
orcid.org/0000-0003-3684-6182
e-mail: mnielena@gmail.com;

А. П. Шевченко, аспірант,
Державний університет інфраструктури та технологій
orcid.org/0000-0001-8892-8954
e-mail: shevchenko2017@ukr.net;

В. В. Трішин, старш. викладач,
Дунайський факультет морського та річкового транспорту,
Державний університет інфраструктури та технологій
orcid.org/0000-0002-6592-1256
e-mail: bog2603@ukr.net

ОПТИМАЛЬНИЙ АЛГОРИТМ ОБРОБКИ НАВІГАЦІЙНОЇ ІНФОРМАЦІЇ В СИСТЕМАХ УПРАВЛІННЯ ВОДНИМИ ТРАНСПОРТНИМИ ЗАСОБАМИ

Вступ

Інерціальні навігаційні системи при управлінні рухом водних транспортних засобів є основою сучасних навігаційних комплексів. Це зумовлюється тим, що вони дають повну інформацію про навігаційні параметри руху — кути курсу, диференту, крену; прискорення, швидкості руху й координати місця засобу. При цьому вони повністю автономні, тобто не потребують будь-якої інформації ззовні. Завдяки можливості визначати кутове положення об'єкту з високою точністю в будь-якому діапазоні кутів і з високою частотою видачі інформації, інерціальні навігаційні системи не мають на сьогодні альтернативи [1; 2].

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Розробкою основ інерціальної навігації займалися ще до 1930-х років минулого століття. При цьому значну роль в теоретичних основах інерціальної навігації відіграє теорія стійкості механічних систем, великий внесок в яку вніс математик О. М. Ляпунов [3; 4].

Практична реалізація методів інерціальної навігації пов'язана зі значними труднощами, викликаними необхідністю забезпечити високу точність і надійність роботи всіх пристроїв при заданих вагах і габаритах.

Підвищення точності навігації водних транспортних засобів пов'язано з удосконаленням як вимірювальної апаратури, так і математичного забезпечення розв'язання завдань обробки інформації [5–11].

Тому, завдання, спрямовані на досягнення високого рівня точності навігації повинні бути реалізовані за рахунок використання ефективних методів обробки інформації та врахування впливу нерегулярності фігури Землі. Ясно, що ускладнення алгоритмів навігації доцільно лише в умовах малих інструментальних похибок навігаційних систем, які забезпечуються сьогодні лише в ряді випадків [12–14].

Постановка завдання дослідження

У зв'язку з цим актуальне наукове завдання в галузі навігації та управлінні рухом: синтез методів та моделей підвищення ефективності морської навігації в умовах невизначеності.

Мета статті — створити математичний апарат для розробки оптимального алгоритму обробки навігаційної інформації при управлінні рухом водних транспортних засобів.

Оптимальний алгоритм обробки навігаційної інформації у системах управління водних транспортних засобів

На основі аналізу навігаційних систем і факторів, які впливають на ефективність їх функціонування, вихідний сигнал $\tilde{\psi}$ навігаційної системи, що виробляє l-вимірний вектор ψ навігаційних параметрів, для випадку дискретного часу можна записати у вигляді

$$\tilde{\psi}(k) = \psi(k) + \Delta\psi(k) = \psi(k) + B_1(k)X_1(k), \quad (1)$$

де $X_1 = \left(\Delta\psi^T, \Delta^T\right)^T$ — вектор розмірності r_1, що описує помилки навігаційної системи і задовольняє системі рівнянь:

$$X_1(k) = A_1\left[X_1(k-1), k\right] + W_1(k). \quad (2)$$

У виразі (2) B_1 – $[l \times r_1]$ — матриця виду $[E \mid 0]$, причому E — одинична $[l \times l]$ матриця, 0 — нульова $[l \times r_1 - l]$. У більш загальному випадку вектор $\Delta\psi$ не є під вектором X_1, а являє собою лінійну комбінацію його компонентів. Як приклад наведемо співвідношення

$$\Delta\psi = B_1 X_1. \quad (3)$$

Ясно, що на основі опису похибок навігаційної системи, заданої системою рівнянь (2) і матрицею B_1, можливе вирішення завдання аналізу точності вироблення навігаційних параметрів, що складається у визначенні властивостей випадкового вектора $\Delta\psi$.

Положення якісно змінюється, якщо одночасно з навігаційною системою, що виробляє вектор $\tilde{\psi}$, функціонує принаймні ще одна навігаційна система, для вихідного сигналу Y якої маємо відповідно

$$Y(k) = F\left[\Delta\psi(k), k\right] + n(k),$$

де F — відома, у загальному випадку нелінійна, функція від навігаційних параметрів; $n = n_1 + n_2$ — помилка вимірювання, причому n_1 і n_2 рівні: V — повільно змінна та високочастотна (білошумна) складові помилки цієї навігаційної системи.

Будемо вважати, що

$$n_1(k) = B_2(k)X_2(k). \quad (4)$$

Тут r_2-вимірний вектор X_2 задовольняє рівнянню:

$$X_2(k) = A_2(k)X_2(k-1) + W_2(k). \quad (5)$$

При функціонуванні декількох навігаційних систем (саме цей загальний випадок розглянуто далі) сигнал $Y(k)$ є вектором. Усі пов'язані з цим сигналом вирази є матричними.

Вираз для вимірювання з використанням (3) і (4) отримаємо у вигляді

$$Y(k) = F_1\left[X_1(k), k\right] + B_2(k)X_2(k) + V(k). \quad (6)$$

Тут F_1 — відома функція X_1 і k, що виражається через F і B_1.

Уведемо розширений r-вимірний вектор $X = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix}$, $r = r_1 + r_2$, що описується системою рівнянь

$$X(k) = A\left[X(k-1), k\right] + W(k). \quad (7)$$

де $W = \begin{pmatrix} W_1 \\ W_2 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_2 \end{pmatrix}$.

Перепишемо вираз (6) у вигляді

$$Y(k) = H\left[X(k), k\right] + V(k). \quad (8)$$

Зауважимо, що з виразів (4), (5)випливає:

$$H(0) = 0. \quad (9)$$

За наявності принаймні двох одночасно працюючих навігаційних систем (як правило, перша — безперервно діюча система типу інерційної або зчислення координат; другій зручно надати сенс системи, що коригує першу) можлива постановка завдання отримання оцінки $\hat{\psi}(k)$ вектора навігаційних параметрів за вимірами $Y(i)$, виконаними на інтервалі $i \in [0, k]$, де 0 — момент початку роботи навігаційних систем. Ясно, що оцінка повинна забезпечувати мінімум різниці $\hat{\psi}(k) - \psi(k)$.

Легко зрозуміти, що рішення цього завдання еквівалентно отриманню оцінки $\Delta\hat{\psi}$ вектора $\hat{\psi} - \psi$, що забезпечує малу величину

$$\varepsilon(k)=\Delta\hat{\psi}(k)-\Delta\psi(k), \qquad (10)$$

отже, прийнявши $\hat{\psi}=\hat{\psi}-\Delta\hat{\psi}$, отримаємо: $\hat{\psi}-\psi=\varepsilon$.

Оскільки ε — випадковий вектор у силу випадковості X і Y, його рівень можна схарактеризувати тільки в середньому за множиною можливих значень X і Y. Для цього зручно використовувати коваріаційну матрицю $G_\varepsilon=M\left(\varepsilon\varepsilon^T\right)$, де $M(\cdot)$ передбачає осереднення за X і Y.

Нехай оцінка $\hat{\psi}$ є оптимальною (на відміну від будь-якої іншої оцінки $\overline{\psi}$), якщо

$$\Delta_\varepsilon=\overline{G}_\varepsilon-G_\varepsilon\geq 0, \qquad (11)$$

де $\overline{G}_\varepsilon=M\left[\left(\Delta\overline{\psi}-\Delta\psi\right)\left(\Delta\overline{\psi}-\Delta\psi\right)^T\right]=M\left(\overline{\varepsilon}\cdot\overline{\varepsilon}^T\right)$, $\Delta\overline{\psi}=\overline{\psi}-\psi$, $\overline{\varepsilon}=\Delta\overline{\psi}-\Delta\psi$; нерівність означає позитивну визначеність симетричної матриці Δε.

Відзначимо, що отримання оптимальної оцінки $\hat{\psi}$ вектора помилок навігаційних параметрів в силу критерію (11) узгоджується з основними вимогами навігаційної практики. Дійсно, використовуючи властивості позитивно визначених матриць [5], зауважимо, що діагональні елементи матриці Δε з виразу (11) невід'ємні. Але ці елементи є різницю дисперсій помилок довільної *nf* оптимальної оцінок компонентів вектора Δψ.

Отже, середньоквадратичні помилки оптимальних оцінок всіх навігаційних параметрів ψ мінімальні. Звідси поширена назва критерію (11) — критерій мінімуму середньоквадратичної помилки.

Далі, при розподілі векторів помилки оцінки за нормальним законом поверхні рівних значень щільності утворюють еліпсоїди розсіювання, рівняння яких мають вигляд

$$\varepsilon^T G_\varepsilon^{-1}\varepsilon=l^2. \qquad (12)$$

При фіксованому l об'єм еліпсоїду пропорційний $\left|G_\varepsilon\right|^{1/2}$, а ймовірність з якою вектор ε прийме значення всередині еліпсоїда (12), становить $1-\exp\left(\dfrac{-l^2}{2}\right)$ [2]. Покажемо, що з виразу (11) випливає нерівність

$$\left|G_\varepsilon\right|\leq\left|\overline{G}_\varepsilon\right|, \qquad (13)$$

що визначає мінімальність обсягу еліпсоїда розсіювання помилки оптимальної оцінки.

Перетворимо вектори помилок ε і $\overline{\varepsilon}$ за допомогою невиродженої матриці T так, щоб для коваріацій вектора ε′ = Tε виконувалась рівність

$$G'_\varepsilon=TG_\varepsilon T^T=diag(\lambda)=\lambda E.$$

Зауважимо, що, по-перше, G'_ε і $\overline{G}'_\varepsilon=T\overline{G}_\varepsilon T^T$ також задовольняють нерівності (11), по-друге, нерівність (поки невідома нам) для визначників $\left|G_\varepsilon\right|$ і $\left|\overline{G}_\varepsilon\right|$ зберігається й для визначників $\left|G'_\varepsilon\right|$ і $\left|\overline{G}'_\varepsilon\right|$, оскільки для $C=AB$ маємо $|C|=|A|\times|B|$ [7].

Визначимо коваріацію $\overline{\varepsilon}'=T\overline{\varepsilon}$ з використанням:

$$\overline{G}'_\varepsilon=\overline{U}^T diag\left(\overline{\lambda}_i\right)\overline{U}, \qquad (14)$$

де $\overline{\lambda}_i$ — власні числа матриці $\overline{G}'$.

Структура $\overline{G}'_\varepsilon$ дозволяє представити її у вигляді $G'_\varepsilon=\overline{U}^T diag\left(\lambda_i\right)\overline{U}$. З урахуванням цього факту та підстановки рівняння (14) в (11) доходимо до нерівності $\overline{\lambda}_i\geq\lambda$, звідки отримуємо доказ нерівності (13):

$$\left|\overline{G}'_\varepsilon\right|=\left|\overline{U}\right|^2\prod_{i=1}^{r}\overline{\lambda}_i=\prod_{i=1}^{r}\overline{\lambda}_i\geq\lambda^r=\left|G'_\varepsilon\right|.$$

Тут використано таку рівність: $\left|\overline{U}^T\right|\cdot\left|\overline{U}\right|=\left|\overline{U}\right|^2=1$.

Також зауважимо, що отримані властивості критерію виконуються й для підвектора ε. Для цього достатньо у будь-якому векторі a, що має квадратичну форму, залишити ненульовими елементи, відповідних компонентів вектора Δψ, які нас цікавлять. Це дозволить переконатися, зокрема, при застосуванні загального критерію в мінімальності середньоквадратичної помилки оцінки будь-якої лінійної комбінації компонентів Δψ, мінімальності площі еліпса розсіювання помилки оцінки координат об'єкта тощо.

Щоб уникнути методичних труднощів, пов'язаних з формуванням визначника коваріаційної матриці та інших форм критерію (11) у разі різної фізичної розмірності навігаційних параметрів, будемо вважати, що ці параметри деяким масштабним перетворенням попередньо наведені до однієї розмірності.

Переписавши вираз (3) у вигляді Δψ = BX, де $B=(B_1, O)$, O — нульова матриця розміру $[l\times r_2]$, поставимо завдання оцінки вектора $X(k)$ за вимірюваннями $Y_0^k=\left\{Y(i), i=\overline{0,k}\right\}$ у силу критерію

$$\Delta_\varepsilon(k)=\left[\overline{G}(k)-G(k)\right]\geq 0. \qquad (15)$$

Тут за аналогією з виразу (11) введено

$$G=M\left[\left(X-\hat{X}\right)\left(X-\hat{X}\right)^T\right];$$

$$\overline{G}=M\left[\left(X-\overline{X}\right)\left(X-\overline{X}\right)^T\right],$$

де $\hat{X}$ — оптимальна, а $\overline{X}$ — будь-яка оцінка X.

Як уже зазначалося, оцінка $\hat{A}\hat{X}$ лінійної комбінації компонентів вектора; X — оптимальна оцінка вектора $\Delta\psi$ помилок навігаційних параметрів

$$\Delta\hat{\psi} = \hat{A}\hat{X} . \quad (16)$$

Отже, розв'язання задачі оптимальної оцінки X за вимірюваннями Y_0^k з використанням (16) і співвідношення $\hat{\psi} = \hat{\psi} - \Delta\hat{\psi}$, призводить до оптимальної оцінки вектора навігаційних параметрів. «Розширення» завдання — оцінювання вектора X високої розмірності для отримання оцінки підвектора $\Delta\psi$ зазвичай меншої розмірності забезпечує можливість застосування марковського підходу, який відкриває шляхи спрощення обчислювальної процедури фільтрації. Результати цього підрозділу носять загальний характер; під вектором X можна розуміти і підвектор $\Delta\psi$.

У загальній теорії статистичної фільтрації одним з основних результатів: оптимальна за критерієм (15) оцінка вигляду

$$\hat{X}(k) = M\left[X(k)/Y\right], \quad (17)$$

де Y — деяка сукупність вимірювань вектора $X(k)$; символ $M(\cdot/\cdot)$ означає умовне математичне очікування. Покажемо це.

Нехай $\overline{X}(k)$ — оцінка $X(k)$, вироблена за вимірюваннями Y будь-яким фільтром. Помилці цієї оцінки $\overline{\varepsilon}(k) = \overline{X}(k) - X(k)$ надамо вигляду

$$\overline{\varepsilon} = \overline{X} - X + \hat{X} - \hat{X} = \varepsilon + \delta , \quad (18)$$

де ε — оцінка помилки (17); $\delta(k) = \overline{X}(k) - \hat{X}(k)$.

Коваріаційну матрицю помилки оцінки $\overline{X}(k)$ у виразі (18) запишемо у вигляді

$$\overline{G} = G + M\left(\varepsilon\delta^T\right) + M\left(\delta\varepsilon^T\right) + M\left(\delta\delta^T\right). \quad (19)$$

Зауважимо, що математичне очікування в цій формулі береться за сукупністю випадкових величин $X(k)$ і Y і знайти його можна послідовно: $M_{XY}(\ ) = M_Y\left[M_X(\ /Y)\right]$.

Користуючись цим правилом, запишемо

$$\tilde{O}\left(\varepsilon\delta^T\right) = M_Y\left[M_X\left(\varepsilon\delta^T/Y\right)\right].$$

Додаткова помилка $\delta(k)$ — різниця оцінок — є функцією вимірювань і при фіксованих Y не залежить від $X(k)$. Те ж саме справедливо для оцінки $\hat{X}(k)$. Тому δ і $\hat{X}$ можуть бути винесені за знак умовного математичного очікування:

$$\grave{I}\ \left(\varepsilon\delta^T\right) = M_Y\left[M_X\left(X - \hat{X}/Y\right)\delta^T\right] =$$

$$= M_Y\left\{\left[M\left(X/Y\right) - \hat{X}\right]\delta^T\right\}.$$

Використовуючи (17), отримаємо рівність

$$M\left(\varepsilon\delta^T\right) = 0 , \quad (20)$$

що дозволяє зробити висновок про відсутність кореляції помилки оптимальної оцінки $X(k)$ за вимірюваннями Y з будь-якою функцією цих вимірювань.

Аналогічно можна показати, що і третій доданок у виразі (19) також дорівнює нулю. Тепер бачимо, що

$$\Delta(k) = \overline{G}(k) - G(k) = M\left[\delta(k)\delta^T(k)\right].$$

Оскільки $M\left(\delta\delta^T\right)$ — коваріаційна матриця, яка завжди визначена, оцінка (17) відповідає критерію (15), що й потрібно було показати. При цьому умова (20) є необхідною та достатньою умовою оптимальності оцінки.

Сукупність випадкових величин повністю описується їх спільною щільністю розподілу ймовірностей. Нехай сукупностям X_0^k (набір векторів стану $X(0)$, ..., $X(k)$) і Y_0^k (набір вимірювань $Y(0)$, ... $Y(k)$) відповідає щільність $f\left(x_0^k, y_0^k\right)$. Тепер можна представити оцінку (17) у вигляді

$$\hat{X}(k) = \int x(k)\pi\left[x(k)\right]dx(k) , \quad (21)$$

де $$\pi\left[x(k)\right] = \int f\left(x(k)/\ Y_0^k\right) = \frac{\int f\left(x_0^k,\ Y_0^k\right)dx_0^{k-1}}{\int f\left(x_0^k,\ Y_0^k\right)dx_0^k}. \quad (22)$$

апостеріорна щільність випадкового вектора $X(k)$.

Тут і далі інтеграли розуміють як багатовимірні в безкінечних межах, а диференціали від векторів — як добуток диференціалів їх компонентів. Крім того, будемо використовувати для позначення аргументів щільності малі літери, відповідні випадковим величинам, щільності яких розглядаються. Використання в (22) Y_0^k як аргумент щільності замість y_0^k означає підстановку у функцію $f\left(x_0^k, y_0^k\right)$ отриманої реалізації вимірювань.

Якщо не вводити спеціальних припущень про властивості послідовностей $X(k)$ і $Y(k)$, то багатовимірна щільність $f\left(x_0^k, y_0^k\right)$ може мати досить складну структуру, що не дає можливості скористатися формулами (21) і (22) як алгоритмом обчислення оптимальної оцінки.

Зокрема, обчислення апостеріорної щільності за формулою (22) не має властивості рекурентності.

Оптимальна фільтрація результатів вимірювання при марковській моделі помилок

Сигнали навігаційних систем характеризуються специфічними властивостями, що дозволяють трохи просунутися у вирішенні завдань оптимальної нелінійної фільтрації. Ці властивості пов'язані з марковським характером навігаційних сигналів.

Конкретизуємо вираз (22) для апостеріорної щільності $\pi\left[x\left(k\right)\right]$ і отримаємо для неї рекурентне співвідношення.

Відомо, що випадкова послідовність має марковську властивість, якщо вона описується стохастичним кінцево-різницевим рівнянням [2]. Для нашого випадку утворюємо складову послідовність

$$\xi\left(k\right)=\begin{pmatrix}X\left(k\right)\\ \tilde{Y}\left(k\right)\end{pmatrix},$$

де $\widetilde{Y}\left(k\right)=Y\left(k-1\right)$.

Використовуючи вирази (7) і (8), для цієї послідовності можемо записати рівняння:

$$\xi\left(k\right)=B\left[\xi\left(k-1\right),\,k\right]+V_{\xi}\left(k\right);$$

де $B\left[\xi\left(k-1\right),\,k\right]=\begin{pmatrix}A\left[X\left(k-1\right),\,k\right]\\ H\left[X\left(k-1\right),\,k-1\right]\end{pmatrix};$

$$V_{\xi}\left(k\right)=\begin{pmatrix}W\left(k\right)\\ V\left(k-1\right)\end{pmatrix}.$$

Цей факт дозволяє конкретизувати вигляд спільної щільності $f\left(x_0^k,y_0^k\right)$, що належить виразу (22), поданням її через перехідні щільності марковської послідовності $\xi\left(k\right)$ [9].

Зауважимо, що притаманні їм особливості, пов'язані з тим, що, по-перше, послідовність $X(k)$, задовольняючи рівняння (7), сама по собі є марковською, а, по-друге, вимірювання у силу співвідношення (8) залежать лише від $X(k)$.

Завдяки цьому перехідна щільність послідовності $\xi\left(k\right)$ у даному випадку має вигляд

$$f\left[\frac{\xi\left(k\right)}{\xi\left(k-1\right)}\right]=f\left[\frac{x\left(k\right),\,\tilde{y}\left(k\right)}{x\left(k-1\right),\,\tilde{y}\left(k-1\right)}\right]\times$$

$$\times\prod_{i=1}^{k+1}f\left[\frac{x\left(i\right)}{x\left(i-1\right)}\right]=f\left[\frac{x\left(k\right)}{x\left(k-1\right)}\right]f\left[\frac{\tilde{y}\left(k\right)}{\tilde{y}\left(k-1\right)}\right].$$

Запишемо вираз для спільної щільності $f\left(\xi_0^{k+1}\right)$:

$$f\left(x_0^{k+1},\,\tilde{y}_0^{k+1}\right)=f\left[x\left(0\right),\,\tilde{y}\left(0\right)\right]\times$$

$$\times\prod_{i=1}^{k+1}f\left[x\left(i\right)/x\left(i-1\right)\right]f\left[\tilde{y}\left(i\right)/\tilde{y}\left(i-1\right)\right]. \quad (23)$$

Оскільки нас цікавить щільність $f\left(x_0^k,\,y_0^k\right)$ або $f\left(x_0^k,\,\tilde{y}_0^{k+1}\right)$, проінтегруємо (23) за змінними $x(k+1)$, $\widetilde{y}\left(0\right)$ у нескінченних межах і підставимо $\widetilde{y}\left(k\right)=y\left(k-1\right)$. Тоді

$$f\left(x_0^k,\,y_0^k\right)=f\left[x\left(0\right)\right]\times$$

$$\times\prod_{i=1}^{k}f\left[\frac{x\left(i\right)}{x\left(i-1\right)}\right]\prod_{i=0}^{k}f\left[\frac{y\left(i\right)}{x\left(i\right)}\right]. \quad (24)$$

Отримаємо для апостеріорної щільності $\pi\left[x\left(k\right)\right]$ таке рекурентне співвідношення. Для цього, використовуючи вираз (24), запишемо спочатку рекурентне співвідношення для спільної щільності:

$$f\left(x_0^k,\,y_0^k\right)=f\left[\frac{x\left(k\right)}{x\left(k-1\right)}\right]f\left[\frac{y\left(k\right)}{x\left(k\right)}\right]f\left[x_0^{k-1},\,y_0^{k-1}\right]. \quad (25)$$

Підставивши вираз (25) у (22), отримаємо

$$\pi\left[x\left(k\right)\right]=\frac{f\left[Y\left(k\right)/x\left(k\right)\right]}{\int f\left[Y\left(k\right)/x\left(k\right)\right]}\times$$

$$\times\frac{\int f\left[x\left(k\right)/x\left(k-1\right)\right]f\left(x_0^{k-1},\,Y_0^{k-1}\right)dx_0^{k-1}}{\int f\left[x\left(k\right)/x\left(k-1\right)\right]f\left(x_0^{k-1},\,Y_0^{k-1}\right)dx_0^{k-1}dx\left(k\right)}.$$

Поділимо чисельник й знаменник на $\int f\left(x_0^{k-1},\,Y_0^{k-1}\right)dx_0^{k-1}$ ураховуючи рівняння

$$\frac{\int f\left(x_0^{k-1},\,Y_0^{k-1}\right)dx_0^{k-2}}{\int f\left(x_0^{k-1},\,Y_0^{k-1}\right)dx_0^{k-1}}=\pi\left[x\left(k-1\right)\right].$$

Тоді

$$\pi\left[x\left(k\right)\right]=\frac{f\left[Y\left(k\right)/x\left(k\right)\right]}{\int f\left[Y\left(k\right)/x\left(k\right)\right]}\times$$

$$\times\frac{\int f\left[\frac{x\left(k\right)}{x\left(k-1\right)}\right]\pi\left[x\left(k-1\right)\right]dx\left(k-1\right)}{\int f\left[\frac{x\left(k\right)}{x\left(k-1\right)}\right]\pi\left[x\left(k-1\right)\right]dx\left(k-1\right)dx\left(k\right)}. \quad (26)$$

Оскільки

$$f\left[\frac{x\left(k\right)}{x\left(k-1\right)}\right]\pi\left[x\left(k-1\right)\right]=f\left[\frac{x\left(k\right),\,x\left(k-1\right)}{Y_0^{k-1}}\right]$$

інтеграл, що стоїть в чисельнику виразу (26), є щільністю прогнозу

$$\tau\left[x(k)\right]=f\left[\frac{x(k)}{Y^{k-1}}\right]= \\ =\int f\left[\frac{x(k)}{x(k-1)}\right]\pi\left[x(k-1)\right]dx(k-1), \quad (27)$$

тому можемо вираз (26) записати у вигляді

$$\pi\left[x(k)\right]=\frac{f\left[Y(k)/x(k)\right]\tau\left[x(k)\right]}{\int f\left[Y(k)/x(k)\right]\tau\left[x(k)\right]dx(k)}. \quad (28)$$

Функція $f[Y(k)/x(k)]$ за змістом є функцією правдоподібності вектора стану на *k*-му кроці відносно до отриманого результату вимірювання *Y*(*k*).

Початковою умовою для рекурентного співвідношення, заданого виразами (27), (28), є завжди апріорна щільність $f[x(0)]$ вектора *X*(0), при цьому отримання $\pi\left[x(0)\right]=f\left[x(0)/Y(0)\right]$ є першим кроком використання рекурентного співвідношення.

Наступний крок конкретизації цього співвідношення полягає в отриманні виразів для щільності $f[x(k)/x(k-1)]$ і $f[Y(k)/x(k)]$ з рівнянь (7), (8). Оскільки *W*(*k*) і *V*(*k*) — гаусові білі шуми з коваріаціями *Q*(*k*) і *R*(*k*) відповідно, то маємо [2]:

$$f[x(k)/x(k-1)]=\frac{|Q|^{-1/2}}{|2\pi|^{-1/2}}\times \\ \times\exp\left\{\begin{matrix}-\frac{1}{2}[x(k)-A[(k-1)]]^{T}\times \\ \times\frac{x(k)-A[(k-1)]}{Q}\end{matrix}\right\}; \quad (29)$$

$$f[Y(k)/x(k)]=f_V\{Y(k)-H[x(k)]\}= \\ =\frac{|R|^{-1/2}}{|2\pi|^{-m/2}}\exp\left\{\begin{matrix}-\frac{1}{2}[Y(k)-H[x(k)]]^{T}\times \\ \times\frac{Y(k)-H[(k)]}{R}\end{matrix}\right\}. \quad (30)$$

Підстановкою виразу (29) у (27) і (30) у (28) завершується отримання рекурентного співвідношення для апостеріорної щільності в завданні обробки результатів навігаційних вимірювань.

Зауважимо, що знаменник (28) являє собою нормуючу константу для апостеріорної щільності, яку позначимо через ρ(*k*). Оскільки підінтегральний вираз в знаменнику є щільність $f\left[x(k),\,y(k)/Y_0^{k-1}\right]$ при *y*(*k*) = *Y*(*k*) (тут, як і в виразі (22), використання позначення *Y* замість аргументу щільності *y* означає підстановку вже реалізованого вимірювання), то

$$\rho(k)=f\left[Y(k)/Y_0^{k-1}\right]. \quad (31)$$

Таким чином, оптимальний алгоритм обробки навігаційної інформації повинен працювати так.

1. За допомогою співвідношень (27) і (28) при отриманні чергового результату вимірювання *Y*(*k*) перераховують апостеріорну щільність, далі за формулою (21) обчислюють оптимальну оцінку вектора *X*(*k*), яку використовують для отримання співвідношення (16) оцінки помилок вектора навігаційних параметрів $\Delta\hat{\psi}(k)$, виробленого першою системою.

2. Використання співвідношення $\hat{\psi}(k)=\hat{\psi}(k)-\Delta\hat{\psi}(k)$ завершує розв'язання задачі отримання оптимальної оцінки вектора навігаційних параметрів за вимірюваннями Y_0^k.

3. Для визначення точності оцінок доцільно застосовувати апостеріорну матрицю помилки оцінки вектора

$$P(k)=\int\left[\hat{x}(k)-x(k)\right]\left[\hat{x}(k)-x(k)\right]^T\pi\left[x(k)\right]dx(k)$$

і отриману з урахуванням (10) і (16) апостеріорну коваріаційну матрицю помилки оцінки вектора навігаційних параметрів

$$P_\varepsilon(k)=B(k)P(k)B^T(k).$$

4. Коваріаційні матриці $G_\varepsilon(k)$ і $G(k)$, що використовуються для формування критерію оптимальності (11), (15), відрізняються від коваріаційних матриць $P_\varepsilon(k)$, $P(k)$, умовних до результатів вимірювання, що реалізувалися Y_0^k тим, що вони припускають осереднення за всіма можливими значеннями Y_0^k, як випадкового вектора.

Марковський опис помилок навігаційних систем, що забезпечило перехід від співвідношення (22) для апостеріорної щільності до рекурентного співвідношення (28), залишає, проте, значні труднощі при реалізації фільтру, який виробляє оцінку на обчислювальній машині, «нездатною» точно вирішити функціональне рівняння (28).

Висновки

Практичне розв'язання задач оптимальної фільтрації основане на тих чи інших спрощеннях при постановці завдання, що призводять, природно, до втрати оптимальності оцінок навігаційних параметрів і, як наслідок, до збільшення помилки їх оцінки. Однак, якщо при субоптімізації фільтра виходити з того чи іншого спрощення оптимальної процедури, зберігається можливість забезпечити малі втрати точності реалізованих алгоритмів порівняно з оптимальним алгоритмом, що забезпечує найвищу, потенційну точність.

Подальші дослідження пропонується проводити у напрямку розробки методів оцінки параметрів сигналу помилок інерціальних навігаційних систем.

ЛІТЕРАТУРА

1. **Каретников В. В.,** Пащенко И. В., Соколов А. И., Кузнецов И. Г. К вопросу построения автоматизированной системы мониторинга параметров высокоточного навигационного поля. *Морская радиоэлектроника*. 2015. № 2 (52). С. 24–27.

2. **Борисенко М. В.,** Герасимов С. В., Костенко О. І., Макарчук Д. В. Development of optimum navigation information processing algorithm. *Наука і техніка Повітряних Сил Збройних Сил України*. 2018. № 3(32). С. 38–44.

3. **Rogers R. M.** Applied Mathematics in Integrated Navigation Systems. *AIAA Educational Series. American Institute of Aeronautics and Astronautics*, Reston. 2003. P. 345–352.

4. **Grewal M. S.,** Weill L. R., Andrews A. P. Global Positioning Systems. *Inertial navigation and integration*. Wiley, New York. 2007. P. 345–352.

5. **Алешин Б. С.,** Веременко К. К. Ориентация и навигация подвижных объектов: современные информационные технологии. М. : Наука, 2006. 424 с.

6. **Герасимов С.,** Шапран Ю., Стахова М. Measures of efficiency of dimensional control under technical state designation of radio-technical facilities. *Системи обробки інформації*. 2018. Вип. 1 (152). С. 148-154. DOI: 10.30748/soi.2018.152.21.

7. **Герасимов С. В.,** Шапран Ю. Є., Кірвас В. В. Розробка та дослідження методу розрахунку достовірності вимірювального контролю параметрів радіотехнічних систем морського транспорту. *Системи озброєння і військова техніка*. 2017. № 4 (52). С. 5–10.

8. **Басов В. Г.** Измерительные сигналы и функциональные устройства их обработки. Минск: БГУИР, 2012. 119 с.

9. **Norman Friedman**. The Naval Institute Guide to World Naval Weapon System. Naval Institute Press, 2006. 858 p.

10. **Страхов А. Ф.** Автоматизированные измерительные комплексы. М.:Энергоиздат,1990. 216с.

11. **Admiralty** list of radio signals. Global maritime distress and safety system (GMDSS). Vol 5. NP 285. 2000. 338 p.

12. **Браславська А.,** Герасимов С., Зубрицький Г., Тимочко О., Тімочко О. Theoretical basic concepts for formation of the criteria for measurement signals synthesis optimality for control of complex radio engineering systems technical status. *Системи обробки інформації*. 2017. № 5 (151). С. 151–157.

13. **Qriffiths B. E.** Optimal control of jump-linear gaussian systems. *Int. J. of control*. Vol. 42. N. 4. 1985. P. 791–819.

14. **Герасимов С. В.,** Грідіна В. В. Методика обґрунтування номенклатури параметрів контролю радіотехнічних систем і призначення їх допустимих відхилень. *Системи обробки інформації*. 2018. Вип. 2 (153). С. 159-164. DOI: 10.30748/soi.2018.153.20.

Герасимов С. В., Тимочко О. І., Тимощук О. М., Шевченко А. П., Трішин В. В.

ОПТИМАЛЬНИЙ АЛГОРИТМ ОБРОБКИ НАВІГАЦІЙНОЇ ІНФОРМАЦІЇ У СИСТЕМАХ УПРАВЛІННЯ ЗАСОБАМИ ВОДНОГО ТРАНСПОРТУ

У статті обґрунтовано, що призначення комплексу навігаційних систем при управлінні рухом водних транспортних засобів є вироблення вектора навігаційних параметрів. Такий вектор формується за даними проведення вихідних вимірювань і їх обробки, а потім використовується у подальшому в системах управління рухом водних транспортних засобів. Обґрунтовано, що практичне розв'язання задач оптимальної фільтрації основане тому на тих чи інших спрощеннях при постановці завдання, що призводять, природно, до втрати оптимальності оцінок навігаційних параметрів і, як наслідок, до збільшення помилки їх оцінки. Запропонований оптимальний алгоритм обробки навігаційної інформації для забезпечення необхідної точності визначення положення водного транспортного засобу на маршруті руху.

Ключові слова: навігаційна система; маршрут руху; алгоритм обробки; водний транспортний засіб.

Herasimov S., Tymochko O., Tumochuk O., Shevchenko A., Trishin V.

OPTIMUM ALGORITHM OF NAVIGATIONAL INFORMATION PROCESSING IN WATER TRANSPORT MANAGEMENT SYSTEMS

The paper substantiates that the purpose of navigation system or complex of navigation systems in the management of traffic by water transport is to develop a vector of navigational parameters. Such a vector is formed according to the data of the initial measurements and their processing, and then used later in the systems of traffic control by water transport. The calculation of navigation parameters in such systems is based on the algorithm of operation, which, with the functioning of the system of sensors of the primary information (speed and rate meters, as well as accelerations and *angles that set the position of the gyroscopes), provide the necessary navigational parameters in the assumption of the absence of errors in these sensors. Realization of such an algorithm of work provides the necessary accuracy of the navigation signal, the characteristics of which are the actual values of navigation parameters. Influence of errors of the complex of navigation systems on providing of the necessary route of movement of water transport is investigated taking into account multiplicative components of errors. Smoothing of errors of movement of water transport due to the inertia of the sensors of navigation systems is carried out approximately. The algorithm of the system of coordinate determination and the navigation system must be as close as possible to the error-free algorithm of work. For this purpose in the work the theoretical apparatus is considered in relation to the calculation of the optimal algorithm for the processing of navigation information. It is substantiated that the practical solution of the problems of optimal filtration is therefore based on certain simplifications in the formulation of the problem, which, of course, leads to loss of optimality of estimates of navigation parameters and, consequently, to increase the error of their evaluation. The optimal algorithm for processing navigation information is provided to provide the necessary accuracy of determining the position of water transport in the route of movement.*

Keywords: navigation system; traffic route; processing algorithm; water transport.

Герасимов С. В., Тимочко А. И., Тимощук Е. Н., Шевченко А. П., Тришин В. В.
ОПТИМАЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ ОБРАБОТКИ НАВИГАЦИОННОЙ ИНФОРМАЦИИ В СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ ВОДНЫХ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ

В статье обосновано, что назначение комплекса навигационных систем при управлении движением водных транспортных средств является выработка вектора навигационных параметров. Такой вектор формируется по данным проведения выходных измерений и их обработки, а затем используется в дальнейшем в системах управления движением водных транспортных средств. Обосновано, что практическое решение задач оптимальной фильтрации основано поэтому на тех или иных упрощениях при постановке задачи, приводящие, естественно, к потере оптимальности оценок навигационных параметров и, как следствие, к увеличению ошибки их оценки. Предложен оптимальный алгоритм обработки навигационной информации для обеспечения требуемой точности определения положения водного транспортного средства на маршруте движения.

Ключевые слова: навигационная система; маршрут движения; алгоритм обработки; водное транспортное средство.

Стаття надійшла до редакції 29.09.2018 р.
Прийнято до друку 05.12.2018 р.