

УДК 539.4

ДИНАМІЧНИЙ АНАЛІЗ ТРУБОПРОВІДІВ МЕТОДОМ НОРМАЛЬНИХ ФОРМ КОЛИВАНЬ З УРАХУВАННЯМ ВЗАЄМОДІЇ ІЗ СЕРЕДОВИЩЕМ

Я. Р. Дубик, молод. наук. співроб

Інститут проблем міцності імені Г. С. Писаренко НАН України

E-mail: dubykir@gmail.com

Виведено умови ортогональності власних форм коливань для зв'язаного аналізу середовище—трубопровід. Отримано точні умови ортогональності при врахуванні взаємодії на фітінгах і пуассонової взаємодії. Наведено приклад чисельного аналізу класичного гідроудару в трубопроводі при раптовому закритті засувки. Показано, що зв'язаний аналіз середовище—трубопровід дає більш точні результати при розрахунках тисків, напружень і переміщень.

Ключові слова: взаємодія середовище-трубопровід, гідроудар, умови ортогональності, метод нормальних форм коливань.

The orthogonality conditions of the eigenfunctions or mode shape for the fluid-structure interaction problem is presented. The exact orthogonality conditions are derived, for junction and Poisson coupling. The example of the numerical analysis of classic water hammer in the pipeline due to the sudden valve closure is presented. It is shown that the coupled fluid-structure interaction analysis gives more accurate results in the calculation of pressure surges and displacements.

Keywords: fluid-structure interaction, water hammer, orthogonality conditions, method of eigenfunction expansion.

Вступ

На динамічну поведінку досліджуваної системи має вплив наявність середовища в трубопроводі. У найпростішому варіанті можна врахувати середовище як приєднану масу, однак такий підхід може привести до значних помилок, особливо при розрахунках таких динамічних явищ, як гідроудар. При більш детальному аналізі необхідно враховувати взаємодію, яка виникає між трубою й середовищем. Взаємодія між динамічною поведінкою внутрішнього середовища (рідини або газу) і механічної конструкції відбувається шляхом накладання чотирьох механізмів [1–3]:

- взаємодія на фітінгах;
- пуассонова взаємодія;
- взаємодія тертям;
- взаємодія Бурдона.

Взаємодія може бути сильною або двосторонньою, і слабкою або однією. Розрахунки за схемою однієї взаємодії є класичним, коли на початку розраховуються швидкості й тиски в середовищі, а потім ці значення, як зовнішнє навантаження, прикладаються до трубопроводу. Розрахунки за схемою двосторонньої взаємодії є більш складним, але дозволяють одержати правильний динамічний відгук системи.

Від типу проблеми, що розглядається, залежить врахування взаємодії середовище—трубопровід. Якщо порівнювати з незв'язаним аналізом, врахування взаємодії може привести [1]: до більших або менших амплітуд тиску при гідроударі, зміни фронту хвилі, зміни власних частот системи, до більшого демпфірування

й розсіюванню хвиль тиску й напружень. Повністю спряжений аналіз необхідний при розрахунках податливих конструкцій, які зазнають дії різких навантажень. Загалом, зв'язаний аналіз дає більш точні результати при розрахунках тисків, напружень і переміщень, власних і резонансних частот, демпфірування й зусиль в опорах.

У найпростішому випадку при динамічному аналізі середовища можна вважати приєднаною масою, що може привести до неправильних результатів, особливо у випадку співпадання акустичних і власних механічних частот системи. Проблеми зв'язаного динамічного аналізу вирішуються зазвичай за допомогою методу скінченних елементів (МСЕ), або за допомогою методу характеристик, а також комбінацією цих методів [1; 4]. Переваги використання МСЕ очевидні — це універсальність і простота застосування, однак за них необхідно розплачуватися трудомісткістю побудови й налаштування моделі, а також ресурсовитратними обчисленнями. Якість аналізу за допомогою МСЕ залежить від майстерності виконавця. Метод характеристик дозволяє одержати розв'язки в окремих випадках, особливо за наявності короткочасних імпульсів, проте для цього методу складно написати універсальний алгоритм.

Зазвичай, розрахунки трубопровідних систем виконуються за допомогою спеціальних пакетів, трубопровідних комплексів, які засновані на класичних аналітичних залежностях теорії балок. Найбільш зручною формою розрахунків динамічного відгуку системи є метод нормальних форм коливань, який полягає в розкладанні руху

системи по власних формах коливань [5]. Для застосування цього методу, після знайдених власних частот і форм коливань, необхідно вивести умови ортогональності. Не зважаючи на численні дослідження в області взаємодії середовище—трубопровід, умови ортогональності форм коливань відсутні.

Виведення умов ортогональності власних форм коливань при зв'язаному аналізі середовище—трубопровід є основною метою даної роботи. Для досягнення поставленої мети необхідно розв'язати такі завдання:

- вивести умови ортогональності при взаємодії на фітингах (п. 1.1);
- вивести умови ортогональності при сукупній взаємодії на фітингах і пуассонової взаємодії (п. 1.2);

У п. 2 наведено приклад аналізу класичного гідроудару при раптовому закритті засувки, дається порівняння результатів розрахунків при не зв'язаному та двох видах зв'язаного аналізу, з урахуванням і без урахування пуассонової взаємодії.

1. Умови ортогональності форм коливань при зв'язаному аналізі

Система диференціальних рівнянь зв'язаних коливань для прямої ділянки трубопроводу з урахуванням Пуассонової взаємодії має вигляд:

$$K\tilde{A} \frac{\partial^2 U_{cp}}{\partial x^2} = 2\mu \frac{K}{E} \rho_m \tilde{A} \frac{\partial^2 v_t}{\partial t^2} + \rho_f \tilde{A} \frac{\partial^2 U_{cp}}{\partial t^2}, \quad (1a)$$

$$EA \frac{\partial^2 v_t}{\partial x^2} = \rho_p A \frac{\partial^2 \frac{1}{2}t}{\partial t^2} + \mu \frac{R}{h} \rho_f A \frac{\partial^2 U_{cp}}{\partial t^2}, \quad (1б)$$

де x — поздовжня координата; t — час; v_t — поздовжнє переміщення труби; U_{cp} — поздовжнє переміщення середовища; h — товщина стінки труби; R — внутрішній радіус; $\rho_{f/p}$ — густина середовища або матеріалу труби; E — модуль Юнга; $\tilde{A} = \pi R^2$ — внутрішня площа труби; $A = 2\pi R h$ — площа перетину труби; K — модуль об'ємної пружності середовища з урахуванням товщини стінки:

$$K = K_{cp} \left(1 + \frac{2RK_{cp}}{hE} \right)^{-1}. \quad (2a)$$

Вважаємо, що всі процеси є гармонічними, тобто пропорційні $\sin \omega t$, де ω — деяка частота гармонічних коливань. Збережемо ті ж позначення для нових введених функцій, що залежать тільки від x , після диференціювання (1) одержимо:

$$K\tilde{A} \frac{d^2 U_{cp}}{dx^2} = -\omega^2 2\mu \frac{K}{E} \rho_m \tilde{A} v_t - \omega^2 \rho_f \tilde{A} U_{cp}; \quad (3a)$$

$$EA \frac{d^2 v_t}{dx^2} = -\omega^2 \rho_p A v_t - \omega^2 \mu \frac{R}{h} \rho_f A U_{cp}. \quad (3б)$$

Розв'язки системи (3) наведені в праці [3], записані за допомогою методу початкових параметрів. У випадку якщо один кінець труби закритий, при пошуку власних частот необхідно додати наступні граничні умови:

$$N = -P \cdot \tilde{A}; \quad (4a)$$

$$U_{cp} = v_t, \quad (4б)$$

де N_t — осьова сила; P_{cp} — пульсація тиску середовища.

Найбільш зручною формою розв'язку динамічних рівнянь є розкладання по власних формах коливань. Нехай для заданих граничних умов знайдений розв'язок системи рівнянь (3), тобто знайдені частоти ω_i й форми коливань середовища Φ_i й труби X_i , тоді розв'язок системи (1) можна записати у вигляді:

$$U_{cp}(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \Phi_i(x) \left(\varphi_{0i} \cos \omega_i t + \frac{\dot{\varphi}_{0i}}{\omega_i} \sin \omega_i t \right); \quad (5a)$$

$$v_t(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} X_i(x) \left(\varphi_{0i} \cos \omega_i t + \frac{\dot{\varphi}_{0i}}{\omega_i} \sin \omega_i t \right). \quad (5б)$$

Оскільки знайдений розв'язок зв'язаної задачі, форми коливань Φ_i і Φ_j , а також X_i і X_j не є ортогональними, навіть у тому випадку, коли ми будемо розглядати коливання без врахування пуассонової взаємодії. Тому для дослідження динамічної взаємодії середовище—трубопровід необхідно вивести умови ортогональності.

1.1. Взаємодія на фітингах

Розглянемо зв'язані коливання без врахування пуассонової взаємодії, тоді (4) перепишеться у вигляді:

$$EAX'' = -X \omega^2 m_p; \quad (6a)$$

$$K^* A^* \Phi'' = -\Phi \omega^2 m_f. \quad (6б)$$

де $m_p = \rho_p A$; $m_f = \rho_f \tilde{A}$.

Запишемо задачу для власних значень i й j форми коливань:

$$EA \int_0^l X_i'' X_j dx = -\omega_i^2 m_p \int_0^l X_i X_j dx; \quad (7a)$$

$$EA \int_0^l X_j'' X_i dx = -\omega_j^2 m_p \int_0^l X_j X_i dx; \quad (7б)$$

$$K\tilde{A} \int_0^l \Phi_i'' \Phi_j dx = -\omega_i^2 m_f \int_0^l \Phi_i \Phi_j dx; \quad (7в)$$

$$K\tilde{A} \int_0^l \Phi_j'' \Phi_i dx = -\omega_j^2 m_f \int_0^l \Phi_j \Phi_i dx. \quad (7г)$$

Інтегрування частинами інтегралів, що знаходяться у лівих частинах рівнянь (7), дає:

$$EA[X'_i X_j]_0^l - EA \int_0^l X'_i X'_j dx = -\omega_i^2 m_p \int_0^l X_i X_j dx; \tag{8a}$$

$$EA[X'_j X_i]_0^l - EA \int_0^l X'_j X'_i dx = -\omega_j^2 m_p \int_0^l X_j X_i dx; \tag{8б}$$

$$K\tilde{A}[\Phi'_i \Phi_j]_0^l - K\tilde{A} \int_0^l \Phi'_i \Phi'_j dx = -\omega_i^2 m_f \int_0^l \Phi_i \Phi_j dx; \tag{8в}$$

$$K\tilde{A}[\Phi'_j \Phi_i]_0^l - K\tilde{A} \int_0^l \Phi'_j \Phi'_i dx = -\omega_j^2 m_f \int_0^l \Phi_j \Phi_i dx. \tag{8г}$$

Якщо відняти з виразів (8б) і (8г), вирази (7в) і (7а), інтеграли в лівих частинах скоротяться. Вирази: $EA[X'_i X_j]_0^l, EA[X'_j X_i]_0^l, K^* A^* [\Phi'_i \Phi_j]_0^l, K^* A^* [\Phi'_j \Phi_i]_0^l$ дорівнюють нулю з урахуванням граничних умов. У випадку наявності закритого кінця, рівняння (4) також слід включити в розгляд:

$$-AEX'_l = KA^* \Phi'_l; \tag{9а}$$

$$X_l = \Phi_l, \tag{9в}$$

що знову ж приводить до нульових значень зазначених виразів.

Таким чином, ліва частина отриманого виразу дорівнює нулю:

$$0 = (\omega_i^2 - \omega_j^2) \int_0^l (X_i X_j m_p + \Phi_i \Phi_j m_f) dx. \tag{10}$$

Коли $i \neq j$ й отже $\omega_i^2 \neq \omega_j^2$, із рівності (10) випливає співвідношення ортогональності:

$$\int_0^l (X_i X_j m_p + \Phi_i \Phi_j m_f) dx = 0 \text{ якщо } i \neq j. \tag{11}$$

Підставляючи вирази (11) у рівність (8) одержимо:

$$\int_0^l (X'_i X'_j EA + \Phi'_i \Phi'_j K\tilde{A}) dx = 0 \text{ якщо } i \neq j. \tag{12}$$

Повертаючись до системи (7) можна отримати:

$$\int_0^l (X''_i X_j EA + \Phi''_i \Phi_j K\tilde{A}) dx = 0 \text{ при } i \neq j. \tag{13}$$

Вирази (13)–(11) є умовами ортогональності зв'язаних форм коливань.

Скористаємося тепер підходом, заснованим на застосуванні нормальних форм коливань, для

визначення поздовжніх динамічних переміщень у трубі при заданих початкових умовах по переміщенню й по швидкості. Припускаємо що при $t = 0$ початкові переміщення представлені у вигляді: $U_{cp0} = f_1(x)$ і $v_{i0} = f_3(x)$, а початкові швидкості задані у вигляді функцій $\dot{U}_{cp0} = f_2(x)$ і $\dot{v}_{i0} = f_4(x)$.

Представивши функції $U_{cp0}, v_{i0}, \dot{U}_{cp0}, \dot{v}_{i0}$ у вигляді рядів, одержимо:

$$\sum_{i=1}^{\infty} \Phi_{0i} \Phi_i = f_1(x); \quad \sum_{i=1}^{\infty} \dot{\Phi}_{0i} \Phi_i = f_2(x); \tag{14а}$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} \Phi_{0i} X_i = f_3(x); \quad \sum_{i=1}^{\infty} \dot{\Phi}_{0i} X_i = f_4(x). \tag{14б}$$

Помножимо вирази (14а) і (14б) на Φ_j і X_j й проведемо інтегрування по довжині стрижня й одержимо:

$$\sum_{i=1}^{\infty} \Phi_{0i} \int_0^l \Phi_i \Phi_j dx = \int_0^l f_1(x) \Phi_j dx; \tag{15а}$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} \Phi_{0i} \int_0^l X_i X_j dx = \int_0^l f_3(x) X_j dx; \tag{15б}$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} \dot{\Phi}_{0i} \int_0^l \Phi_i \Phi_j dx = \int_0^l f_2(x) \Phi_j dx; \tag{15в}$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} \dot{\Phi}_{0i} \int_0^l X_i X_j dx = \int_0^l f_4(x) X_j dx. \tag{15г}$$

Помножимо (15б) і (15г) на $m_f = \rho_f A^*$, а (14а) і (14в) на $m_p = \rho_p A$ й складемо їх між собою, при врахуванні умов ортогональності і отримаємо:

$$\Phi_{0i} = \frac{m_f \int_0^l f_1(x) \Phi_i dx + m_p \int_0^l f_3(x) X_i dx}{m_f \int_0^l \Phi_i^2 dx + m_p \int_0^l X_i^2 dx}. \tag{16}$$

Для швидкості вираз аналогічний:

$$\dot{\Phi}_{0i} = \frac{m_f \int_0^l f_2(x) \Phi_i dx + m_p \int_0^l f_4(x) X_i dx}{m_f \int_0^l \Phi_i^2 dx + m_p \int_0^l X_i^2 dx}. \tag{17}$$

Використовуючи вирази (16) і (17), можна записати сумарний по всім формам коливань вираз для динамічних переміщень у формі (5).

1.2. Пуассонова взаємодія

Перепишемо систему (1) у вигляді:

$$K\tilde{A} \left(\frac{\partial^2 U_{cp}}{\partial x^2} - 2\mu \frac{\partial^2 v_{cp}}{\partial x^2} \right) = \rho_f \tilde{A} (1 - 2\mu^2 \alpha) \frac{\partial^2 U}{\partial t^2}; \tag{18а}$$

$$EA \left(\frac{\partial^2 v_i}{\partial x^2} - \mu \alpha \frac{\partial^2 U_{cp}}{\partial x^2} \right) = \rho_p A (1 - 2\mu^2 \alpha) \frac{\partial^2 v_i}{\partial t^2}, \quad (18б)$$

де введено позначення $\alpha = KR / Eh$.

Виведемо умови ортогональності за аналогією з (7):

$$EA \int_0^l (X_i'' - \mu \alpha \Phi_i'') X_j dx = -\omega_i^2 \tilde{m}_p \int_0^l X_i X_j dx; \quad (19а)$$

$$EA \int_0^l (X_j'' - \mu \alpha \Phi_j'') X_i dx = -\omega_j^2 \tilde{m}_p \int_0^l X_j X_i dx; \quad (19б)$$

$$K\tilde{A} \int_0^l (\Phi_i'' - 2\mu X_i'') \Phi_j dx = -\omega_i^2 \tilde{m}_f \int_0^l \Phi_i \Phi_j dx; \quad (19в)$$

$$K\tilde{A} \int_0^l (\Phi_j'' - 2\mu X_j'') \Phi_i dx = -\omega_j^2 \tilde{m}_f \int_0^l \Phi_j \Phi_i dx. \quad (19г)$$

де $\tilde{m}_p = \rho_f \tilde{A} (1 - 2\mu^2 \alpha)$, $\tilde{m}_f = \rho_p A (1 - 2\mu^2 \alpha)$.

Інтегрування частинами інтегралів, що знаходяться у лівих частинах цих рівнянь, дає:

$$EA \left([X_i' X_j]_0^l - \mu \alpha [\Phi_i' X_j]_0^l \right) - EA \times \int_0^l (X_i' - \mu \alpha \Phi_i') X_j' dx = -\omega_i^2 m_p \int_0^l X_i X_j dx; \quad (20а)$$

$$EA \left([X_j' X_i]_0^l - \mu \alpha [\Phi_j' X_i]_0^l \right) - EA \times \int_0^l (X_j' - \mu \alpha \Phi_j') X_i' dx = -\omega_j^2 m_p \int_0^l X_j X_i dx; \quad (20б)$$

$$K\tilde{A} \left([\Phi_i \Phi_j]_0^l - 2\mu [X_i' \Phi_j]_0^l \right) - K\tilde{A} \times \int_0^l (\Phi_i' - 2\mu X_i') \Phi_j' dx = -\omega_i^2 m_f \int_0^l \Phi_i \Phi_j dx; \quad (20в)$$

$$K\tilde{A} \left([\Phi_j \Phi_i]_0^l - 2\mu [X_j' \Phi_i]_0^l \right) - K\tilde{A} \times \int_0^l (\Phi_j' - 2\mu X_j') \Phi_i' dx = -\omega_j^2 m_f \int_0^l \Phi_j \Phi_i dx. \quad (20г)$$

Якщо відняти з виразів (20б) і (20г), вирази (20в) і (20а), інтеграли, що знаходяться у лівих частинах, скоротяться. Що стосується виразів, що залишилися в лівих частинах, вони також дорівнюють нулю з урахуванням граничних умов. Якщо один кінець закритий, слід включити в розгляд (9в) і вирази:

$$EA (X' - \mu \alpha \Phi') = K\tilde{A} (\Phi' - 2\mu X'). \quad (21)$$

У підсумку одержуємо умову ортогональності:

$$\int_0^l (X_i X_j \tilde{m}_p + \Phi_i \Phi_j \tilde{m}_f) dx = 0 \text{ якщо } i \neq j. \quad (22)$$

Підставляючи вирази (22) у рівності (20) одержимо:

$$\int_0^l ((X_i' - \mu \alpha \Phi_i') X_j' EA + (\Phi_i' - 2\mu X_i') \Phi_j' K\tilde{A}) dx = 0 \text{ при } i \neq j \quad (23)$$

З рівнянь (22) і (19) можна одержати:

$$\int_0^l ((X_i'' - \mu \alpha \Phi_i'') X_j EA + (\Phi_i'' - 2\mu X_i'') \Phi_j K\tilde{A}) dx = 0 \text{ при } i \neq j \quad (24)$$

Вирази (22)–(24) є умовами ортогональності зв'язаних форм коливань. Очевидно, що у випадку, якщо $\mu = 0$, вирази (22)–(24) трансформуються в (11)–(13). Як і раніше, вважаємо, що початкові умови задані у вигляді функцій: $U_{cp0} = f_1(x)$, $v_{i0} = f_3(x)$, $\dot{U}_{cp0} = f_2(x)$ і $\dot{v}_{i0} = f_4(x)$, тоді можна скористатись виразами (16) і (17), замінивши в них m_p і m_f на \tilde{m}_p і \tilde{m}_f відповідно. Сумарні динамічні переміщення записуються за допомогою (5).

2. Аналіз гідроудару при раптовому закритті засувки

Розглянемо класичну задачу на гідроудар: є резервуар із приєднаним трубопроводом, по якому зі швидкістю 1 м/с тече рідина, засувка миттєво закривається і викликає при цьому утворення хвиль тиску в системі. Розв'язок цієї класичної задачі отримано Н. Е. Жуковським на початку ХХ ст.:

$$P_f = \rho_f c_f u_0. \quad (25)$$

Тобто хвилі тиску, які поширюються зі швидкістю звуку, пропорційні початковій швидкості, густини й швидкості звуку в середовищі. Формула Жуковського (25) не враховує зв'язаності коливань середовища й труби, яка сильно змінює динамічну поведінку системи.

2.1. Власні частоти й форми коливань

Для чисельного дослідження візьмемо фізичні й геометричні параметри з [5]: $h = 0,008$ м, $R = 0,3985$ м, $\rho_m = 7900$ кг/м³, $\rho_{cp} = 1000$ кг/м³, $K_{cp} = 2,1 \cdot 10^9$ Па, $E = 2,1 \cdot 10^{11}$ Па, $\mu = 0,3$.

У таблиці зведено результати розрахунків. Суто акустичні частоти такої системи можна легко знайти за формулою:

$$f_n = \frac{c}{4L} (2n - 1), \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (26)$$

де $c = \sqrt{K/\rho}$ швидкість звуку в середовищі.

Акустичні частоти розраховані з врахуванням товщини стінки ($c^* = 1450$ м/с) і без неї ($c = 1025$ м/с). Такий підхід також не забезпечує прийнятну точність, особливо вищих частот.

Порівняння поздовжніх частот коливань для системи (рис. 1)

№ з/п	Механічні		Акустичні		Зв'язані		Zhang [6]
	$\rho = 7900$	$\rho^* = 32558$	$c = 1450$	$c^* = 1025$	$\mu = 0$	$\mu = 0,3$	
1	64	32	18	13	11	12	12
2	193	95	54	38	34	32	32
3	322	159	91	64	54	56	56
4	451	222	127	90	74	73	73
5	580	286	163	115	95	97	97
6	709	349	199	141	117	116	116
7	838	413	235	167	140	141	141
8	967	476	272	192	162	161	161
9	1096	540	308	218	183	185	185
10	1225	603	344	244	202	202	202
11	1353	667	380	269	223	226	226
12	1482	730	417	295	245	245	245

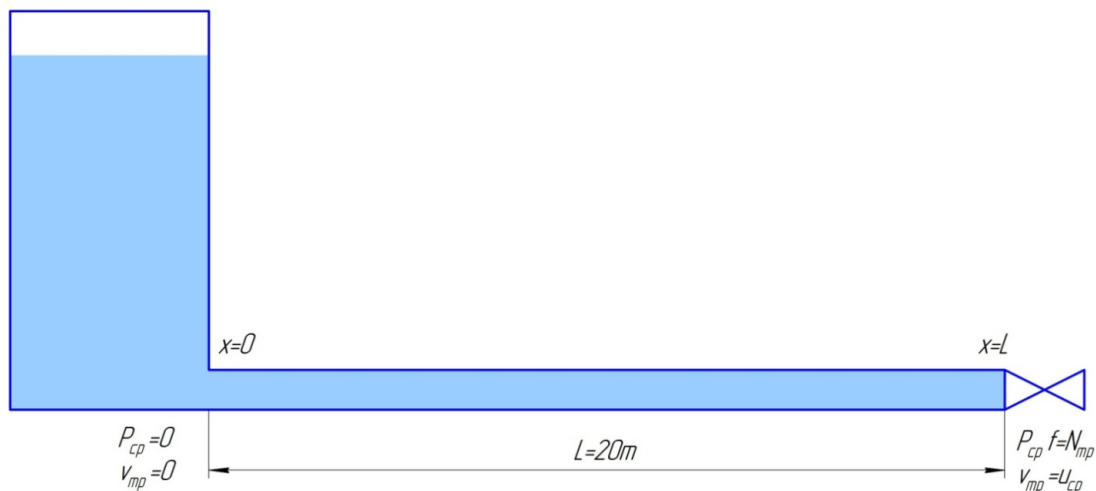


Рис. 1. Система резервуар-труба-засувка

Механічні частоти визначаються тривіально, як для консольної балки.

Для зв'язаного аналізу такої системи скористаємося безпосередньо системою (3) і умовами (4), більш детально в працях [2; 3].

Механічні частоти без урахування води ($\rho = 7900 \text{ кг/м}^3$) і з урахуванням води як приєднаної маси ($\rho^* = 32558 \text{ кг/м}^3$).

Аналіз таблиці показує, що при такому підході відмінність між експериментальними й розрахунковими значеннями велика, але саме такий підхід закладений у трубопровідні комплекси (CAESAR, АСТРА).

Зв'язані розрахунки наведені у двох варіантах: без і з урахуванням пуассонівської взаємодії. У цьому випадку, взаємодія на фітингах є домінуючою, а взаємодія Пуассона натомість має незначний вплив.

Аналізуючи результати таблиці, очевидна необхідність урахування взаємодії середовища—трубопровід при розрахунках поздовжніх частот коливань.

2.2. Динамічний аналіз

Як показав гармонічний аналіз, зв'язаність коливань середовища й трубопроводу суттєво впливає на власні частоти й форми. Очевидно, що й динамічна поведінка трубопроводу буде відрізнятися від розрахунків за формулою Жуковського (25).

Незв'язані розрахунки виконуються спочатку для середовища, тобто визначаються амплітуди хвиль тиску (25) і їх період $T_f = c_f / L$.

Потім ці значення, як зовнішні сили, прикладаються до труби, яка розглядається як консольна балка.

Для проведення зв'язаних розрахунків необхідно скористатися умовами ортогональності (11) або (22), і записати розв'язок у вигляді виразу (5).

На рис. 2, 3 наведено результати розрахунків для трьох варіантів: незв'язаний аналіз, урахування взаємодії лише на фітингах, взаємодія на фітингах і пуассонова взаємодія.

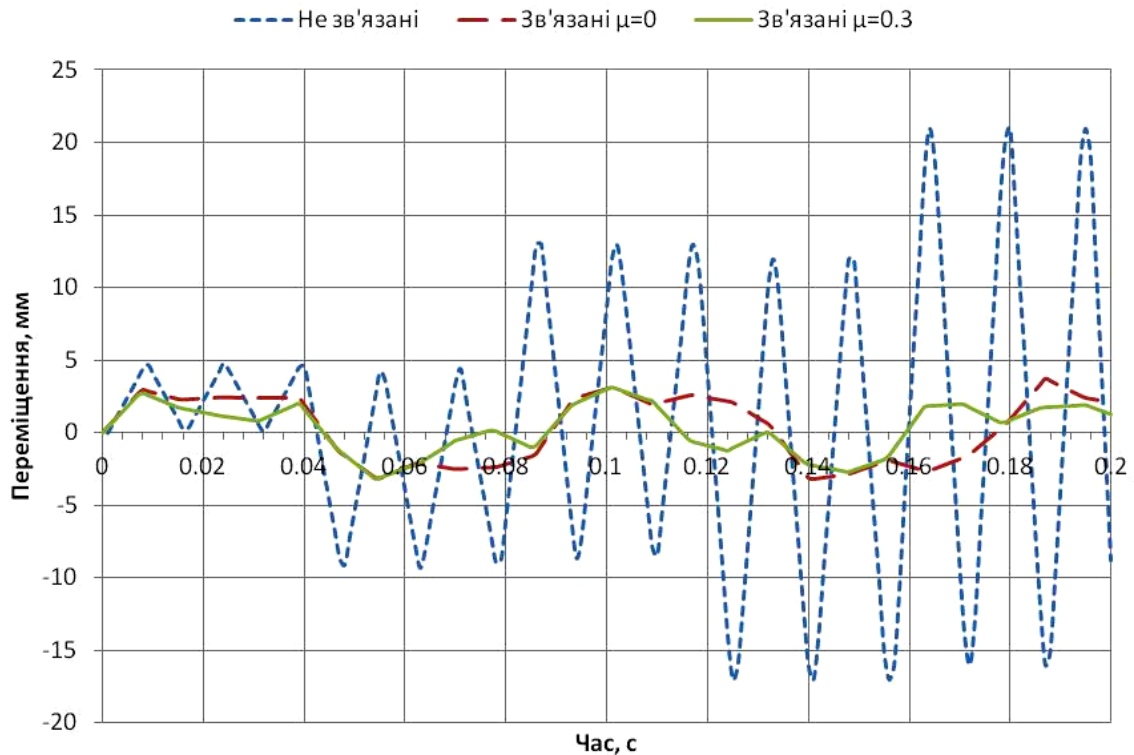


Рис. 2. Переміщення по крайці труби ($x = L$) у часі

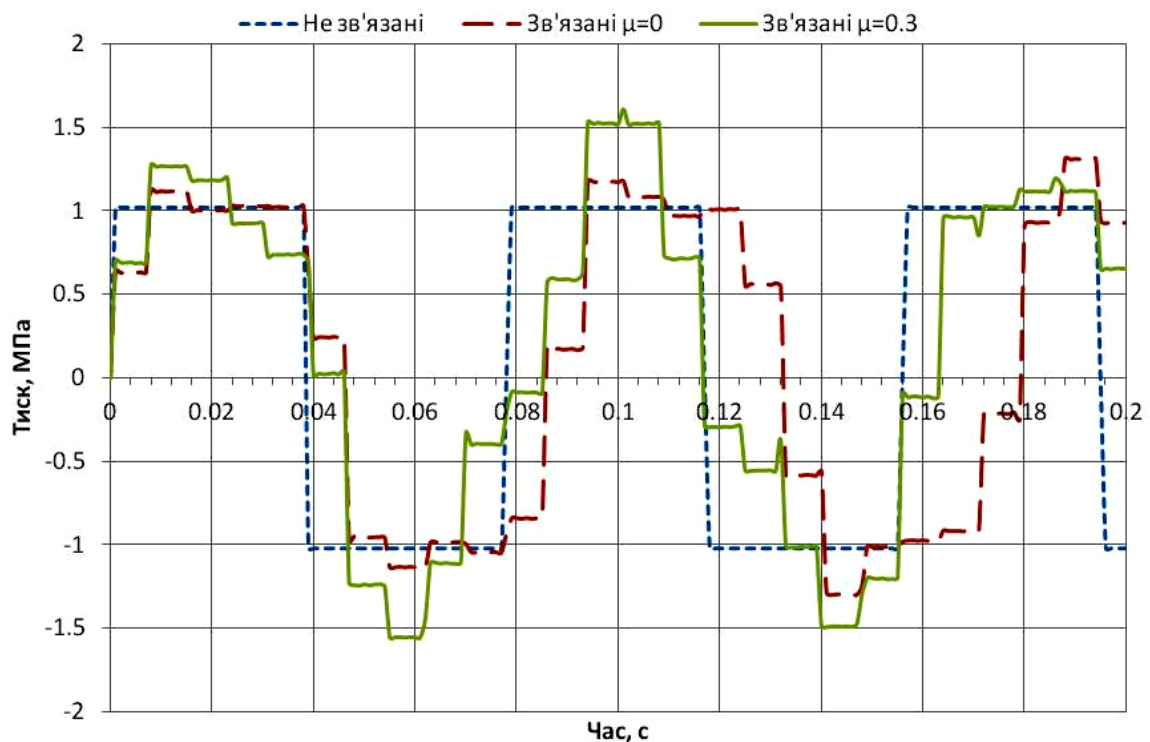


Рис. 3. Тиск по крайці труби ($x = L$) у часі

Аналіз рис. 2. показує, що при незв'язаному аналізі амплітуда переміщень по крайці трубопроводу зростає, що пов'язано із співпаданням акустичних і механічних частот коливань. Таким

чином, незв'язаний аналіз свідчить про резонансну поведінку системи. Зв'язаний аналіз більш реально описує поведінку системи, у якій насправді резонанс відсутній.

На рис. 3. наведене порівняння тисків для незв'язаного й зв'язаного розрахунків. Вплив пуасонової взаємодії значний, видно, що зв'язані розрахунки перевищують у 1,5 разу значення тиску, отриманого за формулою Жуковського (25).

Висновки

У даній статті наводиться виведення умов ортогональності для зв'язаного аналізу середовище—трубопровід. Отримані точні умови ортогональності при взаємодії на фітингах і при пуасонової взаємодії.

Зокрема продемонстровано:

- при розрахунках поздовжніх коливань, урахування середовища, як приєднаної маси, може привести до значних помилок, для більш реалістичного моделювання необхідно користуватися зв'язаним аналізом;

- урахування взаємодії більш детально описує динамічну поведінку системи, зокрема усуває резонанс при збігу акустичних і механічних частот коливань;

- показано, що при врахуванні спільної взаємодії середовище—трубопровід амплітуда тисків може в 1,5 разу перевищувати значення, обчислене за класичною формулою Жуковського.

Зв'язаний аналіз дає більш точні результати при розрахунках тисків, напружень і переміщень, власних і резонансних частот, демпфірування й зусиль в опорах.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Tijsseling A. S.* Fluid-structure interaction in liquid-filled pipe systems: A review // *J. Fluids Struct.* — 1996. — № 10. — P. 109–146.

2. *Орыняк И. В., Батура А. С., Дубик Я. Р.* Применение метода начальных параметров к анализу связанных гидромеханических колебаний трубопроводных систем. Сообщение 2. Собственные частоты и формы связанных гидромеханических колебаний среды, транспортируемой трубопроводами // *Проблемы прочности.* — 2012. — №1. — С. 14–29.

3. *Orynyak I. V., Radchenko S. A., Dubyk I. R.* Application of the Transfer Matrix Method to the Analysis of Hydro-mechanical Vibration of NPP Piping. // *ASME 2013 Pressure Vessels & Piping Conference (PVP 2013)*, July 14–18, 2013 Paris, France. PVP2013-97676.

4. *Tijsseling A. S., C.S.W.Lavooij* Waterhammer with fluid-structure interaction *Applied Scientific Research* 47: 273-285, 1990.

5. *Тимошенко С. П.* Колебания в инженерном деле / С. П. Тимошенко, Д. Х. Янг, Уивер У. — М. : Машиностроение, 1985. — 472 с.

6. *Zhang L. Tijsseling A. S., Vardy A. E.* FSI analysis of liquid-filled pipes *Journal of Sound and Vibration* (1999) 224(1). — P. 69–99.

LITERATURE

1. *Tijsseling A. S.* Fluid-structure interaction in liquid-filled pipe systems: A review // *J. Fluids Struct.* — 1996. — 10. — P.109–146.

2. *Orynyak I. V., Batura A. S., Dubyk I. R.* Application of the method of initial parameters to analysis of coupled hydromechanical vibrations in piping systems. Part 2. Natural frequencies and modes of coupled hydromechanical vibrations of fluid transported in pipelines. — *Strength of Materials.* — 2012. — Vol. 44, No 1. — P. 8–19.

3. *Orynyak I. V., Radchenko S. A., Dubyk I. R.* Application of the Transfer Matrix Method to the Analysis of Hydro-mechanical Vibration of NPP Piping. // *ASME 2013 Pressure Vessels & Piping Conference (PVP 2013)*, July 14–18, 2013 Paris, France. PVP2013-97676.

4. *Tijsseling A. S., C. S. W. Lavooij.* Waterhammer with fluid-structure interaction *Applied Scientific Research* 47: 273-285, 1990.

5. *Timoshenko S., Young D.H., Weaver W.* *Vibration problems in engineering*, 4th edition, Published by John Wiley & Sons Inc (1974).

6. *Zhang L. Tijsseling A. S., Vardy A. E.* FSI analysis of liquid-filled pipes *Journal of Sound and Vibration* (1999) 224(1). — P. 69–99.

Стаття надійшла до редакції 26.05.2016