

УДК 519.142.378.141(045)

МАТЕМАТИЧНИЙ МЕТОД СКЛАДАННЯ І КОРИГУВАННЯ НАВЧАЛЬНИХ ПЛАНІВ

О. Є. Литвиненко, д-р техн. наук, проф., *Б. Г. Масловський*, канд. техн. наук, доц.

Національний авіаційний університет

litvinen@nau.edu.ua, mbg@nau.edu.ua

Представлено математичну модель завдання складання і коригування навчального плану, що містить цільову функцію і систему обмежень у вигляді додатному для подальшого її вирішення за допомогою відповідних оптимізаційних алгоритмів

Ключові слова: навчальний план, складання, коригування, математична модель, спрямований перебір.

The mathematical model of task of stowage and adjustment of curriculum that includes an objective function and system of limitations in a kind suitable for her further decision by means of corresponding optimization algorithms is presented

Keywords: curriculum, stowage, adjustment, mathematical model, directed surplus.

Вступ

Розвиток суспільства, науковий прогрес, поява нової техніки і технологій вимагають постійного вдосконалення навчальних процесів, що забезпечує підготовку фахівців, кваліфікація яких відповідає б поточним потребам. У свою чергу, це викликає необхідність періодичного перегляду номенклатури навчальних спеціальностей, внесення змін до змісту і структури навчально-методичного забезпечення, коригування нормативних документів, що регламентують основні види діяльності університетів.

До засадничих документів, що регламентують навчальний процес в університеті, належить навчальний план — документ, що встановлює тематику навчання, обсяг і порядок викладання навчальних дисциплін, вивчення яких забезпечує отримання майбутніми фахівцями необхідних знань, умінь і навичок [1].

З формального погляду завдання складання і коригування навчального плану полягає в розподілі всіх (чи певної частини) навчальних дисциплін між семестрами за дотриманням низки методичних вимог і формальних умов (обмежень) [2]. Очевидно, це завдання є багатоваріантним і має комбінаторний характер.

Значна кількість варіантів і вимог, що ставляться до навчального плану, утруднює рішення, а в деяких випадках — виключає таку можливість. Застосування до складання і коригування навчального плану традиційних математичних методів, передбачає побудову математичної моделі завдання з подальшим використанням для її вирішення відповідних оптимізаційних алгоритмів.

Це потребує спеціальних математичних методів, властивих комп'ютеризованим системам управління організаційно-технологічними процесами. Такі методи передбачають побудову математичних моделей завдань з подальшим вико-

ристанням відповідних оптимізаційних алгоритмів для їх вирішення.

Постановка завдання

Завдання складання і коригування навчального плану формулюється так. Задана множина навчальних дисциплін, для кожної з яких вказані наведені нижче характеристики. Необхідно так розподілити ці дисципліни між семестрами, щоб навчальний план максимально задовольняв би методичним рекомендаціям, що регламентують послідовність викладання навчального матеріалу, при дотриманні усіх заданих вимог і обмежень.

Мета статті — викладання математичного методу вирішення завдання складання і коригування навчальних планів, заснованого на побудові її математичної моделі з подальшим використанням ефективного алгоритму спрямованого перебору варіантів для її вирішення.

Початкові дані і умовні позначення

Нехай J — множина номерів семестрів, для яких складається (коригується) навчальний план;

I — множина дисциплін, які необхідно розподілити між даними семестрами;

J_i — множина номерів семестрів, у яких може викладатися i -а дисципліна; $i \in I$.

Залежно від кількості елементів великих кількостей J_i , $i \in I$, усі дисципліни поділяються на два класи:

I^C — підмножина дисциплін, які повинні викладатися в заздалегідь встановлені і суворо зафіксовані семестри (підмножина фіксованих дисциплін):

$$I^C = \{i \in I : |J_i| = 1\};$$

I^V — підмножина дисциплін, для викладання яких семестри спочатку не зафіксовані (підмножина варіативних дисциплін):

$$I^V = \{i \in I : |J_i| > 1\} = I \setminus I^C.$$

Звичайно, до складу підмножини I^C належать дисципліни циклів гуманітарної та соціально-економічної підготовки, математичної та природничо-наукової підготовки, професійної та практичної підготовки.

Підмножина I^V складається з дисциплін циклів самостійного вибору навчального закладу та вільного вибору студентом. Саме ці дисципліни підлягають розподілу між заданими семестрами, що є шуканим вирішенням даної задачі.

Окрім множин I , J і J_i , початковими даними для вирішення завдання є такі величини і множини:

n_j — кількість тижнів у j -му семестрі; $j \in J$;

m_j — нормативна кількість дисциплін у j -му семестрі; $j \in J$;

m_j^E — нормативна кількість іспитів у j -му семестрі; $j \in J$;

m_j^K — нормативна кількість курсових проєктів і курсових робіт у j -му семестрі; $j \in J$;

s_j — нормативна загальна кількість навчального часу за всіма дисциплінами (включно: аудиторне заняття, самостійна та індивідуальна роботи студентів) у j -му семестрі; $j \in J$;

$s_j^{A/T}$ — мінімальна кількість годин аудиторних навчань в тиждень у j -му семестрі; $j \in J$;

$s_j^{B/T}$ — максимальна кількість годин аудиторних занять за альтернативними дисциплінами в тиждень у j -му семестрі; $j \in J$;

$j^*(i)$ — номер семестру, найбільш прийняттого для викладання i -ї варіативної дисципліни; $j^*(i) \in J_i$; $i \in I^V$;

τ_i — загальна кількість навчального часу по i -й дисципліні (включно: аудиторне заняття, самостійна та індивідуальна роботи студентів); $i \in I$;

τ_i^A — кількість годин аудиторних занять у i -й дисципліні; $i \in I$;

p_i^E — ознака наявності іспиту в i -й дисципліні: $p_i^E = 1$, якщо дисципліна завершується іспитом; $p_i^K = 0$, якщо дисципліна завершується дифзаліком; $i \in I$;

p_i^K — ознака наявності курсового проєкту (курсової роботи) в i -й дисципліні: $p_i^K = 1$, якщо

навчальна програма дисципліни передбачає виконання курсового проєкту (курсової роботи); $p_i^K = 0$ у протилежному разі; $i \in I$;

p_i^A — ознака приналежності i -ї дисципліни до числа альтернативних дисциплін: $p_i^A = 1$, якщо дисципліна є альтернативною; $p_i^A = 0$ у протилежному разі; $i \in I$;

$\delta_i^{(-)}$ і $\delta_i^{(+)}$ — кількість годин, на які допускається зменшувати і збільшувати спочатку задану тривалість самостійної і індивідуальної роботи студентів у межах i -ї варіативної дисципліни; $i \in I^V$;

$I^{VP}(i')$ — множина варіативних дисциплін, викладання яких повинне передувати або здійснювати паралельно викладанню i' -ї варіативної дисципліни; $i' \in I^V$.

До складу множини варіативних дисциплін можуть входити дисципліни, які викладаються упродовж декількох семестрів. При цьому часто об'єми навчального часу, форми завершального контролю і інші параметри однієї і тієї дисципліни в різних семестрах відрізняються один від одного. У подібних випадках з метою спрощення формалізації даного завдання доцільно представляти кожну з таких дисциплін як послідовність окремих дисциплін, що викладаються впродовж тільки одного семестру. Найменування таких окремих дисциплін утворюється шляхом приєднання до найменування загальної дисципліни відповідного порядкового номера.

Нехай, наприклад, i^* -а дисципліна викладається впродовж r семестрів. При побудові математичної моделі даного завдання вона являє собою вигляд послідовності окремих дисциплін $[i^*(k); k = \overline{1, r}]$.

Для забезпечення безперервності викладання i^* -ї дисципліни впродовж r семестрів, що йдуть один за одним, необхідно заздалегідь зафіксувати номери семестрів, зіставивши кожній $i^*(k)$ -й окремій дисципліні множину $J_{i^*(k)}$, що складається з єдиного елементу: $J_{i^*(k)} = \{j_k\}$, де

$$j_k = j_{k-1} + 1, \quad k = \overline{2, r}.$$

Шукані змінні та цільова функція

Як шукані змінні, значення яких визначає розподіл навчальних дисциплін між семестрами, використовують незалежні бівалентні величини $x_{ij} \in \{0, 1\}$; $i \in I^V$; $j \in J_i$, сенс яких полягає в тому, що якщо в результаті вирішення завдання

виявляється, що деяка змінна $x_{ij'} = 1$, це означає, що i' -а варіативна дисципліна повинна викладатися в j' -му семестрі. При $x_{ij'} = 0$ це твердження неправильне.

Як цільову функцію використовують математичний вираз, що відбиває прагнення мінімізувати відхилення фактичного розподілу дисциплін між семестрами від найбільш прийнятного :

$$f(x) = \sum_{i \in I^V} [j^*(i) - \sum_{j \in J_j} j x_{ij}]^2 \rightarrow \min .$$

Система обмежень

До систему обмежень належать математичні вирази, що відбивають такі вимоги до шуканого навчального плану.

1. Усі варіативні дисципліни мають бути включені в навчальний план:

$$\sum_{j \in J_j} x_{ij} = 1; i \in I^V . \quad (2)$$

2. Кількість усіх дисциплін у кожному семестрі повинна дорівнювати нормативній величині:

$$\sum_{i \in I_j^V} x_{ij} = m_j - |I_j^C|; j \in J , \quad (3)$$

де I_j^V — множина варіативних дисциплін, які можуть викладатися в j -му семестрі :

$$I_j^V = \{i \in I^V : j \in J_i\};$$

де I_j^C — множина фіксованих дисциплін, закріплених за j -м семестром :

$$I_j^C = \{i \in I^C : j \in J_i\} .$$

3. Кількість іспитів у кожному семестрі має дорівнювати нормативному значенню:

$$\sum_{i \in I_j^{VE}} x_{ij} = m_j^E - |I_j^{CE}|; j \in J , \quad (4)$$

де I_j^{VE} — множина варіативних дисциплін, які можуть викладатися в j -му семестрі і завершуються іспитом:

$$I_j^{VE} = \{i \in I^V : p_i^E = 1\};$$

де I_j^{CE} — множина фіксованих дисциплін, закріплених за j -м семестром і завершуються іспитом:

$$I_j^{CE} = \{i \in I^{CE} : p_i^E = 1\} .$$

4. Кількість курсових проектів і курсових робіт у кожному семестрі повинна дорівнювати нормативному значенню:

$$\sum_{i \in I_j^{VK}} x_{ij} = m_j^K - |I_j^{CK}|; j \in J , \quad (5)$$

де I_j^{VK} — множина варіативних дисциплін, які можуть викладатися в j -му семестрі і передбачають виконання курсового проекту або курсової роботи :

$$I_j^{VK} = \{i \in I^V : p_i^K = 1\};$$

де I_j^{CK} — множина фіксованих дисциплін, закріплених за j -м семестром і таких, що передбачають виконання курсового проекту або курсової роботи :

$$I_j^{CK} = \{i \in I^{CK} : p_i^K = 1\} .$$

5. Кількість годин аудиторних занять у тиждень у кожному семестрі не має бути менше заданого значення:

$$\sum_{i \in I_j^A} \tau_i x_{ij} \geq n_j s_j^{A/T} - \sum_{i \in I_j^C} \tau_i; j \in J . \quad (6)$$

6. Загальна кількість навчального часу по всіх дисциплінах у кожному семестрі має дорівнювати нормативному значенню:

$$\sum_{i \in I_j^V} \tau_i x_{ij} = s_j - \sum_{i \in I_j^C} \tau_i; j \in J . \quad (7)$$

Оскільки загальна кількість навчального часу по дисциплінах спочатку встановлюється без урахування їх подальшого розподілу між семестрами, суворе дотримання цієї умови може виявитися нездійсненним. Тому, при формуванні і коригуванні навчального плану, доцільно скористатися можливістю зміни обсягів навчального часу варіативних дисциплін (у частині самостійної і індивідуальної роботи студентів) у заданих допустимих межах. Це дозволить замінити рівняння (7) двома нерівностями:

$$\begin{cases} \sum_{i \in I_j^V} [\tau_i - \delta_i^{(-)}] x_{ij} \leq s_j - \sum_{i \in I_j^C} \tau_i; \\ \sum_{i \in I_j^V} [\tau_i + \delta_i^{(+)}] x_{ij} \geq s_j - \sum_{i \in I_j^C} \tau_i, \end{cases} j \in J . \quad (8)$$

Вочевидь, така заміна потребує конкретизації обсягів навчального часу варіативних дисциплін після отримання вирішення цього завдання для забезпечення суворого дотримання умови (7).

7. Кількість годин аудиторних занять за альтернативних дисциплін у тиждень у кожному семестрі не має дорівнювати нормативному значенню:

$$\sum_{i \in I_j^{VB}} \tau_i x_{ij} = n_j s_j^{B/T}; j \in J^B , \quad (9)$$

де I_j^{VB} — множина альтернативних дисциплін, які можуть викладатися в j -му семестрі :

$$I_j^{VB} = \{i \in I^V : p_i^B = 1\};$$

де J^B — множина номерів семестрів, у яких повинні викладатися альтернативні дисципліни:

$$J^B = \{j \in J : I_j^{VB} \neq \emptyset\}.$$

8. Дотримання методично обґрунтованої послідовності викладання дисциплін :

$$\sum_{j' \in J_{i'}} x_{ij'} \prod_{i \in I^{III}(i')} \sum_{j \in J_i(j')} x_{ij} = 1; i' \in I^V, \quad (10)$$

де $J_i(j')$ — множина номерів семестрів до j' -го включно, у яких може викладатися i -а дисципліна:

$$J_i(j') = \begin{cases} \emptyset, & \text{якщо } j' > \max\{j \in J_i\}; \\ \{j \in J_i : j \leq j'\} & \text{у противном разі.} \end{cases}$$

Як бачимо, вираз (10) на відміну від попередніх обмежень має нелінійну структуру, що неминуче призводить до ускладнення алгоритму вирішення даного завдання. Проте, рівність одиниці всіх коефіцієнтів, що належать до виразу (10), у поєднанні з умовою (2) дозволяє замінити це нелінійне вираження адекватним лінійним рівнянням:

$$\begin{aligned} |I^{III}(i')| \sum_{j' \in J_{i'}} x_{ij'} - \sum_{i \in I^{III}(i')} \sum_{j \in J_i(j')} x_{ij} &= 0; \\ i' \in I^V. & \end{aligned} \quad (11)$$

У наведеній математичній постановці завдання складання (коригування) навчального плану формулюється таким чином: визначити вектор значень незалежних бівалентних змінних $(x_{ij} \mid i \in I^V; j \in J_i)$, що обертає в мінімум цільову функцію (1) при дотриманні системи обмежень (2)–(6), (8)–(9) і (11).

Завдання відноситься до класу екстремальних комбінаторних завдань з лінійною структурою системи обмежень.

Це дозволяє використати для її вирішення модифікований алгоритм спрямованого перебору варіантів, адаптований до специфіки наведеної математичної моделі [3].

Інтерпретація отриманих результатів

Вектор значень незалежних змінних, отриманий у результаті вирішення завдання

$$(x_{ij}^* \mid i \in I^V; j \in J_i)$$

задає шуканий розподіл навчальних дисциплін між семестрами за мінімального відхилення від найбільш прийнятного, встановленого на основі методичних положень.

Після знаходження вектора

$$(x_{ij}^* \mid i \in I^V; j \in J_i)$$

необхідно вирішити додаткове завдання, що полягає в уточненні для усіх варіативних дисциплін обсягів годин самостійної і індивідуальної роботи студентів для суворого дотримання умови (7).

З математичного погляду це завдання є тривіальним і може бути реалізовано в ручному режимі на основі міркувань методичного характеру.

Алгоритм спрямованого перебору варіантів має властивість повноти і тому гарантує знаходження вирішення завдання в усіх випадках, коли воно об'єктивно існує. Якщо ж виявляється, що система обмежень неспільна і допустимих вирішень завдання не має, це може свідчити тільки про некоректність заданих початкових умов. У цьому випадку необхідно встановити вид порушуваних обмежень і внести відповідні зміни в початкові дані.

Висновки

Наведений математичний апарат дозволяє складати як нові, так і коригувати раніше складені навчальні плани. Формально можна вважати, що завдання складання плану відрізняється від завдання його коригування тим, що в першому випадку заздалегідь закріплених дисциплін немає ($I^C = \emptyset$), а усі дані дисципліни належать варіативним. Проте, насправді така ситуація є маловірогідною, оскільки практична підготовка студентів, як правило, проходить у суворо встановлених семестрах з міркувань виробничого характеру. У будь-якому випадку склад безлічі фіксованих (I^C) і варіативних (I^V) дисциплін ніяк не впливає ні на структуру наведеної математичної моделі, ні на алгоритм вирішення даного завдання.

ЛІТЕРАТУРА

1. Наказ Міністерства освіти і науки України від 26.01.2015 р. № 47 «Про особливості формування навчальних планів на 2015/2016 навчальний рік».
2. Роз'яснення і рекомендації Міністерства освіти і науки України від 13.03.2015 р. № 1/9-126 «Щодо особливостей організації освітнього процесу та формування навчальних планів у 2015/2016 навчальному році»
3. Литвиненко А. Е. Метод спрямованого перебору в системах управління і діагностування / А. Е. Литвиненко. — К. : Наук.-вид. центр НБУВ, 2007. — 328 с.

Стаття надійшла до редакції 16.04.2016