

УПРАВЛЕНИЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕМ ГИБКИМИ ПРОСТРАНСТВЕННО ИСКРИВЛЕННЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

Национальный авиационный университет

Показан метод управления гибкими пространственно искривленными объектами направленными силовыми воздействиями на дискретных участках продольной оси, которая благодаря этому может принимать любую требуемую форму. При этом вектор прикладываемых нагрузок может быть произвольном по величине и направлению. Описана методика численного решения поставленной задачи. Приведены практические примеры реализации описанной методики.

Постановка проблемы. Технологии разведки и добычи жидких и газообразных энергоносителей, расположенных на шельфе украинского сектора морей, обусловили эффективность широкого освоения углеводородных ресурсов. Способы укладки, ремонта и обслуживания подводных трубопроводов, проектирование и изготовление подводных роботизированных систем предполагают широкое использование различных механизмов, проектирование которых представляет собой серьезные научные проблемы, решение которых позволяет значительно уменьшить экономические затраты, не прибегая к дорогостоящим водолажным работам [1]. Глубоководные комплексы и системы имеют ряд существенных различий в сравнении с наземными. Одним из них является значительное уменьшение гравитационных сил, действующих на их элементы, что позволяет более широко использовать упругие гибкие конструкции, которые являются технологичнее и имеют целый ряд преимуществ в сравнении с классическими жесткими многозвенными шарнирными. Практически единственной возможностью исключить или значительно уменьшить зазоры в кинематических сочленениях подвижных гибких элементах является принудительный натяг кинематических цепей. Он возможен только в замкнутых механических цепях путем создания в них замкнутых силовых потоков. Это достигается путем использования гибких пространственно искривляемых элементов с неограниченной степенью свободы исполнительного органа, управляемых направленными силовыми воздействиями с помощью различных технологических

приемов. Анализ их напряженно-деформированного состояния необходим для выбора рациональной технологической схемы разработки новых подводных систем, создания принципиально новых управляемых глубоководных технологических роботов.

Анализ последних исследований. Несмотря на большой интерес, вызываемый в последнее время к гибким конструкциям, управление ими вызвано затруднениями, связанными со сложностями расчета пространственного неограниченного перемещения исполнительного органа. Задача является геометрически нелинейной и требует особого подхода. Аналитические методы расчета имеют давнюю историю. Наиболее широкое распространение получила методика, созданная С.И. Левиным [2]. Согнутый участок гибкого объекта рассматривается как балка на двух опорах. При этом учитывается, что в предельных точках (точка выхода на поверхность и точка касания дна) кривизна и угол поворота упругой оси по отношению к горизонтальной оси равны нулю. Значительный вклад в решение задач пространственного деформирования привязных спускаемых аппаратов и управления ими внес В.Э. Магула [3]. Им впервые в данной области предпринята попытка алгоритмизировать вычисления с помощью ЭВМ, однако при этом использовались лишь аналитические методы вычислений. При составлении и решении разрешающих уравнений авторами делается ряд предположений, которые в определенной степени влияют на точность полученных результатов. Решаемые задачи принадлежат, как правило, к плоскому случаю, не учитывается возможность пространственного деформирования вследствие действия произвольного вектора внешних нагрузок. Это приводит в ряде случаев к неточным или даже неверным записям компонентов этого вектора. Классическим обобщением теории гибких элементов можно считать труды Попова и Светлицкого [4; 5]. Ими решены основные задачи, необходимые для расчетов напряженно-деформированного состояния, устойчивости и динамики гибких стержней. Однако аналитические методы сейчас нельзя считать достаточно алгоритмичными, постановка и решение любой новой задачи требуют в этом случае больших затруднений. Поэтому наиболее перспективным в этом направлении можно считать применение численных методов на базе современных методов вычислительной математики и численного анализа.

Формулировка целей. Дифференциальные уравнения, описывающие пространственное перемещение гибкого элемента, имеют высокий порядок и содержат нелинейности сложного вида. Поиск их решения аналитически часто становится невозможным. Решение таких задач оказывается возможным только современными методами нелинейного анализа, применение которых побуждает к выбору модификации разрешающих уравнений, обеспечивающих алгоритмичность и эффективность используемых подходов. До настоящего времени указанные исследования не получили необходимого развития из-за отсутствия достоверных математических моделей, которые достаточно просто и эффективно реализуются в виде алгоритмов и программ для численного решения рассматриваемых задач. Эта модель должна позволять воспроизводить реальные внешние условия на коротких (секунды, минуты) интервалах времени с учетом вероятностной природы основных характеристик гидрометеосреды. Целью этой работы является описание численного метода решения задачи управления гибким пространственно искривленным объектом при целенаправленных и возможных случайных силовых воздействиях.

Методика исследования. В работе рассматривается математическая модель, основанная на известных подходах [6]. Относительно применения современных вычислительных алгоритмов она позволяет создать унифицированные методы исследования деформирования гибких длинномерных объектов, которые позволяют учитывать:

- неограниченность пространственного упругого деформирования;
- физико-геометрические параметры элементов с произвольными вдоль оси значениями изгибной и крутильной жесткостями;
- действие статических, квазистатических или динамических нагрузок, как угодно расположенных в пространстве;
- действие нагрузок от течения, волн, гидростатического давления.

Опишем кратко метод исследования. Введем \bar{n} , \bar{b} , $\bar{\tau}$ – естественный трехгранник с единичными ортами главной нормали и касательной; u, v, w – орты подвижного трехгранника; \bar{F} , \bar{M} – векторы внутренних усилий и моментов; p, q, r – кривизны относи-

тельно орт подвижного трехгранника; x, y, z – координаты независимой переменной s .

Представим систему разрешающих уравнений, которые описывают деформирование гибкого элемента, в виде

$$\mathbf{x}' = \mathbf{f}(\mathbf{x}, s, \lambda), \quad (1)$$

где $x(s) = (F_u(s), F_v(s), F_w(s), p(s), q(s), r(s), \tau_x(s), \tau_y(s), \tau_z(s), n_x(s), n_y(s), n_z(s), b_x(s), b_y(s), b_z(s), x(s), y(s), z(s))^T$ – вектор состояния ($m=18$), f – вектор-функция правых частей системы уравнений; λ – параметр интенсивности возмущения (нагружения); штрихом обозначена производная по s . Параметр λ может быть как действительным, так и формальным, который отображает количественные характеристики задачи.

Сформулированная таким образом в области $0 \leq s \leq S$ изменения независимой переменной s система разрешающих уравнений (1) имеет общий восемнадцатый порядок. Наличие шести первых интегралов

$$|\bar{\tau}| = 1, \quad |\bar{n}| = 1, \quad \bar{\tau} \bar{n} = 0, \quad \bar{\tau} \times \bar{n} = \bar{b}$$

позволяет уменьшить ее порядок до двенадцатого. Методика решения поставленной задачи основана на совместном использовании метода продолжения по параметру и метода Ньютона-Канторовича. На краю $s = 0$ интервала $0 \leq s \leq S$ изменения переменной s заданы шесть независимых краевых условий $\varphi[\bar{x}(0)] = 0$ и шесть вытекающих из первых интегралов уравнений связи $\bar{\theta}[\bar{x}(0)] = 0$. Для замыкания системы уравнений достаточно на краю $s = S$ задать шесть независимых краевых условий $\bar{\psi}[\bar{x}(s)] = 0$. В сформулированных краевых уравнениях $\bar{\varphi}, \bar{\theta}, \bar{\psi}$ обозначают шестимерные векторы-функции.

Пусть при некотором значении $\lambda = \lambda^{(n)}$ известно решение $\bar{x}^{(n)}(S)$. Дадим малое приращение $\delta\lambda^{(n)}$ параметра λ . Тогда соответствующую ему вариацию $\bar{\delta}\bar{x}^{(n)}(S)$ решения $x^{(n)}(S)$ можно найти из линейного уравнения

$$\frac{d\delta\bar{x}^{(n)}}{ds} = \frac{\partial \bar{f}}{\partial \bar{x}} \delta\bar{x}^{(n)} + \frac{\partial \bar{f}}{\partial \lambda} \delta\lambda^{(n)}, \quad (2)$$

полученного линеаризацией системы разрешающих уравнений. Краевые уравнения для функции $\delta(x)^{(n)}$ формируются линеаризацией начальных нелинейных краевых уравнений

$$\frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial \bar{x}} \delta \bar{x}^{(n)}(0), \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial \bar{x}} \delta \bar{x}^{(n)}(0), \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{x}} \delta \bar{x}^{(n)}(S) = 0. \quad (3)$$

Для построения $\delta \bar{x}^{(n)}(S)$ выберем среди составляющих $\delta \bar{x}_i^{(n)}(S) (i=1,2,3,\dots,18)$ такие шесть компонент $\delta \bar{x}^{(n)}(S)$, любые значения которых $\delta_j^{(n)}(0)$ не изменяют первых двух векторных уравнений системы (3). Перенумеруем неизвестные $\delta \bar{x}_i^{(n)}(s) (i=1,2,3,\dots,18)$ так, чтобы индекс j принимал значения $j=1,2,3,\dots,6$. Тогда решение задачи (3) представим в виде

$$\delta \bar{x}^{(n)}(s) = \bar{y}_\lambda \delta \lambda^{(n)} + Y(s) \delta \bar{c}^{(n)},$$

где $\bar{y}_\lambda(s)$ – решение задачи Коши для системы

$$\frac{d \bar{y}_\lambda}{ds} = \frac{\partial \bar{f}}{\partial x} \bar{y}_\lambda + \frac{\partial \bar{f}}{\partial \lambda}$$

при нулевых начальных условиях; $Y(s)$ – матрица размера $m \times 6$ решений системы

$$\frac{dv}{ds} = \frac{\partial f}{\partial x} y$$

с начальными условиями $y_j(0) = (\delta_1^j, \delta_2^j, \dots, \delta_6^j) (j=1,2,\dots,6)$ для независимых переменных, для других переменных – $y_i(0) (i=7,8,\dots,18)$.

Вектор постоянных $\delta c^{(n)} = \{\delta c_1^{(n)}, \delta c_2^{(n)}, \dots, \delta c_6^{(n)}\}$ подбирается из уравнений

$$\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{x}} Y(S) \delta \bar{c}^{(n)} = - \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{x}} \bar{y}_\lambda(S) \delta \lambda^{(n)}.$$

Выбирая состояние $x^{(n+1)}, \lambda^{(n+1)}$ как порождающее, вариацией параметра λ его можно продолжить на величину $\delta x^{(n+1)}$. Количество шагов интегрирования и точек дискретизации по длине элемента зависит от многих факторов: количества и характера действующих по длине нагрузок, меры нелинейности процесса и т.п. Практическая реализация метода осуществляется в виде программ расчета на ЭВМ. При этом время счета в зависимости от сложности задачи не

превышает 5–10 мин. для ПЭВМ с оперативной памятью 500 МГб и частотой 3000 МГц.

Изложение основного материала исследования. Представленная методика численного расчета позволяет осуществлять расчетное управление гибкими протяженными объектами следующим образом. Известно, что первоначально пространственно криволинейный объект сохраняет свою форму до тех пор, пока на него не воздействует какое-то силовое поле. Наиболее часто применяемые в настоящее время способы воздействия – это управление положением объекта с помощью гибких связей, расположенных на нескольких дискретных участках. Более экономичным представляется метод управления гибкими объектами с помощью установленных на них устройствах, позволяющих за счет силовых воздействий на участки объекта приложением в различных сечениях нагрузок (сосредоточенных или моментных) изменять их положение по заранее предполагаемому закону. Для установления предполагаемой формы объекта необходимо предварительно рассчитать его напряженно-деформированное состояние, после чего с помощью средств контроля уточнить положение продольной оси элемента. Покажем процесс расчета на примере решения задачи пространственного деформирования первоначально прямого консольного гибкого стержня с последующим воздействием трех моментных, расположенных в разных плоскостях, и равномерно распределенных нагрузок, возникающих на каком-то временном этапе деформирования (рис. 1).

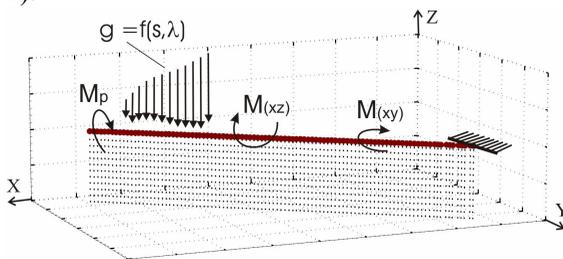


Рис. 1. Схема нагружения

На рис.1 $M_{(xz)}$ и $M_{(xy)}$ – изгибающие моменты, действующие в плоскостях xz и xy соответственно, M_p – крутящий момент вокруг продольной оси; нагрузка q – распределенная функционально как по длине стержня, так и во времени, являющемся в данном случае анало-

гом шага нагружения λ . Их действием может достигаться требуемое деформирование гибкого элемента в любых плоскостях. Следует подчеркнуть, что допускается задание начальной геометрии продольной оси практически любой пространственной конфигурации.

Полученные результаты. Будем считать, что в начальной стадии гибкий элемент находится в равновесии и сохраняет свою первоначальную форму (рис.1). Вследствие приложения нагрузок он деформируется одновременно в разных плоскостях, принимая пространственную форму продольной оси, значительно отличающуюся от первоначальной. Конечной целью деформирования является достижение свободным концом элемента (например, исполнительным механизмом) необходимой пространственной координаты. Для численного решения такой задачи по всей длине элемента задается 300 точек дискретизации. При этом проводится пошаговое интегрирование с дискретным нагружением, а действующие нагрузки – аналоги параметра λ (2), где $\lambda = f(\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_i)$. После определенного шага нагружения путем запоминания промежуточного решения действие какой-либо нагрузки может или прекращаться, или прикладываться вновь, и далее решение продолжается при действии всех приложенных на данный момент времени нагрузок. Таким образом, задача может считаться квазистатической. Результаты такого решения представлены на рис. 2.

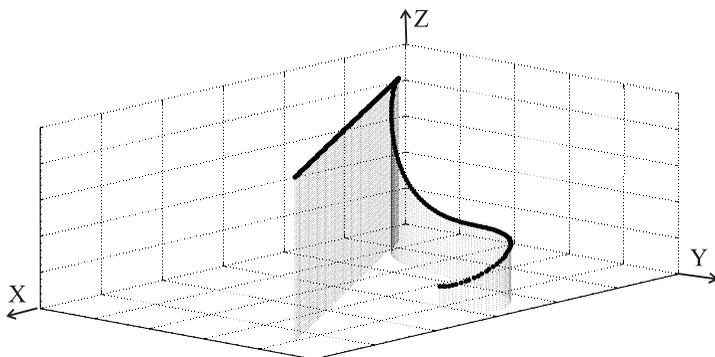


Рис. 2. Формы продольной оси деформированного гибкого элемента в аксонометрических изображениях от начального (прямая) до конечного положения

Следует отметить, что каждый шаг интегрирования отображается графически на экране дисплея, что позволяет визуальное контро-

лизовать предполагаемое пространственное положение объекта и сравнивать его с действительным. Кроме того, в любой момент деформирования можно отображать все необходимые внутренние силовые факторы на дисплее в виде таблиц или графиков (рис. 3).

Результаты расчетов показывают эффективность представленной методики. Ее достоверность косвенно определяется сходимость решений дифференциальных. Анализируя усилия, показанные на рис. 3, можно сделать вывод о большой нелинейности процесса деформирования.

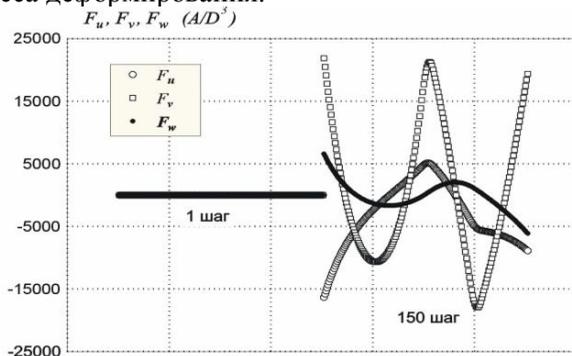


Рис. 3. Внутренние усилия в сечениях гибкого элемента в недеформированном состоянии (1-й шаг интегрирования) и в конце деформирования (150-й шаг интегрирования)

Таким же образом можно при необходимости изобразить графически и внутренние моменты в любом сечении на любом шаге.

Приняв шаг интегрирования достаточно малым, можно осуществить контроль напряженно-деформированного состояния на всем этапе деформирования с необходимой дискретностью нагружения. Практика использования методики при решении тестовых задач показала, что для достаточной уверенности в достоверности получаемых результатов необходимо убедиться в сходимости интегрирования разрешающих уравнений.

Одним из таких признаков является визуальное наблюдение с помощью компьютерной графики за геометрией объекта непосредственно в процессе решения на любом шаге интегрирования. Если по каким-то причинам (неправильно выбраны начальные условия, неправильно заданы нагрузки, неправильно выбрана величина шага нагрузки и т.п.) задача численно не решается, то это, помимо программного контроля, сразу отображается на дисплее ком-

пьютера в виде нелогично расположенных геометрических форм продольной оси объекта.

Выводы. Применяя предложенную методику, можно без значительной перестройки вычислительных алгоритмов менять характер действия нагрузок, получать необходимые параметры напряженно-деформированного состояния гибких элементов. При некоторых реально возникших обстоятельствах (например, при внезапном приложении нагрузки, потере устойчивости, изменении жесткости вследствие аварии и т.п.) если возникает необходимость прекратить решение, то после изменения определенных параметров задачи можно возобновить его снова, начиная с прерванного шага. Предложенный алгоритм разработанных подпрограмм предусматривает возможность изменения действия нагрузки на любом шаге числового интегрирования при помощи «запоминания» предыдущего шага, а также на любом интервале совокупности точек дискретизации по длине элемента. Простота использования, наглядность, скорость получения результатов делают методику удобной для использования инженерами при расчетах и технологических операциях.

Список литературы

1. *Коростель Г. П., Крупский Б.Л., Гладун В.В.* Дальнейшие поисково-разведывательные работы на нефть и газ в акваториях Черного и Азовского морей (украинский сектор) // *Нафтовая и газовая пром-сть*. –2001. – №4. – С. 6–9.
2. *Левин С.И.* Проектирование и строительство подводных трубопроводов. – М.: Гостоптехиздат, 1960. – 63 с.
3. *Магула В.Э. Блинцов В.С.* Проектирование самоходных привязных подводных систем. – К.: Наук. думка, 1997. – 139 с.
4. *Попов Е.П.* Нелинейные задачи статики тонких стержней. – М.: ОГИЗ, 1948. – 178 с.
5. *Светлицкий В.А.* Механика трубопроводов и шлангов: Задачи взаимодействия стержней с потоком жидкости или воздуха. – М.: Машиностроение, 1982. – 279 с.
6. *Кравцов В.И.* Механика гибких морских конструкций. – К.: Наук. думка, 1999. – 132 с.