

УДК 621. 77:621.91

DOI: 10.18372/0370-2197.1(102).18434

Ю. О. МАЛІНОВСЬКИЙ<sup>1</sup>, Г. В. ДАНИЛІНА<sup>1</sup>, Д. П. ВЛАСЕНКОВ<sup>1</sup>, Д. П. РИБАК<sup>1</sup>,  
С. Ю. ОЛІЙНИК<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Відокремлений структурний підрозділ «Криворізький професійний коледж Національного авіаційного університету», Кривий Ріг, Україна

<sup>2</sup>Криворізький національний університет, Кривий Ріг, Україна

## ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ ВОЛОЧІННЯ І ПРОКАТКИ В УМОВАХ РАЦІОНАЛЬНОГО ВИКОРИСТАННЯ СИЛ СУХОГО І НАПІВРІДІННОГО ТЕРТЯ ПІД ВПЛИВОМ ЗОВНІШНІХ ВІБРАЦІЙ

У сучасних технологічних процесах з обробки металів тиском, таких як холодна прокатка, накатка і волочіння, значна частка енергії, що підводиться до прокатного пристрою, безповоротно втрачається на тертя та зношування, а також надання заготівлі заданої форми (або розмірів) у результаті пластичної деформації.

Для оцінки характеру тертя в таких машинах визначено види фрикційної взаємодії матеріалу оброблюваної заготовки з інструментом, з урахуванням впливу мастильних матеріалів. Як було встановлено, під час обробки металів тиском, має місце як «сухе», так і «напіврідинне» тертя. Навіть за наявності мастила в кінематичній парі: волока-дротяна заготовки переважає сухе тертя. Як показує практика – виникнення значних сил тертя і сил натягу заготовки зумовлено наявністю множинних деформаційних мікронерівностей у прийнятній частині волоки, під час її взаємодії з рухомою заготовкою. Ці мікронерівності (на заготівлі) зрізаються і пластично деформуються під час взаємодії контактної пари. Причому цей деформаційний процес супроводжується безперервним хвильовим фоном у звуковому діапазоні.

Для інтенсифікації процесів прокатування і волочіння рекомендовано використовувати, за аналогією з вібраційною обробкою металів різанням, вібраційне прокатування і волочіння, шляхом встановлення на застосовуваних волоках додаткових вібраторів, які діють у напрямі прокатки або волочіння. Пропоновані вібратори працюють, як правило, в ультразвуках. Оптимізація роботи прокатної (волочильної) установки здійснюється шляхом підбору амплітуди і частоти додаткової вібрації, що забезпечують необхідний режим роботи машини, який реалізує перехід від «сухого» тертя між дротом і фільєрою до «напіврідинного» тертя.

Впровадження заходів зі створення додаткових пристроїв для ультразвукового волочіння і прокатки дає змогу знизити енергетичні витрати на виконання операції прокатки і волочіння, а також підвищити зносостійкість інструменту.

**Ключові слова:** тертя, знос, модуль пружності, холодна прокатка, волочіння, розсіювання енергії, фільєра, поверхневий шар, критичне напруження, деформаційна мікронерівність, пружна хвиля, частота, амплітуда, обичайка, зовнішня вібрація.

**Аналіз виконаних досліджень і публікацій.** Багато технологічних процесів з холодної обробки матеріалів тиском, такі як прокатка, накатка, волочіння та інші, можуть бути уподібнені взаємодії жорсткого штампа і заготовки. Найтиповішою технологічною операцією зі взаємодії штампа і заготовки є волочіння, де робочі поверхні волоки можуть бути подібні до жорсткого

штампа, що взаємодіє з основою [1] (циліндричною, плоскою або криволінійною з піддатливого матеріалу).

Залежно від виду оброблюваного матеріалу і форми інструменту, деформаційна (залишкова) хвиля стиснення може мати вигляд деформаційної смуги з синусоїдальними гребенями або деформованої оболонки з гофрованою поверхнею [1].

Спрощено вважаємо, що контакт робочої поверхні інструмента з гранню заготовки відбувається по смугі, ширина якої визначається умовами задачі та шириною інструмента, а її товщина визначається величиною ступеня обтиснення заготовки.

Значимо, що під час пропускання заготовки через волоку (наприклад, нерухому) відбувається хвилеутворення на всіх гранях інструменту і заготовки, що стикаються, що супроводжується місцевою втратою стійкості поверхневих шарів у зоні перед волокою [2]. У цьому разі, між інструментом і заготовкою мають місце ефекти, що відбуваються під час тертя ковзання. Якщо ж волочильну установку обладнано роликвою волокою, то в зоні перед інструментом відбудеться хвилеутворення по всіх взаємодіючих гранях (наприклад, чотирьох). У цьому разі між інструментом і заготовкою мають місце ефекти, присутні при терті кочення.

Важливою характеристикою процесу волочіння є величина коефіцієнта обтиснення, що обмежується міцністю протягнутої частини та відсутністю самозбуджувальних коливань у зоні взаємодії інструменту і заготовки (ступінь обтиснення, у низці випадків, досягає 35÷42 % і формує залишкові пластичні деформації заготовки).

З наведених міркувань випливає, що для кожного пропуску заготовки необхідно визначати зусилля волочіння. Також необхідно перевіряти навантаження на гранях волоки, які можуть призвести до місцевої втрати стійкості зовнішніх шарів і спричинити небажані параметричні та автоколивання цих шарів [1]. Самозбуджувальні коливання часто є причиною місцевих руйнувань.

Тому під час виконання процесу волочіння необхідно, з одного боку, забезпечити мінімальне тертя між інструментом і заготовкою, а також унеможливити автоколивання в системі [3].

Перейдемо до визначення умов оптимального протікання або інтенсифікації робочих процесів волочіння і прокатки. У низці випадків для поліпшення параметрів деталей (заготовок) після їхньої механічної обробки є ефективним застосування технологічних процесів зі спрямованими вібраціями (рис. 1, 2). Під час реалізації таких процесів необхідно прагнути до застосування генераторів спрямованих коливань із досить малими амплітудами 10...20 мкм [4]. Використання методу вібраційного волочіння і прокатки дає змогу знизити технологічні зусилля і коефіцієнти тертя для розглянутих виробничих процесів.

Якщо розглядати процес тертя деталі та інструменту на мікрорівні як явище схоплювання дотичних мікронерівностей, то зміну сили тертя під час взаємодії поверхонь можна трактувати як руйнування «гіпотетичних» містків зварювання між контактуючими поверхнями.

**Метою цієї роботи** є вдосконалення технологічних процесів обробки металів тиском, таких як волочіння і прокатка, за рахунок оптимізації

характеристик тертя між волокою і заготовкою в результаті використання додаткових вібраторів ультразвукового діапазону.

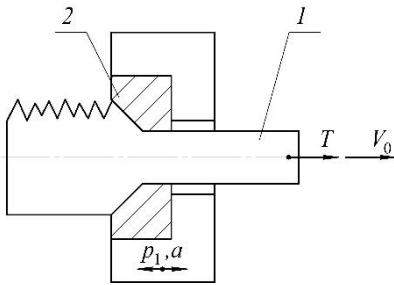


Рис. 1. Вібраційне волочіння:

$1$  – заготовка,  $2$  – волока

$p_1, a$  – частота й амплітуда вібрації;

$V_0, T$  – швидкість і зусилля волочіння

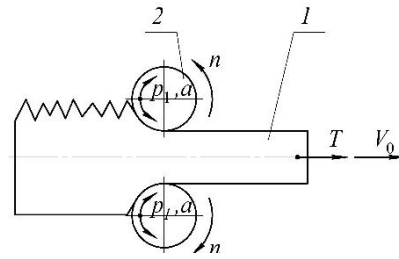


Рис. 2. Схема вібраційної прокатки:

$1$  – заготовка,  $2$  – волока

$n$  – кутова частота обертання валків;

$p_1, a$  – частота й амплітуда вібрації;

$V_0, T$  – швидкість і зусилля прокатки

**Викладення основного матеріалу.** Виходячи із загальноприйнятих уявлень про природу процесів холодного плющення та волочіння дроту, можна вважати, що відомі технологічні процеси з обробки металів тиском, такі як плющення, накатування, штампування, волочіння та інші подібні процеси, можна уподібнити до взаємодії жорсткого штампу із заготовкою. Однією з найтипівіших технологічних операцій зі взаємодії штампа і заготовки є волочіння, де робочі поверхні волоки можуть бути подібні до жорсткого штампа, який взаємодіє з плоскою або криволінійною гранню заготовки з піддатливого матеріалу. Для попереднього розгляду питань формоутворення поверхні деталі (виробу) будемо вважати, що оброблені ділянки мають протяжну циліндричну або плоску форму. У цьому разі під час взаємодії заготовки з волокою відбудеться втрата пружної стійкості поверхневих шарів (рис. 3) (у межах 2 – 3 деформаційних хвиль для стиснутої ділянки [5]).

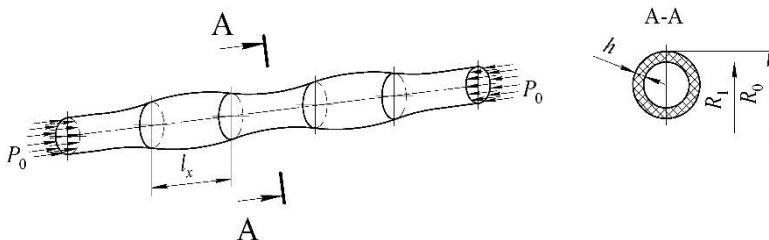


Рис. 3. Розрахункова схема заготовки під час волочіння:

$l_x$  – довжина однієї напівхвилі деформації;

$R_0$  – номінальний зовнішній радіус заготовки;

$R_1$  – радіус прохідного перерізу волоки;

$h$  – товщина деформованого шару обичайки, що деформується;

$P_0$  – розподілене зусилля, що викликає ударні імпульси.

Оброблюваний кінець проволочки навантажений зусиллям розтягування  $T$ . Оскільки проволочка радіуса  $R_0 > R_1$  протягується через прохідний перетин  $R_1$ , то на контактних заплечиках волюки виникає розподілений кільцевий тиск  $P_0$ , яке стискає поверхневий (надлишковий) шар проволочки. Це розподілене зусилля  $P_0$  – викликає стиснення і поздовжній вигин поверхневих шарів проволочки.

При цьому умовно вважаємо, що поверхневі шари дроту є осесиметричною обичайкою. Ці шари перебувають під впливом стискаючого навантаження (інтенсивністю  $P_0$ ), розподілене по кільцевих перерізах ( $h$ ), викликають стиснення поверхневих шарів дроту, що протягується, які, будучи умовно поверхневими шарами оболонки, можуть втратити поздовжню стійкість з утворенням на її поверхні хвилястої деформованої ділянки з  $n$  напівхвилями (гофрами). Причому ця хвиляста поверхня може мати як осесиметричний, так і несиметричний характер. Почнемо з розгляду стійкості оболонки довжиною  $L$  (величина поки що невідома), шарнірно опертої по торцях, вважаючи, що випучування оболонки по довжині може бути як симетричним, так і несиметричним (рис. 4).

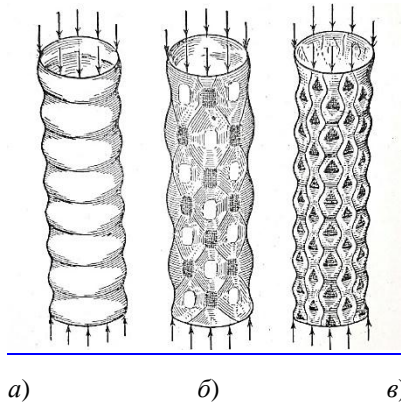


Рис. 4. Різні форми випучування оболонки:

а) осесиметрична, б) шахова, в) ромбоподібна

У загальному випадку розглянемо рівняння рівноваги оболонки в частинних похідних [5]

$$\frac{D}{h} \nabla^8 w + \frac{E}{R^2} \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + P_0 \nabla^4 \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = 0, \tag{1}$$

з граничними умовами

$$w = 0; \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \text{ при } x = 0; x = L, \tag{2}$$

де  $w = w(x)$  – прогин оболонки як функція двох змінних;

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \text{ – оператор Лапласа;}$$

$$\nabla^4 = \nabla^2 \cdot \nabla^2 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} \text{ – подвійний оператор Лапласа;}$$

$$\nabla^8 = \nabla^2 \cdot \nabla^2 \cdot \nabla^2 = \nabla^2 \cdot \left( \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} \right) \text{ – потрійний оператор Лапласа;}$$

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)} \text{ – циліндрична жорсткість оболонки;}$$

$E$  – модуль пружності матеріалу оболонки;

$h$  – товщина оболонки ( $h = \frac{d_0 - d_1}{2}$ );

$\mu$  – коефіцієнт Пуассона для матеріалу оболонки;

$R$  – радіус серединної поверхні оболонки;

$P_0$  – величина осьового розподіленого тиску (кільцевого) (величина змінна).

Якщо розглядати задачу не осесиметричну, то за прийнятих граничних умов прогин оболонки може бути апроксимований виразом:

$$w = w(x, y) = A \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{n y}{R}, \quad (3)$$

$$(n = 1, 2, 3, \dots)$$

яке задовольняє рівнянню (1),

де  $A$  – стріла прогину оболонки;

$m$  – число напівхвиль на деформованій (осьовій) частині оболонки.

У разі, коли прогин  $w$  описується виразом (4), то задача формально є одновимірною

$$w = w(x, y) = A \sin \frac{m\pi x}{L}, \quad (4)$$

тобто оболонка після втрати нею поздовжньої стійкості та згідно з [5] описується рівнянням (1) і є осесиметричною (при цьому перерізи оболонки після випучування залишаються круговими). Тоді рівняння (1) трансформується в рівняння (5) за граничних умов (2):

$$\frac{D}{h} \cdot \frac{\partial^8 w}{\partial x^8} + P \cdot \frac{\partial^6 w}{\partial x^6} + \frac{E}{R^2} \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = 0, \quad (5)$$

Підставляючи вираз (4) у рівняння (5) з урахуванням позначення

$$\lambda = \frac{m\pi R}{L} = \frac{\pi R}{l_x}, \quad (6)$$

де  $\lambda$  – дискретна змінна;

$m$  – число напівхвиль на деформованій частині оболонки;

$l_x$  – довжина однієї напівхвилі на деформованій частині оболонки.

Тоді отримаємо:

$$P = \frac{D}{h} \cdot \frac{\lambda^2}{R^2} + \frac{E}{\lambda^2}. \quad (7)$$

Вважаючи  $\lambda$  неперивною змінною, можна визначити те мінімальне значення  $P$  в результаті обчислення  $\frac{dP}{d\lambda} = 0$ .

У цьому випадку

$$\lambda = \sqrt[4]{12 \cdot (1 - \mu^2)} \cdot \sqrt{\frac{R}{h}}. \quad (8)$$

Якщо підставити вираз для  $\lambda$  (8) в (7), то отримаємо мінімальне значення критичної напруги, яке називають верхньою критичною напругою [5]

$$P_c = \frac{1}{\sqrt{3 \cdot (1 - \mu^2)}} \cdot E \cdot \frac{h}{R}. \quad (9)$$

Розв'язок рівняння (5) у вигляді (4), (6), (7) є розв'язком Р. Лоренца та С.П. Тимошенка [5].

З виразу  $\lambda = \frac{\pi R}{l_x}$  слідує

$$l_x = \frac{\pi}{\sqrt[4]{12 \cdot (1 - \mu^2)}} \cdot \sqrt{Rh}. \quad (10)$$

Так, що половина довжини напівхвилі  $\frac{l_x}{2} \approx \sqrt{Rh}$ .

Якщо для коротких оболонок  $\left(\frac{L}{R}\right)^2 \ll 1$ , то приймаємо

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 D}{hL^2}. \quad (11)$$

Це формула Ейлера для смуги, вирізаної з обичайки вздовж твірної (осі  $Ox$ ).

За такого характеру випучування кожної поздовжньої смуги оболонка перебуває в тих самих умовах, що й стиснутий стержень на пружній основі. Такою основою тут служать дугові волокна оболонки. Крім дугових волокон додатковий внутрішній підпір надають внутрішні шари заготовки. Оскільки під час втрати поздовжньої стійкості та подальшого зм'яття поверхневих шарів оболонки відбувається несиметричне деформування поверхневих шарів, у цьому разі форма кругових перерізів оболонки спотворюється, і вони стають «гранованими». Такий факт не дає можливості вважати цю задачу осесиметричною, тому функція прогину оболонки апроксимується виразом (3).

Уточнимо, що у виразі (3)  $m$  – число напівхвиль по твірній;  $n$  – число напівхвиль уздовж кола (зовнішнього) заготовки (рис. 4).

Підставляючи вираз (3) у вихідне рівняння в частинних похідних (1), згідно з [5] отримано вираз:

$$\frac{D}{h} \cdot \left( \frac{m^2 \pi^2}{L^2} + \frac{n^2}{R^2} \right) + \frac{E}{R^2} \cdot \frac{m^4 \pi^4}{L^4} - P \cdot \left( \frac{m^2 \pi^2}{L^2} + \frac{n^2}{R^2} \right) \cdot \frac{m^2 \pi^2}{L^2} = 0, \quad (12)$$

Вводячи безрозмірні параметри:

$$\bar{P} = \frac{PR}{Eh}; \quad \vartheta = \frac{m\pi R}{nL}; \quad \eta = \frac{n^2 h}{R}. \quad (13)$$

Фактично:

$$\vartheta = \frac{l_y}{l_x}; \quad \eta = \frac{\pi^2 R h}{l_y^2}. \quad (14)$$

Судячи з виразів (13), (14)  $\vartheta$  – характеризує контури вм'ятин, а  $\eta$  – довжину напівхвилі  $l_y$ .

У результаті перетворення (12) з урахуванням (13), (14) отримано:

$$\bar{P} = \frac{1}{12 \cdot (1 - \mu^2)} \cdot \frac{(1 + \vartheta)^2 \cdot \eta}{\vartheta^2} + \frac{\vartheta^2}{(1 + \vartheta)^2 \cdot \eta}. \quad (15)$$

Будемо вважати, що числа  $m$ ,  $n$  досить великі, тоді мінімум величини  $\bar{P}$  можна знайти з умови:

$$\frac{\partial \bar{P}}{\partial \rho} = 0, \quad (16)$$

де  $\rho = \frac{(1 + \vartheta)^2 \cdot \eta}{\vartheta^2}$ ,

тоді

$$\rho = \sqrt{12 \cdot (1 - \mu^2)}. \quad (17)$$

У цьому випадку верхнє критичне значення параметра визначаємо за формулою:

$$\bar{P}_B = \frac{1}{\sqrt{3 \cdot (1 - \mu^2)}}. \quad (18)$$

Відповідне верхнє критичне напруження визначається з виразу:

$$P_B = \frac{1}{\sqrt{3 \cdot (1 - \mu^2)}} \cdot \frac{E \cdot h}{R}. \quad (19)$$

У рамках цього рішення не можна встановити однозначну форму хвилеутворення оболонки [5], величини  $\eta$ ,  $\vartheta$  повинні задовольняти співвідношенню (див. рис. 4)

$$\eta \cdot \left( \vartheta + \frac{1}{\vartheta} \right)^2 = \sqrt{12 \cdot (1 - \mu^2)}. \quad (20)$$

Якщо припустити, при втраті стійкості оболонки вм'ятина буде квадратної форми, тобто  $\vartheta = 1$ , знаходимо  $\eta = 0,825$ , тоді

$$n_B = 0,91 \cdot \sqrt{\frac{R}{h}}. \quad (21)$$

Отже, втрата стійкості оболонки в малому відбудеться за тієї самої критичної напруги, що й у разі осесиметричної задачі, до того ж число хвиль уздовж дуги матиме порядок  $\sqrt{\frac{R}{h}}$ . Крім того, втрата стійкості оболонки, з утворенням вм'ятин, розташованих у шаховому порядку, відбувається в разі  $P_B = P_B'$ . Кількість напівхвиль деформації під час випучування оболонки за несиметричною формою з урахуванням осьових і кільцевих деформацій визначимо, виходячи з припущення, що втрата стійкості за осесиметричною і несиметричною формами відбувається за одного значення верхнього критичного напруження

$$P_B = P_B'. \quad (22)$$

Таке значення критичного напруження при втраті стійкості оболонки за обома геометричними формами (рис. 4) дає нам підставу припустити, що довжина поздовжньої хвилі деформації для обох форм буде однією і тією самою  $l_x = l_x'$ .

За відомому значенню  $l_x$  обчислюємо значення  $l_y$ , використовуючи формулу (20). Згадане значення  $l_y$  отримаємо по довжині кола заготовки.

Вираз (20) допускає подання в такому вигляді:

$$\frac{\pi^2 R h}{l_y^2} \cdot \left( \frac{l_y}{l_x} + \frac{l_x}{l_y} \right)^2 = \sqrt{12 \cdot (1 - \mu^2)}. \quad (23)$$

Перепишемо (20) у вигляді:

$$\vartheta^4 + \left( 2 - \frac{\sqrt{12 \cdot (1 - \mu^2)}}{\eta} \right) \cdot \vartheta^2 + 1 = 0. \quad (24)$$

Тоді після перетворень отримаємо:

$$l_y = \sqrt{-\frac{1}{2} \cdot \left(2 - \frac{\sqrt{12 \cdot (1 - \mu^2)}}{\eta}\right) \pm \sqrt{\frac{1}{4} \cdot \left(2 - \frac{\sqrt{12 \cdot (1 - \mu^2)}}{\eta}\right)^2 - 1 \cdot l_x}} \quad (25)$$

Задача має розв'язок, якщо підкореневий вираз (25) буде додатним.

Таким чином, можна отримати значення  $l_y$  по довжині кола заготовки.

Орієнтуючись на розв'язок (25), отримаємо розв'язок несиметричної задачі, в якому прямокутні вм'ятини зорієнтовані в "шаховому" порядку. Однак, як свідчить джерело [5], форма втрати стійкості оболонки характеризується ромбоподібними плямами, які, як правило, утворюють два або три деформаційні пояси. Значимо, що вузли шахової та ромбовидної форм втрати стійкості поверхневих шарів фактично є деформаційними мікронерівностями під час втрати стійкості поверхневих шарів заготовки.

З метою опису в рішенні (3) вм'ятин ромбоподібного характеру П.Г. Бурдіним [5] запропоновано функцію прогину оболонки, навантаженої рівномірно розподіленим осьовим зусиллям

$$w(x, y) = A_1 \cdot \sin \frac{m\pi x}{L} \cdot \sin \frac{\pi y}{R} + A_2 \cdot \sin^2 \frac{m\pi x}{L} + A_0. \quad (26)$$

Підстановка виразу (26) в рівняння оболонки (1) дає змогу отримати в рішенні обриси ромбоподібних вм'ятин. У виразі (26):

$A_1$  – амплітудне значення глибини вм'ятини за лінійною теорією;

$A_2$  – амплітудне значення глибини вм'ятини за нелінійною теорією;

$A_0$  – значення, яке відповідає радіальним переміщенням точок, що належать до торцевих перерізів.

Якщо підсумувати перші два доданки (26) і побудувати лінії рівного прогину оболонки, то вони дадуть обриси вм'ятин із ромбоподібним профілем (рис. 4).

У результаті розв'язання задачі (1), (2) отримано вирази для верхнього критичного напруження оболонки (поверхневих шарів заготовки). Задачі про визначення критичних напружень розглядають як у «малому» (для двох – трьох деформованих поясів оболонки), так і для втрати стійкості оболонки у «великому» (для частини заготовки, обмеженої фіксувальними елементами волочильної машини).

Для розв'язання задачі про втрату стійкості у "великому" необхідно використовувати розв'язок на основі нелінійної функції прогину (26), застосувавши енергетичний підхід за методом Рітца. При цьому втрата стійкості оболонки у «великому» може статися за нижчих значень критичного навантаження з діапазону

$$P_H \leq P_{кр} \leq P_B. \quad (27)$$

У результаті розв'язання задачі за методом Рітца [5] отримано нижнє критичне напруження  $P_H \approx 0,186 \frac{Eh}{R}$ , що становить приблизно 30 % від верхнього значення критичної напруги  $P_B = 0,605 \frac{Eh}{R}$  (для нелінійної задачі), див. формулу (9).

Для розв'язання задачі про деформацію поверхневих шарів заготовки в межах напруження пропорційності матеріалу заготовки достатньо мати у своєму розпорядженні довжину деформаційної хвилі, яка складається з  $m$  напівхвиль,



тому для визначення довжини деформованої поверхні, крім довжини напівхвилі, необхідно мати у своєму розпорядженні ще й кількість напівхвиль  $m$  на деформованій поверхні заготовки. Як впливає з джерела [6], під час розгляду довжини оболонки, на якій загасають деформаційні хвилі, можна скористатися рішенням Феппля для рівняння (5). Згідно з джерелом [6] розв'язок має вигляд:

$$w_1(x) = C_1 \cdot e^{\alpha x} \cdot \sin(\beta x + \gamma_1) + C_2 \cdot e^{-\alpha x} \cdot \sin(\beta x + \gamma_2). \quad (28)$$

Якщо оболонка не коротка і константи  $\alpha$ ,  $\beta$  мають вигляд:

$$\alpha = \sqrt{1 - \delta} \cdot \sqrt[4]{\frac{Eh}{4R^2D}}; \quad \beta = \sqrt{1 + \delta} \cdot \sqrt[4]{\frac{Eh}{4R^2D}}, \quad (29)$$

а також  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  – постійні інтегрування, у кожному окремому випадку визначаються з граничних умов задачі.

Якщо краї вільно обперті, то:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad \text{при } x = 0, x = l, \quad (30)$$

$$w = \frac{f_1 PR}{Eh} \quad \text{при } x = 0, x = l, \quad (31)$$

де  $f_1$  – коефіцієнт тертя між оболонкою і притисною плитою

$$\frac{\partial^2 w(\delta)}{\partial x^2} = 0 \quad \text{при } x = 0, x = l. \quad (32)$$

Якщо оболонка не коротка ( $\frac{L}{2R}$ ), то можна розглядати край циліндра, вважаючи в загальному рішенні  $C_1 = 0$ .

Виходячи з таких умов Фепплем отримано довжину деформованої (хвилеподібної) оболонки у вигляді [6]:

$$L = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{\sqrt{1+\delta}} \sqrt[4]{\frac{4R^2D}{Eh}}, \quad (33)$$

де  $\delta = \frac{Px}{P_{кр}}$  – відношення осьового стискаючого зусилля до критичного його значення, зазвичай для практичних завдань  $\delta < 1$ .

Значення  $L$  використовується для визначення кількості напівхвиль деформації на циліндричній поверхні оболонки.

У такий спосіб отримано розв'язок задачі про стійкість циліндричної оболонки під дією осьового навантаження, залежно від вибору апроксимувальної функції за методом Рітца, за різних варіантів розвитку «сплеску», у момент втрати стійкості.

Отримані результати перебувають у межах  $P_H = (0,182 \div 0,334) \frac{Eh}{R}$  незважаючи на різні варіанти розвитку критичних напружень найбільше практичне значення має  $P_H$ .

### **Хвилі звукового діапазону під час виконання процесу волочіння.**

Розглянемо питання про утворення і розсіювання звукових хвиль в оброблюваній заготовці під час зіткнення деформаційних та інших мікронерівностей із приймальним отвором фільтри.

У процесі волочіння (протягування) через фільтру матеріал (заготовка) бере участь у двох процесах: безпосередньо в процесі волочіння заготовки через

фільеру, зі швидкістю процесу волочіння  $V_0$  і протіканні дискретних хвильових процесів (у звуковому діапазоні), які виникають у заготовці до її взаємодії з фільерою завдяки зіткненню деформаційних мікронерівностей (заготовки і фільери). При цьому викликаючи у фільері та протяжному дроті, що контактує, дискретні ударно-хвильові процеси. Зауважимо, що ці хвилі спрямовані вздовж осі  $Ox$  (рис. 5), викликаючи в заготовці протікання хвиль деформації зі швидкістю  $a$ , яка близька до поширення швидкості звуку в металі.

Схема взаємодії проволочки з фільерою (т.  $x = l$ ) такий, що цей дріт (з боку фільери) перебуває в стані пригальмовування, в моменти взаємодії мікронерівностей, під впливом постійно прикладеного зусилля натягу  $T$  (в т.  $x = 0$ ).

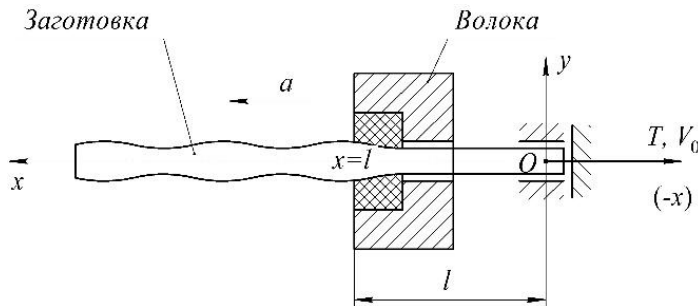


Рис. 5. Схема поширення деформації хвиль під час волочіння:

$T$  – зусилля волочіння;

$V_0$  – швидкість волочіння (прокатки);

$a$  – швидкість хвилі деформації.

При цьому додатково можливе встановлення натяжних пристроїв для випадку багатостадійного протягування, щоб виключити можливість провисання дроту.

Крім того, під час взаємодії матеріалів дроту і волоки має місце контактне взаємне впровадження мікронерівностей у звужувальній частині волокб, що призводить до ударного змінання і зрізу мікронерівностей.

Процес, що розглядається, є динамічним, тому ударна хвиля буде спрямована від хвилі вищого ступеня оброблення до хвилі з меншим ступенем оброблення або від хвилі з нижнім (первинним) ступенем оброблення до накопичувача напівфабрикату (заготовки) і відбившись від накопичувача заготовки, повернеться до первинної волоки. Аналогічні процеси переміщення хвиль деформації матимуть місце під час оброблення дроту на II і III ступенях волочіння.

Одновимірний хвильовий процес у дроті може бути описаний за допомогою диференціального рівняння поздовжніх коливань стержня (заготовки)

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}, \quad (34)$$

де  $y(x, t)$  – поздовжнє зміщення точок стержня (проволоки), як функції двох змінних: координати  $x$  і часу  $t$ ;

$a$  – швидкість поширення поздовжніх хвиль деформації по стержню ( $a^2 = \frac{E}{\rho}$ ):  $E$  – модуль пружності матеріалу стержня;  $\rho$  – щільність матеріалу стержня.

Хвильове рівняння (34) розглядатимемо спільно з початковими та краєвими умовами.

Припустимо, що в початковий момент часу відбувається зіткнення деформаційних виступів стержня з передньою кромкою фільєри. Це означає, що:

$$y|_{t=0}=0; \frac{\partial y}{\partial t}|_{t=0}=0 \text{ (для ділянки заготовки } 0 < x < l) \quad (35)$$

$$\frac{\partial y}{\partial t}|_{t=0} = -V_0 \text{ (для } x=l)$$

У виразах (35), (36):

$l$  – довжина ділянки дроту (стержня) від приймальної частини волоки до місця прикладання тягнучого зусилля до волоки;

$V_0$  – швидкість зіткнення деформаційних мікронерівностей із приймальною частиною волоки ( $V_0$  – також дорівнює швидкості волочіння).

Запишемо граничну силову умову для тіла, що зустрічає стержень (його мікронерівностей), яка дорівнює зусиллю під час зрізання мікронерівностей стержня, і врівноважується силами інерції під час мікроудару.

$$EF \left( \frac{\partial y}{\partial x} \right)_{|x=l} = -\mu_{уд} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} |_{x=l} \quad (36)$$

Зусилля в деформованій частині стержня дорівнює:

$$EF \left( \frac{\partial y}{\partial x} \right)_{|x=l} = EF \varphi'(at - x)_{|x=l} = k\pi r^2 \tau_{ср} \quad (37)$$

де  $\varphi'(at - x)_{|x=l}$  – хвильова функція, отримана на підставі розв'язку (34) за методом Даламбера;

$k$  – кількість мікронерівностей одного кільцевого виступу.

У зіткненні стержня і мікронерівності бере участь тільки частина маси фільєри, яка взаємодіє з оброблюваною проволокою.

З огляду на (37) і рішення для функції  $\varphi'(z)$  [8], запишемо рівняння, що зв'язує зусилля, яке зрізає мікронерівності  $k\pi r^2 \tau_{ср}$  з виразом хвильової функції, поданий у явній формі (з урахуванням константи  $C_1$ )

$$k\pi r^2 \tau_{ср} = EF \frac{V_0}{a} e^{-\frac{z-l}{\mu l}}, \quad (38)$$

де  $r$  – радіус основи мікронерівностей (усереднений);

$z$  – аргумент хвильової функції ( $z = at - x$  для хвилі, що переміщається в позитивному напрямку осі  $Ox$ ;  $z = at + x$  – для хвилі, що переміщається в негативному напрямку осі  $Ox$ );

$\tau_{ср}$  – напруга зрізання для мікронерівностей.

Підставляючи у вираз (38) замість  $z = at - x$  и  $t = 0$  (для моменту ударної взаємодії)

$$EF \frac{V_0}{a} e^{\frac{z}{\mu l}} = k\pi r^2 \tau_{ср}, \quad (39)$$

звідки

$$\mu = \frac{2}{\ln \left| \frac{a \cdot k\pi r^2}{V_0 \cdot EF} \right|}, \quad (40)$$

де  $\mu$  – частка маси волоки, що бере участь у мікроударах ( $\mu = \mu_{уд}$ ).

Для розв'язання цієї задачі вважатимемо, що мікронерівності одного (кожного) кільцевого виступу мають пружні властивості, тобто мікронерівності перебувають у межах пружності, і тому працюють на зріз. У разі прояву мікронерівностями пластичних властивостей, то вони працюватимуть на зминання.

Унаслідок взаємодії кільцевих мікронерівностей одного «циліндричного виступу» з граничною кільцевою поверхнею волоки деформаційна хвиля, відбита від кільцевої поверхні волоки зі швидкістю  $a$ , буде спрямована вздовж осі  $Ox$ . Її далі проходить заготовлю до часткового або повного загасання в матеріалі, тобто зазнає часткової або повної дисперсії.

Розсіяна енергія (квазіпружна) згідно з гіпотезою Грінвуда [7] характеризуватиме тертя в системі заготовка, що подається, – волока.

У разі досягнення приймальним отвором волоки наступного кільцевого виступу, тобто після переміщення заготовки через волоку на довжину півхвилі кільцевого виступу  $l_x = V_0 t$  відбудеться аналогічний процес проходження деформаційної хвилі.

За один цикл проходження ударної (деформаційної) хвилі скористаємося розв'язанням рівняння (34) з початковими і граничними умовами (35), (36) за методом Даламбера у вигляді [9]:

$$y(x, t) = \varphi_1(at - x) + \varphi_2(at + x), \quad (41)$$

з умови  $y|_{t=0} = 0$  маємо

$$\varphi_2(at + x) = -\varphi_1(at - x), \quad (42)$$

тоді

$$y(x, t) = \varphi(at - x) - \varphi(at + x). \quad (43)$$

Перший доданок (43) визначає поздовжню хвилю, що поширюється стрижнем зі швидкістю  $a$  у позитивному напрямку осі  $Ox$ .

Зауважимо, що  $a = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$  – швидкість поширення хвиль у матеріалі заготовки, де  $\rho$  – щільність матеріалу заготовки.

Другий доданок представляє поздовжню хвилю, що поширюється стержнем, зі швидкістю  $a$ , в негативному напрямку осі  $Ox$ .

Ці хвилі, викликані ударом мікронерівностей об інструмент волоочильної машини (волоку), рухаються до закріпленого кінця стержня і там відбиваються. Зміщення точок стержня  $y(x, t)$  є результатом положення систем таких хвиль. Розв'язок (43) записано, коли функція  $\varphi(at - x)$  є невизначеною (будь-яка функція  $\varphi(at, x)$  є рішенням (34)). Тепер на підставі (43), (35), (36), (37) знайдемо вид функції  $\varphi(at, x)$ , що визначає поздовжні переміщення стержня (заготовки) під час мікроударів.

Під час розгляду ударно-деформаційних хвиль (41), (43) відбувається їхня багаторазова суперпозиція і подальша дисперсія.

Такий характер протікання хвильових процесів під час зіткнень деформаційних мікронерівностей з елементами волоки дає змогу провести аналогію між технологічним процесом волочіння або протягання дроту та фізичними процесами, які відбуваються в тілах, що труться, якщо виходити з енергетичної теорії тертя, розробленої Е. Адировичем і Д. Блохінцевим для шорстких пружних тіл за умови деякого розсіювання енергії пружних хвиль [7].

Зазначимо, що з моменту зіткнення мікронерівностей з елементами волоки пружні хвилі можуть багаторазово проходити ділянками оброблюваного дроту, спричиняючи їхню суперпозицію і розсіювання прямих і зворотних хвиль (рис. 5).

Розв'язання цієї задачі (за методом Даламбера) з урахуванням початкових і граничних умов виконано Є.Л. Ніколаї і представлено в джерелі [8].

Розглядаючи

$$y|_{t=0} = 0; \left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)|_{t=0} = V_0, \quad (44)$$

замість (43) отримаємо

$$\begin{cases} y(x) = \varphi(-x) + \varphi(x) = 0, & (0 < x < l) \\ \frac{\partial y}{\partial x} = -\varphi'(-x) - \varphi'(x) = 0, & (0 < x < l) \end{cases} \quad (45)$$

а також

$$\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)|_{t=0} = a\varphi'(-x) - a\varphi'(x) = 0, \quad (0 < x < l). \quad (46)$$

З рівностей (45), (46) випливає

$$\varphi'(-x) = 0; \varphi'(x) = 0, \quad (0 < x < l). \quad (47)$$

У джерелі [8] для зручності дослідження  $\varphi(x)$  вводиться нова змінна  $z$  замість  $x$ , тоді  $\varphi'(z) = 0$ ,  $(-l < z < l)$ .

На інтервалі  $(-l; +l)$   $\varphi(z) = \text{const}$ . Відповідно до [8] тотожно прирівняємо  $\varphi(z) \equiv 0$ .

Тоді крайова умова (36)

$$\mu l [\varphi''(at - l) - \varphi''(at + l)] = [\varphi'(at - l) + \varphi'(at + l)], \quad (48)$$

де  $at + l = z$ .

У виразі (48) перейдемо до змінної  $z$ .

$$\varphi''(z) + \frac{1}{\mu l} \cdot \varphi'(z) = \varphi''(z - 2l) - \frac{1}{\mu l} \cdot \varphi'(z - 2l), \quad (49)$$

Рівняння  $\varphi'(z) = 0$ , (49) дають змогу побудувати шукану функцію  $\varphi(z)$ , пов'язуючи її значення на двох послідовних інтервалах.

Якщо відомі значення функції  $\varphi(z)$  на інтервалі  $(2n - 1)l < z < (2n + 1)l$

$$(2n - 1)l < z < (2n + 1)l, \quad (50)$$

то її значення визначається на наступному інтервалі

$$(2n + 1)l < z < (2n + 3)l, \quad (51)$$

відповідно до [8].

Звертаючись до (49) та інтегруючи його одноразово отримуємо залежність

$$\varphi'(z) = C_n \cdot e^{-\frac{z}{\mu l}} + e^{-\frac{z}{\mu l}} \int_0^l e^{\frac{z}{\mu l}} \cdot \left[ \varphi'(z - 2l) - \frac{1}{\mu l} \cdot \varphi'(z - 2l) \right] dz, \quad (52)$$

де  $C_n$  – постійна інтегрування;

$\mu$  – динамічний параметр при взаємодії мікронерівностей і волоки (див. формулу 40);

$l$  – довжина ділянок оброблюваного дроту в технологічній лінії волочильної машини.

Умова  $\varphi'(-l; 0)$  визначає  $\varphi(z)$  на інтервалі  $(-l; +l)$ .

З (52) маємо на інтервалі  $(l < z < 3l)$

$$\varphi'(z) = C_1 \cdot e^{-\frac{z}{\mu l}}, \quad (53)$$

оскільки  $\left(\frac{\partial \varphi}{\partial t}\right)_{t=0} = V_0 (x = l)$  або  $a[\varphi'(-l + 0) - \varphi'(l + 0)] = V_0$ .

З  $\varphi'(z)$  впливає  $\varphi'(-l + 0) = 0$ , тоді

$$\varphi'(l + 0) = \frac{V_0}{a} = C_1 \cdot e^{-\frac{1}{\mu}}. \quad (54)$$

Таким чином

$$\varphi'(z) = \frac{V_0}{a} \cdot e^{-\frac{z-l}{\mu l}} (l < z < 3l). \quad (55)$$

Абсолютно аналогічно в джерелі [7] визначено значення функцій  $\varphi'(z)$  на інтервалах  $(3l < z < 5l)$ ;  $(5l < z < 7l)$ ; ...

Отже, внаслідок зіткнень деформаційних мікронерівностей першого пояса в заготовці виникає безперервний (слабкозатухаючий) хвильовий фон, який посилюватиметься під час під'єднання до коливального процесу мікронерівностей наступних деформаційних поясів. Також у джерелі [7] наведено залежності для обчислення функцій  $\varphi(z)$  для різних інтервалів переміщення звукових хвиль.

Під час розв'язання цієї задачі використовуємо енергетичний підхід, який дає змогу оцінити втрати механічної енергії під час пружних коливань заготовки (у вигляді коливань стержня або струни). Потік енергії викликається мікронерівностями з подальшим проходженням хвильових процесів у матеріалі заготовки та волокни і частковим їх загасанням.

Таким чином, процес тертя під час прокатки дроту можна описати, виходячи з енергетичних міркувань, і він призводить як до пружного деформування матеріалу, так і до часткового зім'яття його поверхневих шарів, яке супроводжується розсіюванням механічної енергії всередині оброблюваного матеріалу і деталей волочильної машини. При цьому розсіяна енергія перетворюється на теплову та інші види енергії і характеризує тертя (гіпотеза Грінвуда).

Зупинимося на поглинанні заготовлею і фільтрою механічної енергії під час мікроколивань, застосувавши підхід, використаний автором [9], який характеризується відношенням розсіюваної енергії ( $W$ ) до максимальної пружної енергії системи ( $U$ ), називається коефіцієнтом поглинання  $\Psi$ .

$$\Psi = \frac{W}{U}, \quad (56)$$

де  $W = \int_V \Psi(\sigma) \frac{\sigma^2}{2E} dV$  – енергія матеріалу (або деталі), що розсіюється при коливаннях:

$\sigma$  – нормальне напруження в матеріалі заготовки або деталі;

$E$  – модуль пружності матеріалу заготовки або деталі;

$V$  – об'єм деталі;

$U = \int_V \frac{\sigma^2}{2E} dV$  – максимальна пружна енергія системи при коливаннях:

$V$  – повний об'єм заготовки.

Під час визначення  $\sigma$  використовуємо співвідношення

$$\sigma = E \frac{\partial y}{\partial x} = E \cdot [\varphi'(at - x) + \varphi'(at + x)]. \quad (57)$$

Розв'язуючи подібні завдання, зазвичай виходять з одного періоду коливань. Якщо  $0 < t < \frac{l}{a}$ , то

$$\varphi(at - x) = 0, \quad (58)$$

тоді

$$y = -\varphi(at + x), \quad (59)$$

зміщення являє собою поздовжню хвилю, що переміщається вздовж негативного напрямку осі  $Ox$ .

Аналітичний вираз зміщення отримаємо, якщо в (52), (53) покладемо  $z = at + x$ . Коли  $t = \frac{l}{a}$  хвиля добіжить до закріпленого кінця стержня і відіб'ється в позитивному напрямку осі  $Ox$ .

Маємо дві хвилі: хвилю  $\varphi(at - x)$  – яка переміщується в позитивному напрямку осі  $Ox$ , і хвилю  $\varphi(at + x)$  – що переміщується в мінусовому напрямку осі  $Ox$ . При  $\frac{l}{a} < t < \frac{2l}{a}$  форму цих хвиль можна знайти з виразу  $\varphi(z)$  [7], підставивши замість  $z$  відповідно  $(at - x)$  або  $(at + x)$ . Так само можна розглянути розподіл зсувів, деформацій і напружень у стержні для наступних періодів часу.

Припустимо, що у формулах (57), (59) дано вирази для  $\sigma$  у межах одного циклу переміщень. Також обчислюються деформації  $\frac{\partial y}{\partial x}$  і зміщення  $y$ .

Під час пружного зіткнення випученого пояса проволочки і приймального отвору волоки мікронерівності на заготівлі будуть зрізані (або зім'яті, якщо буде перевищено межу пропорційності для матеріалу заготовки).

У цьому разі утворюється ударна хвиля, яка буде переміщатися вздовж позитивного напрямку осі  $Ox$  (для заготовки), зі швидкістю поширення звуку в пружному середовищі  $a$ , поки не зустрине технологічну перешкоду, яка зазвичай проявляється в підклинювальних ефектах на волочильних машинах, що працюють без застосування додаткових пристроїв для збудження зовнішніх вібрацій.

Якщо звукова хвиля зустрічає таку перешкоду, то вона відіб'ється від перешкоди і змінить напрямок руху на протилежний, і такий процес має тенденцію до багаторазового повторення. Водночас матеріал, що прокатується, під дією тягнучого зусилля  $T$  продовжить свій рух зі швидкістю  $V_0$  у напрямку прокатування. Швидкість волочіння проволочки (або фасонних виробів) досягає  $20 \div 25$  м/с, а швидкість проходження деформаційної хвилі в матеріалі заготовки становить  $5000$  м/с. Так, що в міру зрізання однієї групи деформаційних мікронерівностей на одній опуклості поверхневих шарів заготовки деформаційна хвиля встигне здійснити до декількох десятків переміщень уздовж оброблюваної заготовки. Тому деформаційна хвиля, незважаючи на незначні гістерезисні втрати, істотно може погаситися в об'ємі оброблюваного матеріалу, але водночас до процесу будуть залучені мікронерівності наступних гребенів. Для оцінки характеристик тертя необхідно достовірно оцінити розсіювання енергії за рахунок теплових і електромагнітних втрат шляхом введення коефіцієнта розсіювання.

Наведена формула (56) для обчислення як повної  $U$ , так і розсіяної енергії  $W$  можуть бути обраховані на підставі хвильової втрати, згідно з методом Даламбера. Однак для виконання практичних розрахунків цей метод незручний.

Тому для обчислення нормальних напружень у заготовці (або волоці) побудуємо ще додатковий розв'язок задачі (34), (35), (36) за методом Фур'є.

Відповідно до цього методу розв'язок задачі може бути прийнятий у вигляді (частинний розв'язок)

$$y(x, t) = X(x)T(t). \quad (60)$$

Підставляючи (60) до рівняння (34) отримаємо:

$$a^2 \frac{X''}{X} = -p^2, \quad (61)$$

$$\frac{\dot{T}}{T} = -p^2, \quad (62)$$

де  $p$  – невідома поки що власна частота коливань заготовки.

Вирази (61), (62) перетворимо до вигляду:

$$X'' + \frac{p^2}{a^2} X = 0, \quad (63)$$

$$\ddot{T} + p^2 T = 0. \quad (64)$$

Загальний розв'язок (34) отримаємо шляхом накладення всіх частинних розв'язків:

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} X_n(x)T_n(t). \quad (65)$$

Розв'язання цієї задачі виконаємо з урахуванням початкових і граничних умов.

Згідно з умовою

$$y|_{t=0} = 0; T = A \sin(pt + \alpha); T = A \sin(0 + \alpha) = 0, \text{ тоді}$$

$$T = A \sin(pt), \quad (66)$$

де  $A$  – стріла переміщень заготовки, величина, що визначається з додаткових умов.

За умовою

$$\frac{\partial y}{\partial t}|_{t=0} = -V_0; \dot{T}|_{t=0} = pA \cos(pt) = pA \cdot 1 = -V_0, \text{ константа}$$

$$A = -\frac{V_0}{p}, \quad (67)$$

За умовою

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x}|_{x=l} = -k\pi r^2 \tau_{\text{ср}}; \text{ оскільки}$$

$$X = C \sin\left(\frac{p}{a}x\right) + D \cos\left(\frac{p}{a}x\right), \quad (68)$$

то

$$X' = C \frac{p}{a} \cos\left(\frac{p}{a}x\right) - D \frac{p}{a} \sin\left(\frac{p}{a}x\right) = -k\pi r^2 \tau_{\text{ср}}, \quad (69)$$

Враховуючи крім того

$$y|_{x=0} = 0; D \equiv 0 \quad (70)$$

тоді

$$C \frac{p}{a} \cos\left(\frac{p}{a}x\right) = -k\pi r^2 \tau_{\text{ср}}$$

для точки  $x = l$  маємо

$$C \frac{p}{a} \cos\left(\frac{p}{a}l\right) = -k\pi r^2 \tau_{\text{ср}}$$

звідки

$$C = -\frac{k\pi r^2 \tau_{\text{ср}}}{\frac{p}{a} \cos\left(\frac{p}{a}l\right)}, \quad (71)$$

З урахуванням  $C$  маємо



$$X = C \sin\left(\frac{p}{a}x\right) = -\frac{k\pi r^2 \tau_{cp}}{\frac{p}{a} \cos\left(\frac{pl}{a}\right)} \sin\left(\frac{p}{a}x\right), \quad (72)$$

тобто  $C \neq 0$ .

Умова  $C \neq 0$  призводить до рівняння частот

$$\sin\left(\frac{pl}{a}\right) = 0, \quad (73)$$

Рівняння частот (73) має місце, якщо

$$\frac{p}{a}l = n\pi, \quad (74)$$

де  $n = 1, 2, 3, \dots$ , тоді рівняння (73) має безліч коренів

$$p_n = n\pi \frac{a}{l}$$

Вираз  $X_n = C \sin\left(\frac{p_n}{a}x\right)$  – називається власними функціями задачі й описує власні форми коливань. Тоді запишемо розв'язок задачі для першої власної частоти й першої власної форми у вигляді:

$$y(x, t) = \frac{aV_0}{\cos\left(\frac{pl}{a}\right)} \cdot k\pi r^2 \tau_{cp} \sin(pt) \sin\left(\frac{p}{a}x\right). \quad (75)$$

Переходимо до виразу для нормальних напружень

$$\sigma_x = E\varepsilon_x = \frac{EV_0 p}{\cos\left(\frac{pl}{a}\right)} \cdot k\pi r^2 \tau_{cp} \sin(pt) \cos\left(\frac{p}{a}x\right). \quad (76)$$

Тоді вираз (76) у наближеному або уточненому варіанті, може бути використаний при підстановці його у вираз для загальної пружної енергії, енергії, що розсіюється, або коефіцієнта поглинання (56).

### **Енергетика і технологічні особливості процесу волочіння за його інтенсифікації.**

Звернемося до виробничого процесу, під час виконання операції волочіння. Технологічні навантаження, що відбуваються на одиницю площі, великі. Шляхом подачі мастила на поверхні волокни, що труться, які контактують із проволокою, на значній поверхні не вдається створити рівномірну масляну плівку, навіть за повного занурення волокни в масляну ванну [4].

Технічний персонал відділень прокатки та волочіння вважає, що оброблюваний матеріал перебуває в умовах рідинного змащення. Фактично оброблювані (прокатувані) заготовки перебувають в умовах сухого тертя [4]. Однак під час накладення вібрацій, здебільшого ультразвукового діапазону, мастило поширюється всією робочою поверхнею волокни і діє більш рівномірно (рис. 1). Навіть без підведення мастила, накладені вібрації забезпечують більш рівномірний розподіл дотичних навантажень по всій контактній поверхні. Під час волочіння проволоки діаметром 1 мм і частотою вібрації 28 кГц досягається зниження сили волочіння, порівняно з її рівнем за традиційною технологією: для міді – 25%; для алюмінію – 15% та титану до 20%. Зазначимо, що при накладенні вібрацій, підвищується стійкість волок і поліпшується ступінь чистоти оброблюваної поверхні. Накладення вібрацій, у низці випадків, дає змогу відмовитися від пом'якшувального відпалу, який включають у технологічний цикл під час волочіння [4].

На наш погляд, подібні вібраційні ефекти дають змогу забезпечити нанесення більш рівномірного шару змащення і знизити можливість схоплювання мікронерівностей при утворенні містків зварювання в процесі волочіння.

Дамо енергетичну оцінку силі опору під час реалізації рідинного і сухого тертя в процесі волочіння. Розглянемо спочатку рідинне тертя. Для одного періоду, під час реалізації хвильового процесу з урахуванням загасання (наприклад, у волоку з проволокою, що прокатується, за наявності змачення). Вся енергія системи являє собою енергію деформації пружного середовища. На початку періоду відхилення проволоки під час коливань максимальні і дорівнюють  $A_k$ , наприкінці дорівнюють  $A_{k+1}$  (з урахуванням загасання). Тоді за період коливань

$$U_k = C \cdot \frac{A_k^2}{2}; U_{k+1} = C \cdot \frac{A_{k+1}^2}{2}, \quad (77)$$

де  $C$  – приведена жорсткість дроту або волоки з елементами її кріплення (також можна розглядати енергію при поздовжніх коливаннях стержня).

Таким чином, за період коливань розсіюється енергія

$$W = \Delta U = C \left( \frac{A_k^2 - A_{k+1}^2}{2} \right). \quad (78)$$

За малого загасання рух протягом одного періоду мало відрізняється від гармонійних коливань із середньою амплітудою

$$A = \frac{A_k + A_{k+1}}{2}, \quad (79)$$

яким відповідає середня енергія

$$U = \frac{CA^2}{2}. \quad (80)$$

Енергія, розсіяна за період

$$W = \Delta U = CA\Delta A = \frac{2U\Delta A}{A}, \quad (81)$$

де  $\Delta A$  – зменшення амплітуди коливань за один період.

Відношення енергії, розсіяної за один період коливань до максимальної пружної енергії представляють коефіцієнтом поглинання або відносним гістерезисом

$$\Psi = \frac{W}{U}. \quad (82)$$

Із введенням поняття  $\Psi$  отримаємо, що

$$\frac{\Delta A}{A} = \delta = \frac{\Psi(\omega)}{2}, \quad (83)$$

де  $\delta$  – логарифмічний декремент коливань (величина нормована), тому обчислення  $\Psi$  проводиться за елементарною формулою

$$\delta \approx \frac{\Psi(\omega)}{2}. \quad (84)$$

У виразах (83), (84)  $\omega$  – частота коливань (власних розглянутої системи). Якщо коефіцієнт поглинання  $\Psi$  не залежить від амплітуди, то логарифмічний декремент  $\delta$  постійний і послідовні амплітуди становлять геометричну прогресію.

Тоді залежність огинаючої загасаючих коливань від часу має вигляд:

$$A(t) = A_0 \cdot e^{-\frac{\delta t}{\tau}}, \quad (85)$$

де  $A_0$  – початкова амплітуда;

$A(t)$  – значення амплітуди для довільного моменту часу;

$\tau$  – період коливань.

Крім загасаючих коливань у заготівлі мають місце безперервний процес збудження і загасання коливання у волоці (і елементах її кріплення) в процесі

безперервних зіткнень мікронерівностей заготовки з приймальним отвором волюки. Рівняння руху при коливаннях:

$$m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + T_1 = T_0, \quad (86)$$

де  $m_1$  – маса волюки з елементами її кріплення;

$c_1$  – приведена жорсткість волюки;

$T_1$  – залежність сили тертя між волюкою і заготовкою від часу або швидкості ковзання заготовки, може мати спадаючі ділянки;

$T_0$  – сила натягу дроту під час волочіння.

Під час коливань енергія, що розсіюється (у волюку)  $W$  являє собою площу петлі гістерезису (петля за в'язкого тертя має форму еліпса).

Декремент загасання коливань у разі в'язкого тертя для волюки матиме вигляд

$$\delta = \frac{2\pi n_1}{p}, \quad (87)$$

де  $n_1 = \frac{\alpha}{2m_1}$ ;  $p^2 = \frac{c_1}{m_1}$ ,  $\alpha$  – коефіцієнт загасання.

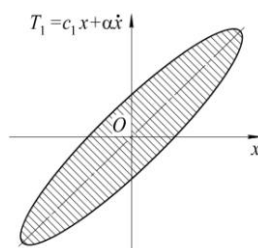


Рис. 6. Петля гістерезису при в'язкому терті:  
 $T_1 = c_1 x + \alpha \dot{x}$  – повна сила, що діє на інструмент

Застосуємо енергетичний підхід до розгляду загасання коливань за сухого тертя. У цьому випадку петля гістерезису та характеристика тертя має вигляд:

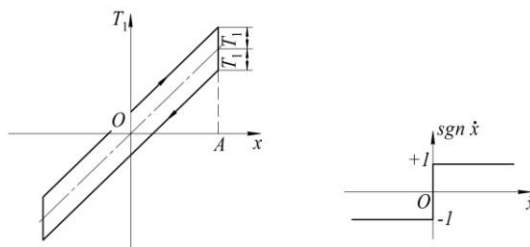


Рис. 7. Петля гістерезису за сухого тертя (функція сигнум – одинична функція, що має знак аргументу):

якщо  $\dot{x} > 0$ , то  $\text{sgn} \dot{x} = 1$ ,

при  $\dot{x} < 0$ , то  $\text{sgn} \dot{x} = -1$ ,

при  $\dot{x} = 0$ , то  $\text{sgn} \dot{x} = 0$ )

Рівняння коливань волюки за сухого тертя має вигляд

$$m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + T_1 \text{sgn} \dot{x} = T_0. \quad (88)$$

У цьому випадку площа петлі гістерезису дорівнює

$$W = 4T_1.$$

Коефіцієнт поглинання має вигляд

$$\Psi = \frac{W}{U} = \frac{4T_1 A}{\left(\frac{cA^2}{2}\right)} = \frac{8T_1}{cA} = \frac{8a}{A}. \quad (89)$$

У цьому випадку  $\Psi$  залежить від амплітуди, тому логарифмічний декремент коливань є змінною величиною

$$\delta = \frac{\Psi}{2} = \frac{4a}{A}, \quad (90)$$

де  $A$  – амплітуда коливань:

$$A = A_0 - \frac{4at}{\tau}; \quad (91)$$

$a$  – відхилення заготовки під дією максимально можливої сили тертя [9];

$\tau$  – період коливань.

У цьому випадку декремент коливань  $\delta$ , а отже і коефіцієнт поглинання  $\Psi$  не є постійними величинами.

Судячи з результатів експериментальних і промислових досліджень, виконаних за участю авторів [4], операцію волочіння дроту необхідно проводити в рідинному або напіврідинному режимах тертя між інструментом і заготовкою. Ці режими тертя досягаються під час накладення додаткових вібрацій до працюючих волоків (переважно ультразвукового діапазону).

Якщо виходити з традиційних технологій процесу волочіння дроту, то триботехнічні розрахунки технологічного процесу можна здійснювати, орієнтуючись на теорію тертя Е. Адировича і Д. Блохінцева.

Якщо враховувати більш високі показники роботи волочильних установок з накладеними вібраціями, то при виконанні триботехнічних розрахунків слід орієнтуватися на теорію тертя, що ґрунтуються на рідинному або напіврідинному змащенні. Наприклад, на теорію Г.Е. Свірського [7].

При переході на вібраційне волочіння параметри процесу підбираємо з таких міркувань [4]:

швидкість волочіння є величиною заданою –  $V_0$ ,

додатковий вібратор ультразвукового діапазону надає фільтері коливання з частотою  $p_1$  і амплітудою  $a_1$ .

У цьому випадку має дотримуватися умова ефективного волочіння:

$$V_0 < 2\pi a_1 p_1. \quad (92)$$

Щоб забезпечити малий інтервал  $l_T = \frac{V_0}{p_1}$  використовують високі частоти в ультразвуковому діапазоні.

Якщо орієнтуватися на традиційну технологію волочіння дроту, то триботехнічні розрахунки технологічного процесу можуть бути засновані на молекулярно-механічній теорії І.В. Крагельського, гіпотезах Боудена і Тейбора, Е. Рабіновича та інших гіпотезах, в основу яких покладено пружні взаємодії деталей і сили сухого тертя, однак у разі переходу на технологічний процес із вібраціями, в основу триботехнічних розрахунків мають бути покладені теорії рідинного і напіврідинного тертя, наприклад, Г.Е. Свірського та ін.

Зазначимо, що в умовах однієї волочильної машини може бути застосовано багатостадіальне волочіння. Як приклад (рис. 8) розглянемо волочильну систему з вібраціями, представлену послідовним встановленням трьох волоків зі зменшуваними діаметрами:  $d_1 > d_2 > d_3$  (згідно з патентами Японії № 289832, № 289831).

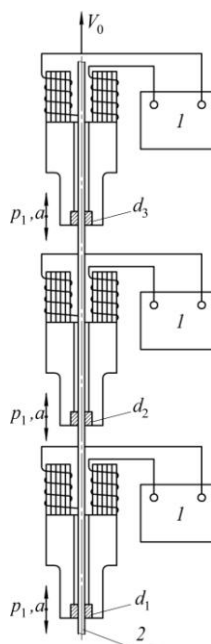


Рис. 8. Вібраційне волочіння дроту з кількома переходами:

$d_1, d_2, d_3$  – три волокни ( $d_1 > d_2 > d_3$ );

$I$  – генератор коливань;

$2$  – проволочка;

$V_0$  – швидкість волочіння

За допомогою генераторів коливань забезпечується вібраційна обробка волок (у напрямку процесу волочіння). У міру проходження проволочки через волокни вона стонщується до необхідного розміру.

Колівальні пристрої волок мають центральний отвір.

Волоки припаяні срібним припоем до кінців концентраторів у місця пучності коливань. Колівальні пристрої закріплені у вузлах коливань. Для волочіння проволочки здебільшого застосовуються поздовжні коливання.

Вирівнювання опору тертю, що досягається шляхом відповідного керування частотою та амплітудою коливань, проявляється під час волочіння так само, як і під час вібраційного різання.

Зазначимо, що процес вібраційного впливу на заготовку не є енергоємним. Імпульсний силовий вплив при цьому має бути спрямований безпосередньо на фрикційну пару, що контактує.

### Висновки

1. У роботі встановлено, що в процесі виконання технологічних операцій прокатки і волочіння поверхневі шари оброблюваних циліндричних заготовок, навіть за наявності пружних деформацій, втрачають первісну циліндричну форму і набувають вигляду гофрованої поверхні. Судячи з деформацій поверхневих шарів, припускаємо, що ці шари заготовки під час волочіння є пружною оболонкою, що спирається на внутрішні шари матеріалу заготовки, як на пружну основу.

2. Під час детального розгляду осесиметричного навантаження заготовки форма деформованої бічної поверхні «оболонки» не виявилася осесиметричною, а видалася «ромбоподібною» або «шаховою». Причому вершини деформованих

елементів (ромбів або прямокутників) на «оболонці» будемо називати деформаційними мікронерівностями, кількість яких на бічній поверхні заготовки за наведеними залежностями може бути розрахована.

3. Розглянуті деформаційні мікронерівності для кожного опуклого пояса заготовки беруть участь в ударному процесі між мікронерівностями пояса заготовки, що розглядається, і приймальним кільцем волюки. У результаті ударної взаємодії мікронерівностей заготовки і волюки частина мікронерівностей пояса зрізається, а інша частина зминається, водночас виникає звукова ударна хвиля, що переміщається в бік, протилежний до процесу прокатки, яка після проходження певної кількості циклів у прямому та зворотному напрямі розсіюється в матеріалі заготовки (здебільшого), як тепла енергія.

4. Отримано вирази для обчислення енергетичних втрат і коефіцієнтів розсіювання енергії для випадків сухого і напіврідинного тертя. Робота прокатних і волочильних установок краща в режимі напіврідинного тертя. Однак такі режими роботи прокатних пристроїв скрутні через високі дотичні і нормальні технологічні навантаження, які не можуть бути оптимізовані без застосування пристроїв, що підвищують ефективність змащення в умовах пари тертя: волюка – заготовка.

5. Для інтенсифікації технологічних процесів з обробки металів тиском запропоновано застосувати метод вібраційного волочіння за аналогією з вібраційною обробкою металів при різанні. Розглядаючи процес тертя заготовки і фільтри як схоплення дотичних мікронерівностей, тоді зміну сили тертя під час взаємодії поверхонь можна трактувати як активізацію руйнування гіпотетичних містків під час тертя (з вібраціями) тим самим зрушити характеристику (тертя) з області сухого тертя в область рідинного або напіврідинного тертя.

6. Обґрунтовано основні переваги вібраційного оброблення металів тиском, які зводяться, в основному, до зниження зусилля прокатування (або волочіння), а також поліпшення якості оброблюваних поверхонь. Переваги вібраційної прокатки і волочіння будуть відчутні, якщо крім нерівності (92) вібраційний вплив буде повністю сприйматися деталлю і не буде передаватися на конструкцію прокатної (волочильної) установки. Таким чином, під час вібраційної прокатки (волочіння) імпульсні зусилля контакту заготовки з волюкою невеликі і в цих умовах силовий вплив зосереджується в ділянці взаємодії волюки із заготовлю.

Отже, під час вібраційного оброблення для необхідної форми і якості виробів потрібне використання невеликої імпульсної сили. У зв'язку з цим імпульсна обробка дає змогу ефективно використовувати незначну кількість енергії.

#### Список літератури

1. Учитель А.Д. Интенсификация процессов механического взаимодействия инструмента с заготовкой при выполнении высокоточных и энергоемких технологических операций методами давления и резания / А.Д. Учитель, Ю.А. Малиновский, А.Н. Панченко и др. // *Металлургическая и горнорудная промышленность*. – 2019. – №№5-6. – С. 96-116.
2. Проскураков Ю.Г. Упрочняюще-калибрующие методы обработки. Справочное пособие / Ю.Г. Проскураков. – М.: «Машиностроение», 1965. – с. 206.
3. Учитель А.Д. Обоснование влияния переходных режимов на качество готовых изделий при их обработке методами пластического деформирования с позиции

волновых и автоколебательных процессов / А.Д. Учитель, Ю.А. Малиновский, А.Н. Панченко и др. // *Металлургическая и горная промышленность*. – 2019. – №№ 1,2. – С. 1-17.

4. Кумабэ Д. Вибрационное резание / Д. Кумабэ. – М.: «Машиностроение», 1984. – с. 424.

5. Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем / А.С. Вольмир. – М.: «Наука», 1976. – с. 880.

6. Тимошенко С.П. Устойчивость стержней, пластин и оболочек. Избранные работы / С.П. Тимошенко. – М.: «Наука», 1967. – с. 808.

7. Крагельский И.В. Трение и износ / И.В. Крагельский. – М.: «Машиностроение», 1968. – с. 480.

8. Кильчевский Н.А. Динамическое контактное сжатие твердых тел. Удар / Н.А. Кильчевский. – Киев, 1976. – с. 248.

9. Бидерман В.Л. Теория механических колебаний: Учебник для ВУЗов / В.Л. Бидерман. – М.: «Высшая школа», 1980. – с. 408.

10. Подураев В.Н. Обработка резанием с вибрациями / В.Н. Подураев. – М.: «Машиностроение», 1970. – с. 357.

Стаття надійшла 29.02.2024.

**Малиновський Юрій Олександрович** – кандидат технічних наук, доцент, Відокремлений структурний підрозділ «Криворізький професійний коледж Національного авіаційного університету», вул. Туполева, 1, м. Кривий Ріг, Україна, 50045, E-mail: [malinovsky129@gmail.com](mailto:malinovsky129@gmail.com), тел.: +38 098 130 73 24, <https://orcid.org/0000-0001-5980-0908>

**Даниліна Галина Володимирівна** – кандидат технічних наук, доцент, Відокремлений структурний підрозділ «Криворізький професійний коледж Національного авіаційного університету», вул. Туполева, 1, м. Кривий Ріг, Україна, 50045, тел.: +38 067 564 91 72.

**Власенков Дмитро Петрович** – старший викладач, заступник директора, Відокремлений структурний підрозділ «Криворізький професійний коледж Національного авіаційного університету», вул. Туполева, 1, м. Кривий Ріг, 50045, Україна, E-mail: [vlasenkov.d@gmail.com](mailto:vlasenkov.d@gmail.com), тел.: +38 067 296 71 75.

**Рибак Дмитро Петрович** – старший викладач, Відокремлений структурний підрозділ «Криворізький професійний коледж Національного авіаційного університету», вул. Туполева, 1, м. Кривий Ріг, 50045, Україна, тел.: +38 097 901 63 51.

**Олійник Світлана Юрївна** – старший викладач кафедри технології машинобудування Криворізький національний університет, вул. Віталія Матусевича, 11, м. Кривий Ріг, 50027, Україна, E-mail: [olynik.syu@knu.edu.ua](mailto:olynik.syu@knu.edu.ua), тел.: +38 067 981 52 35, <https://orcid.org/0000-0002-6169-8874>

*Yu. O. MALINOVSKIY, H. V. DANYLINA, D. P. VLASENKOV, D. P. RYBAK, S. Yu. OLIINYK*

### INCREASING THE EFFICIENCY OF TECHNOLOGICAL PROCESSES OF DRAWING AND ROLLING IN CONDITIONS OF RATIONAL USE OF DRY AND SEMI-LIQUID FRICTION FORCES UNDER THE INFLUENCE OF EXTERNAL VIBRATIONS

In modern technological processes of metal forming, such as cold rolling, rolling and drawing, a significant proportion of energy supplied to the rolling device is irretrievably lost to friction and wear, as well as giving the workpiece a given shape (or dimensions) as a result of plastic deformation.

To assess the nature of friction in such machines, the types of frictional interaction between the material of the processed workpiece and the tool were determined, taking into account the influence of lubricants. As it was established, during metal pressure treatment, there is both "dry" and "semi-liquid" friction. Even in the presence of lubricant in the kinematic pair: fiber-wire billet dry friction prevails. As practice shows - the occurrence of significant friction forces and forces of tension of the workpiece is caused by the presence of multiple deformation microroughnesses in the receiving part of the fiber, at its interaction with the moving workpiece. These microroughnesses (on the workpiece) are sheared and plastically deformed by the interaction of the contacting pair. Moreover, this deformation process is accompanied by a continuous wave background in the sound range.

For intensification of rolling and drawing processes it is recommended to use, by analogy with vibration metal cutting treatment, vibration rolling and drawing, by installing additional vibrators acting in the direction of rolling or drawing on the applied fibers. The proposed vibrators operate, as a rule, in the ultrasonic range. Optimization of the rolling (drawing) unit operation is carried out by selection of amplitude and frequency of additional vibration, providing the required mode of machine operation, which realizes the transition from "dry" friction between wire and die to "semi-liquid" friction.

Implementation of measures on creation of additional devices for ultrasonic drawing and rolling allows to reduce energy costs of the rolling and drawing operation, as well as to increase the wear resistance of the tool.

**Key words:** friction, wear, elastic modulus, cold rolling, drawing, energy dissipation, die, surface layer, critical stress, deformation microroughness, elastic wave, frequency, amplitude, shell, external vibration.

#### References

1. Uchitel A.D. Intensifikatsiya protsessov mekhanicheskogo vzaimodeistviya instrumenta s zagotovkoi pri vipolnenii visokotochnik i energoemkikh tekhnologicheskikh operatsii metodami davleniya i rezaniya / A.D. Uchitel, Yu.A. Malinovskii, A.N. Panchenko i dr. // Metallurgicheskaya i gornorudnaya promishlennost. – 2019. – №№5-6. – S. 96-116.
2. Proskuryakov Yu.G. Uprochnayushche-kalibruyushchie metodi obrabotki. Spravochnoe posobie / Yu.G. Proskuryakov. – M.: «Mashinostroenie», 1965. – s. 206.
3. Uchitel A.D. Obosnovanie vliyaniya perekhodnikh rezhimov na kachestvo gotovikh izdelii pri ikh obrabotke metodami plasticheskogo deformirovaniya s pozitsii volnovikh i avtokolebatelnikh protsessov / A.D. Uchitel, Yu.A. Malinovskii, A.N. Panchenko i dr. // Metallurgicheskaya i gornaya promishlennost. – 2019. – №№ 1,2. – S. 1-17.
4. Kumabe D. Vibratsionnoe rezanie / D. Kumabe. – M.: «Mashinostroenie», 1984. – s. 424.
5. Volmir A.S. Ustoichivost deformiruemikh sistem / A.S. Volmir. – M.: «Nauka», 1976. – s. 880.
6. Timoshenko S.P. Ustoichivost sterzhnei, plastin i obolochek. Izbrannie raboti / S.P. Timoshenko. – M.: «Nauka», 1967. – s. 808.
7. Kragelskii I.V. Trenie i iznos / I.V. Kragelskii. – M.: «Mashinostroenie», 1968. – s 480.



---

8. Kilchevskii N.A. Dinamicheskoe kontaktnoe szhatie tverdikh tel. Udar / N.A. Kilchevskii. – Kiev, 1976. – s. 248.

9. Biderman V.L. Teoriya mekhanicheskikh kolebanii: Uchebnik dlya VUZov / V.L. Biderman. – M.: «Visshaya shkola», 1980. – s. 408.

10. Poduraev V.N. Obrabotka rezaniem s vibratsiyami / V.N. Poduraev. – M.: «Mashinostroenie», 1970. – s. 357.

**Malinovskiy Yuriy Olexandrovych** – candidate of technical sciences, associate professor, Separate structural unit «Krivyi Rih professional college of National Aviation University», Krivyi Rih, Tupolev 1, Ukraine, 50045, E-mail: malinovsky129@gmail.com, tel.: +38 098 130 73 24, <https://orcid.org/0000-0001-5980-0908>

**Danylina Halyna Volodymyrivna** – candidate of technical sciences, associate professor, Separate structural unit «Krivyi Rih professional college of National Aviation University», Krivyi Rih, Tupolev 1, Ukraine, 50045, tel.: 38 067 564 91 72.

**Vlasenkov Dmyro Petrovych** – senior teacher, head's assistant, Separate structural unit «Krivyi Rih professional college of National Aviation University», Krivyi Rih, Tupolev 1, Ukraine, 50045, E-mail: vlasenkov.d@gmail.com, tel.: +38 067 296 71 75.

**Rybak Dmitro Petrovich** – senior teacher, Separate structural unit «Krivyi Rih professional college of National Aviation University», Krivyi Rih, Tupolev 1, Ukraine, 50045, tel.: +38 097 901 63 51

**Oliinyk Svitlana Yuriivna** – senior lecturer of the Department of Mechanical Engineering Technology Krivyi Rih National University, Krivyi Rih, Vitaly Matusevicha 11, Ukraine, 50027, E-mail: olynyk.syu@knu.edu.ua, tel.: +38 067 981 52 35, <https://orcid.org/0000-0002-6169-8874>