

УДК 621.891+539.975.6

DOI: 10.18372/0370-2197.4(101).18083

Ю. О. МАЛІНОВСЬКИЙ<sup>1</sup>, Д. П. ВЛАСЕНКОВ<sup>1</sup>, С. О. СИТНИК<sup>1</sup>,  
С. С. ТЕРЕШИНА<sup>1</sup>, С. Ю. ОЛІЙНИК<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Відокремлений структурний підрозділ «Криворізький професійний коледж Національного авіаційного університету», Кривий Ріг, Україна

<sup>2</sup>Криворізький національний університет, Кривий Ріг, Україна

## ТРАКТУВАННЯ ЕНЕРГЕТИЧНИХ МЕТОДІВ У ТЕОРІЇ ТЕРТЯ ТА ЗНОШУВАННЯ З ПОЗИЦІЙ МЕХАНІКИ СУЦІЛЬНИХ СЕРЕДОВИЩ ТА ТЕОРІЇ ДИСЛОКАЦІЙ

При сучасних триботехнічних розрахунках істотна роль відводиться теоріям тертя та зношування, що базуються на енергетиці процесів, які відбуваються на зовнішніх шарах деталей, що взаємодіють. Так, енергетичний підхід дозволив сформулювати точку зору, що при динамічному навантаженні двох пружних тіл, в результаті тертя, частина енергії оборотна і йде на розвиток пружних коливань, інша частина енергії непружної взаємодії деталей, на молекулярному рівні, перерозподіляється на інші види енергії і розсіюється в вигляді теплової енергії в навколишнє середовище, при цьому енергія, що залишилася, у разі коливань поверхневих шарів накопичується як незворотна частина потенційної енергії в більш глибоких шарах деталей. Ця енергія при досягненні певного порогового значення сприяє руйнуванню поверхневих і підповерхневих шарів елементів фрикційної пари. Облік температурних ефектів при терті дозволив ряду дослідників при визначенні коефіцієнтів і сил тертя виходити з гіпотези утворення містків зварювання при терті металів та подальшого їх руйнування.

Крім того, набули поширення гіпотези про дифузію атомів при терті елементів кінематичної пари, а також гіпотеза про можливість рекристалізації металів (та інших матеріалів) при кімнатній температурі.

Як узагальнення результатів розглянутих гіпотез автором [1] доведено, що процес тертя має подвійну природу і може бути описаний за допомогою молекулярно-механічної теорії тертя та зношування.

Наявність значної кількості гіпотез і теорій тертя та зношування, як явищ фізичних, обумовлено зручністю енергетичного підходу та надзвичайною складністю самого процесу.

Запропонована робота спрямована на уточнення та в деяких випадках спрощення триботехнічних та супутніх теплових розрахунків.

**Ключові слова:** тертя, знос, модуль пружності, нелінійна пружність, гістерезисні втрати, дисипація енергії, сила тертя, тепловий баланс, саморозігрів поверхні, містки зварювання, макро-, мезо- та мікромоделі тертя.

### Аналіз виконаних досліджень і публікацій.

Нині під час дослідження процесів сухого тертя і зношування твердих тіл, що працюють за значних нормальних навантажень, часто в умовах агресивних середовищ, розглядаються як макромоделі (феноменологічні), так і моделі теорії дислокацій. Поставлене завдання в спільному розгляді проблематики суцільних середовищ і теорії дислокацій поки що не отримало завершеного розв'язання. тому з метою постановки та часткового розв'язання цієї проблематики професором І.В. Крагельським було сформульовано положення молекулярно-механічної теорії, що ґрунтуються на гіпотезі, що тертя має двоїсту природу, та зумовлено як взаємним впровадженням окремих мікронерівностей, що

супроводжуються імпульсною (ударною) взаємодією [2], тобто внаслідок впроваджені (пошкоджені) мікронерівності, так і зближення мікронерівностей [2]. Якщо зближення мікронерівностей носитиме деформаційний характер із взаємним проникненням, то виникне міжмолекулярне тертя. Молекулярна взаємодія проявляється в додатковому тяжінні двох тіл, аналогічному тяжінню двох різнойменних зарядів.

При визначенні силових параметрів тертя на підставі лише положень механіки без урахування реальних фізичних умов і природи тертя може призвести до суттєвих похибок і помилок. у більшості наявних теорій тертя і зношування фізична система процесу тертя замикається на рівнянні сил.

Водночас, незважаючи на значну кількість теорій щодо тертя і зношування, дедалі більша кількість дослідників схильні вважати, що енергетичний підхід у теорії тертя і зношування виходить із глибших фізичних передумов. До числа таких досліджень слід віднести теорії Дж. Грінвуда, Е. Рабиновича, Е. Адировича, Д. Блохінцева, Е. Г. Свірського та інших вчених. Зауважимо, що А. П. Семенов, узагальнюючи різні передумови про природу «схоплювання», висунув енергетичну гіпотезу утворення металічних зв'язків під час тертя (та ще три гіпотези про природу схоплювання металів) [2]. Причому енергетичний підхід поширюється на зовнішні та внутрішні шари деталей для мікро-, мезо- та максірівнів (або комбінації будь-яких рівнів).

Метою цієї роботи є вдосконалення методики визначення коефіцієнта і сили тертя, виходячи з гістерезисних і непружних втрат енергії поверхневих шарів і внутрішньої енергії твердих тіл з урахуванням адгезійних зв'язків між мікронерівностями.

**Виклад основного матеріалу.** Відомі теорії тертя, в яких зусилля (тертя) зумовлені роботою (або енергією), що йде на деформування матеріалу, розташованого попереду мікронерівностей, що дотикаються. Ці деформаційні процеси виникають за рахунок хвилі деформації, що біжить перед кожним із виступів, які впроваджуються в тіло, що деформується. Причому, одна частина енергії деформації йде на формозміну під час тертя, а інша частина йде на гістерезисні та непружні втрати під час взаємодії твердих тіл в умовах сухого тертя.

До однієї з таких теорій слід віднести теорію Дж. Грінвуда [1]. Згідно з Грінвудом сила тертя в умовах пружного контакту викликана гістерезисними втратами під час фрикційної взаємодії деталей. ці втрати зумовлені недосконалою пружністю матеріалу. Сила тертя за Грінвудом

$$T_{\text{гр}} = \alpha \Phi, \quad (1)$$

де  $\alpha$  - коефіцієнт гістерезисних втрат;

$\Phi$  - енергія, витрачена на одиницю шляху ковзання.

Дамо фізичну інтерпретацію розглянутого фрагмента сформульованої гіпотези. Розглянемо енергію, витрачену на одиницю шляху ковзання, та її частину, що йде на гістерезисні втрати під час тертя. Для оцінки підходу під час опису процесу тертя необхідно розглянути енергію, яка витрачається на передеформування матеріалу в процесі взаємодії мікронерівностей, та визначити ту її частину, що розсіюється за рахунок лінійного та нелінійного загасання геометричної нелінійності внаслідок деформування поверхневих шарів деталі, нелінійної пружності матеріалу поверхневих шарів.

Зазначимо, що під час коливань, які супроводжують процеси тертя твердих тіл, має місце розсіювання енергії, внаслідок недосконалої пружності деталей, що взаємодіють. У разі багаторазового передеформування поверхневих шарів балки-смушки попереду від штампа, що рухається, на протяжній деталі, у межах деформації ділянки  $l$  балки-смушки (під час її переміщення) спостерігається зближення її кінців (за однією або декількома напівхвилями деформації балки), у результаті цієї деформації виникає додаткова поздовжня сила  $\Delta T$

$$\Delta T = -cw, \quad (2)$$

де  $w$  - поздовжнє переміщення балки-смушки, її рухомого кінця;

$c$  - жорсткість поздовжнього зв'язку балки-смушки з підповерхневими шарами матеріалу деталі (жорсткість обмеженого зміщення).

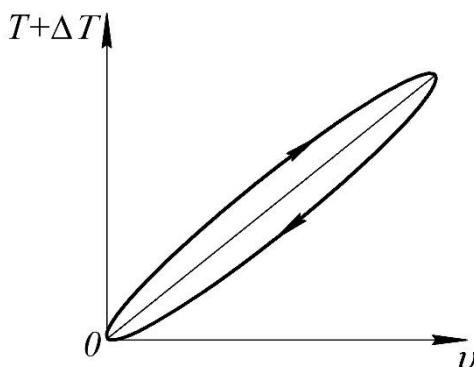


Рис. 1. Крива гістерезисних втрат під час поздовжнього навантаження поверхневих шарів деталі:

- 1)  $T + \Delta T$  - дотичне зусилля;
- 2)  $v$  - поперечний прогин шарів.

Зауважимо, що поздовжнє переміщення стрижня  $w$  (при його поздовжньому вигині) пов'язане з поперечним прогином балки-смушки  $v$  нелінійною залежністю.

Поздовжнє переміщення  $w$  знайдемо як різницю між початковою довжиною ділянки  $l$  і проекцією деформованої ділянки балки на горизонтальну вісь (рис. 2).

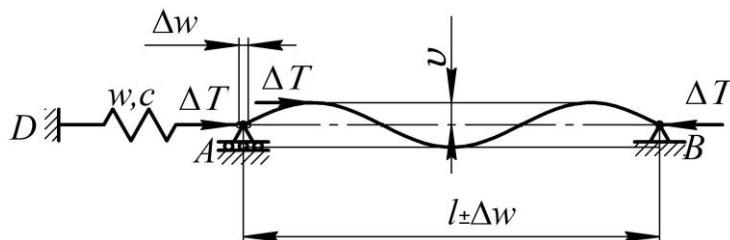


Рис. 2. До обґрунтування поздовжніх переміщень балки-смушки і виникнення додаткової поздовжньої сили  $\Delta T$  ( $c$  - жорсткість поздовжнього зв'язку);  $w$  - поздовжнє переміщення;  $v$  - поперечний прогин;  $\Delta w$  - поздовжня деформація балки-смушки (у лінійному вимірі).

У зв'язку з поздовжньою деформацією балки смужки поверхневі та підповерхневі шари деталей деформуються по кривих лініях і криволінійних поверхнях. інакше кажучи, під час лінійного навантаження стрижня ( $w$ ) (пластини) поздовжнім навантаженням його поперечна деформація ( $v$ ) буде нелінійною, при цьому одній точці на осі ( $w$ ) відповідатиме одна або дві точки на осі  $v$  (тобто навантаження та розвантаження матеріалу відбуватиметься по двох різних гілках).

Зазначимо, що гістерезисні втрати в матеріалах деталей, що контактують, зумовлені насамперед геометричною нелінійністю балки-смужки, а також фізичною нелінійністю діаграми напруга-деформація ( $\sigma = \sigma(\epsilon)$ ), її прямого і зворотного ходів. Крім того, розсіювання енергії під час передеформування матеріалу деталей зумовлене його нелінійною пружністю, нелінійним законом Гука, наприклад, у формі  $\sigma = E\epsilon^n$  (де  $\sigma$  - нормальна напруга;  $E$  - модуль пружності;  $n$  - емпіричний коефіцієнт ( $n \neq 1$ ));

$\epsilon$  - відносна деформація.

У процесі тертя ефекти, пов'язані з гістерезисними втратами і непружністю матеріалів, переважають у тонких зовнішніх шарах деталей, де ці втрати перетворюються на різні види енергій із переважанням теплової.

Крім того, зазначимо, що нелінійність задачі у випадку передеформування поверхні перед рухомим штампом зумовлена також спотворенням плоских поверхневих і підповерхневих шарів деталей та перетворенням плоских шарів на хвилясті поверхні, де має місце підйом та опускання деформаційних мікронерівностей однієї деталі за мікронерівностями іншої деталі. За умови недостатньої міцності цих мікроступів може статися зріз або виполажування (зім'яття) цих мікронерівностей. В такому разі має місце гіпотеза (ефект) Парана, яка може виявлятися як у чистому вигляді, так і з накладенням по висоті геометричних та деформаційних мікронерівностей.

Це непрямо свідчить про те, що гіпотеза плоских перерізів під час розв'язання подібних задач має обмежене застосування.

Унаслідок постійного передеформування матеріалу в точках поверхневих шарів відбувається переміщення граничної точки контакту попереду від рухомої деталі.

Деформована ділянка протяжної деталі під дією стискаючого зусилля від іншої деталі переміщується уздовж осі контактування пари. на підставі [3] рухома балка-смужка, що рухається (в рухомій системі координат), може бути описана диференціальним рівнянням виду

$$E_n I \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + \beta v + T \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = 0, \quad (3)$$

де  $E_n$  - модуль пружності поверхневих шарів балки-смужки;

$I$  - момент інерції поверхневих шарів балки-смужки;

$v$  - поперечний прогин балки-смужки;

$\beta$  - коефіцієнт жорсткості пружної основи балки-смужки;

$T$  - стискаюче зусилля для балки-смужки ( $T = T_0 + T_t \cos \Theta t + \Delta T$ );

$T_0$  - статичне поздовжнє зусилля балки-смужки;

$T_t$  - періодична складова поздовжнього зусилля;

$\Theta$  - частота коливань періодичної складової;

$\Delta T$  - додаткова поздовжня сила, що виникає в стрижні з поздовжнім пружним зв'язком, зумовленим реакцією майданчика контакту (під штампом) на дію штамп.

Встановимо взаємозв'язок поздовжнього переміщення балки-смушки  $w$  з її поперечними переміщеннями  $v$  у стані близькому до втрати поздовжньої стійкості. Оскільки поперечні переміщення балки-смушки обмежені стиснутими її поздовжніми переміщеннями.

Для випадку нелінійної пружності аналог закону Гука допускає подання у вигляді кубічної залежності напруги від деформації [4].

$$\sigma = E_n(\varepsilon - \beta\varepsilon^3), \quad (4)$$

де  $\sigma$  - нормальна напруга в матеріалі балки-смушки;

$E_n$  - модуль пружності балки-смушки;

$\beta$  - коефіцієнт нелінійної пружності балки-смушки (емпіричний коефіцієнт);

$\varepsilon$  - відносна деформація балки-смушки.

Поздовжнє переміщення рухомого кінця балки-смушки  $w$  зв'яжемо з первісною її довжиною  $l$  і її довжиною після отримання пружної деформації, у вигляді проекції на поздовжню вісь

$$w = l - \int_0^l \sqrt{1 - \left(\frac{dv}{dx}\right)^2} dx. \quad (5)$$

Вираз (5) записано з урахуванням формули для геометричної кривизни поздовжньої осі балки смужки.

Тоді радикал допускає подання

$$\sqrt{1 - \left(\frac{dv}{dx}\right)^2} = 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 - \frac{1}{8}\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^4 + \dots \quad (6)$$

Підставляючи замість радикала розкладання (6) в (5) отримуємо

$$w = \frac{1}{2} \int_0^l \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 dx + \frac{1}{8} \int_0^l \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^4 dx + \dots \quad (7)$$

Представимо функцію  $v_k(x, t) = A_k(t) \sin \frac{k\pi x}{l}$  як добуток двох функцій, тоді наближено маємо

$$w = \frac{k^2 \pi^2 A_k^2}{4l} + \frac{3}{64} \frac{k^4 \pi^4 A_k^4}{l^3} + \dots \quad (8)$$

З урахуванням значень поздовжньої сили  $T$  і  $T^*$  і подання функції  $v(x, t)$  запишемо рівняння (3) у вигляді

$$A''_k + \omega_k^2 \left(1 - \frac{T_0 + T_t \cos \Theta t}{T_k^*}\right) A_k = 0, \quad (9)$$

( $k = 1, 2, 3, 4, \dots$ ), де  $\omega_k^2 = \frac{1}{m} \left(\frac{k^4 \pi^4}{l^4} E_n I + \beta_1\right)$  - квадрат  $k$  власної частоти незавантаженої балки-смушки.

Позначимо:

$$\Omega_k = \omega_k^2 \sqrt{1 - \frac{T_0}{T_k}}. \quad (10)$$

Якщо врахувати вираз  $\Delta T$ , тоді рівняння (9) переписемо

$$A''_k + \omega_k^2 \left(1 - \frac{T_0 + T_t \cos \Theta t - \Delta T}{T_k^*}\right) A_k + 2\varepsilon_z A'_k = 0, \quad (11)$$

де  $\varepsilon_z$  - коефіцієнт лінійного загасання.

Після обчислення  $\Delta T$  і підстановки його значення в (11) виділимо в ньому лінійну і нелінійну частини

$$A''_k + 2\varepsilon_z A'_k + \omega_k^2 \left(1 - \frac{T_0 + T_t \cos \theta t}{T_k^*}\right) A_k + \Psi(A_k) = 0, \quad (12)$$

де  $\Psi(A_k)$  - деяка нелінійна функція переміщень  $w$

$$\Psi(A_k) = \frac{k^2 \pi^2 \omega_k^2 c}{4l T_k^*} A_k^3 + \frac{3}{64} \frac{k^4 \pi^4 \omega_k^2 c}{l^3 T_k^*} A_k^5 + \dots \quad (13)$$

Обмежуючись у ряді (13) тільки першим доданком, отримаємо

$$\Psi(A_k) = \gamma A_k^3, \quad (14)$$

$$\text{де } \gamma = \frac{k^2 \pi^2 \omega_k^2}{8l^2} \left( \frac{2cl}{T_k^*} + 1 \right).$$

Таким чином, коефіцієнт нелінійної пружності складається з коефіцієнта фізичної нелінійності

$$\gamma_\alpha = \frac{k^2 \pi^2 \omega_k^2}{8l^2} \frac{2cl}{T_k^*}, \quad (15)$$

і коефіцієнта геометричної нелінійності

$$\gamma_\beta = \frac{k^2 \pi^2 \omega_k^2}{8l^2}. \quad (16)$$

Зауважимо, що в коефіцієнті фізичної нелінійності властивості матеріалу балки-смушки проявляються у величинах  $\omega_k$ ,  $c$ ,  $T_k^*$ .

Під час передеформування балки-смушки попереду від штампа, що рухається, може виникнути додаткова поздовжня сила опору вільного кінця балки смушки, що пропорційна швидкості поздовжнього переміщення, тобто

$$\Delta T_1 = -k_L w', \quad (17)$$

де  $k_L$  - коефіцієнт опору переміщенню поверхневих шарів, у загальному випадку нелінійний, пропорційний силам тертя, зумовлений загасанням (як фактор внутрішнього тертя поверхневих шарів).

Зупинимося на виразі (8) для поздовжнього переміщення стрижня під час передеформування

$$w(A(t)) = \frac{k^2 \pi^2 A^2}{4l} + \frac{3}{64} \frac{k^4 \pi^4 A^4}{l^3} + \dots, \quad (18)$$

тоді для  $w'$  запишемо

$$w'(A(t)) = \frac{k^2 \pi^2}{2l} A A' + \frac{3}{16} \frac{k^4 \pi^4}{l^3} A^3 A' + \dots \quad (19)$$

З огляду на (18), (19) запишемо нелінійну функцію  $\Psi(A)$

$$\Psi^*(A) = \frac{\Delta T_1}{T^*} = 2\varepsilon_L A^2 A', \quad (20)$$

де  $\varepsilon_L$  - коефіцієнт нелінійного загасання ( $\varepsilon_L = \frac{\pi^4 k_L}{4ml^3}$ ).

Для невеликих прогинів можна обмежитися першим наближенням функції  $w'$  у (20).

Питання про нелінійне загасання розроблено в тій частині, що стосується внутрішнього тертя в матеріалі. Значимо, що М. М. Давиденкову вдалося зв'язати величину внутрішнього тертя з явищем пружного гістерезиса, це стосується формули для опису прямого й зворотного ходу діаграми  $\sigma = \sigma(\varepsilon)$ .

Автором [5] запропоновано функцію загасання апроксимувати за допомогою степеневого ряду, причому функція є парною відносно амплітуд  $A(t)$ , що повільно змінюються.

Подальше обґрунтування енергетичної теорії тертя Грінвуда зводиться до визначення потенційної енергії деформації, що йде на передеформування під час взаємодії пар тертя та визначення коефіцієнта гістерезисних втрат.

Під час подальшого обчислення як потенційної енергії деформації, так і кінетичної енергії коливань балки-смужки будемо виходити з того, що амплітуда коливань балки-смужки є функцією, що повільно змінюється,  $A = A(t)$ .

Потенційну енергію деформації балки-смужки вважатимемо такою, що складається з потенційної енергії деформації стрижня на пружній основі  $U(A)$ , а також роботи зовнішнього навантаження  $W(t)$  [5].

Запишемо вирази для  $U$  і  $W$  через функцію  $V_k(x, t) = A_k(t) \sin \frac{k\pi x}{l}$

$$U = \frac{1}{2} \int_0^l EI \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right)^2 dx = \frac{EI k^4 \pi^4}{2 l^4} A^2 \int_0^l \sin^2 \frac{k\pi x}{l} dx = \frac{EI k^4 \pi^4}{4 l^3} A^2, \quad (21)$$

тоді

$$W = \frac{T}{2} \int_0^l \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 dx = \frac{T}{2} \int_0^l A^2 \cos^2 \frac{k\pi x}{l} dx = \frac{T k^2 \pi^2}{4 l} A^2. \quad (22)$$

Сума потенційної енергії деформації та зміни потенціала навантаження являє собою повну енергію системи  $\mathcal{E}$

$$\mathcal{E} = U + V = U - W, \quad (23)$$

де  $V$  - змінення потенціалу навантаження.

$$\mathcal{E} = \frac{EI}{2} \int_0^l \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right)^2 dx - \frac{T}{2} \int_0^l \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 dx. \quad (24)$$

Звернемося до дисипативних втрат під час деформації стрижня. Для цього розглянемо приріст роботи зовнішнього навантаження з урахуванням нелінійних втрат (за рахунок нелінійних втрат під час реалізації кубічного закону Гука) та дисипативних втрат під час нелінійного загасання, зумовлених явищем гістерезису.

Виходячи з (18), (19) отримаємо вираз роботи сил ковзання

$$\Delta W_{\text{гр}} = (-cw - k_L w') \frac{k^2 \pi^2}{4l} A_k^2 = - \left( \frac{ck^2 \pi^2}{4l} A_k^2 + \frac{k_L k^2 \pi^2}{2l} A_k A'_k \right) \frac{k^2 \pi^2}{4l} A_k^2. \quad (25)$$

Зміни приросту роботи зовнішнього навантаження і зміну гістерезисних втрат при коливаннях поверхневих шарів, представимо непружні втрати енергії, згідно з гіпотезою Грінвуда [1]

Формула (25) записана в припущенні, що під час деформування поверхневих шарів, форма коливань (або форма втрати стійкості) є синусоїдальними поверхнями з декількома напівхвилями. При цьому, згідно з Грінвудом,  $\Delta W_{\text{гр}}$  - це робота, що припадає на одиницю шляху ковзання, тобто в (25)  $l = 1$ , тоді отримаємо

$$\Delta W_{\text{гр}} = - \frac{k^2 \pi^2}{4} \left( \frac{ck^2 \pi^2}{4} A_k^2 + k_L \frac{k^2 \pi^2}{2} A_k A'_k \right) A_k^2. \quad (26)$$

Фактично сила тертя або Робота сили непружних втрат на одиничній довжині шляху ковзання  $l = 1$

$$\Delta W_{\text{гр}} = F_{\text{тер}}, \quad (27)$$

інакше

$$\Delta W_{\text{гр}} = \frac{\Delta W_{\text{гр}}}{l} l. \quad (28)$$

Іншими словами вирази (26), (27) еквівалентні формулі Грінвуда.

Вираз (26) являє собою втрати потенційної енергії (внаслідок її розсіювання) балки-смужки під час коливань, на всій своїй довжині попереду штампа, що рухається. Представлена формула містить величини  $A_k$ ,  $A'_k$  - які є змінною амплітудою коливань і швидкістю зміни амплітуди.

Зазначені величини є наближеним розв'язанням диференціального рівняння (29)

$$A''_k + 2\varepsilon_z A'_k + \Omega_k^2(1 - 2\mu_k \cos\theta t)A_k + \Psi(A) = 0, \quad (29)$$

або одного зі спрощених рівнянь (наприклад (30))

$$A''_k + \Omega_k^2(1 - 2\mu_k \cos\theta t)A_k = 0. \quad (30)$$

Оскільки амплітуди коливань функцій  $A_k(t)$  не є постійними величинами, а є функціями, що повільно змінюються, то для наближеного розв'язання (29) або (30) зручно застосувати метод варіації параметрів [7]. Згідно з методом, розв'язки шукаємо у формі

$$A(t) = A^*(t)\cos(\theta t + \Theta) = A^*\cos\Psi, \quad (31)$$

де  $A^*(t)$  - функція часу, що повільно змінюється;

$\Theta$  - початкова фаза;

$\Psi = \theta t + \Theta$  - функція часу;

$A^*(t)$ ;  $\Theta(t)$  - параметри, що підлягають варіації.

При застосуванні методу вважатимемо, що періодичний змінний коефіцієнт  $(1 + m\varphi(t))$  [7] дорівнюватиме періодичному коефіцієнту  $1 + m\varphi(t) = 1 - 2\mu_k \cos\theta t$ .

Тоді згідно з методом варіації параметрів запишемо

$$A'_k = -\mu_k \Omega_k^2 A^* \cos\theta t \cdot \sin 2\Psi = 0, \quad (32)$$

$$\Theta'_k = -2\mu_k \Omega_k \cos\theta t \cdot \cos^2\Psi = 0. \quad (33)$$

Згідно з [7] шукана функція може наближено обчислена виходячи з виразу

$$A_k^* \approx B_k \left[ 1 + \frac{\mu_k}{2} \cos(\theta t) \right], \quad (34)$$

де  $B_k$  - довільна постійна, визначається з початкових умов ( $B_k$  трактується як початкове зміщення);

$\Theta$  - інтерпретується як початкова фаза коливань балки-смужки (визначається в реальній системі);

$\mu_k = \frac{T_{tk}}{2(T^* - T_0)}$  - коефіцієнт збудження навантаження при параметричних коливаннях поверхневих шарів ( $T_t$  - коефіцієнт при періодичному навантаженні;  $T_0$  - значення постійної складової при поздовжньому навантаженні;  $T^*$  - значення дотичної сили при втраті поверхневими шарами поздовжньої стійкості);

$\theta$  - частота періодичного впливу поздовжньої сили.

У результаті обчислень за формулами (25), (31), (32) визначено всі елементи дисипативної частини потенційної енергії. Таким чином, вираз (25) описує



дисипативні та нелінійні (непружні) втрати під час навантаження поверхневих шарів.

Отже, за виразом (25) може бути визначена потенційна енергія поверхневих шарів деталей на максірівні, за використання феноменологічної моделі суцільного середовища.

Якщо змінний коефіцієнт  $\mu_k \cos \theta t$  змінюється досить повільно, так, що відносна його зміна за цикл коливання є незначною, то наближений розв'язок рівняння (30) можна знайти за допомогою методу варіації параметрів. Для цього потрібно, щоб  $0 < \mu_k \ll 1$ , а також

$$\frac{2\pi}{\Omega_k} |-\Theta t g \theta t| \ll 1. \quad (35)$$

У разі, коли умови (35) виконуються, то знаходимо породжувальне розв'язання (30), визначаємо  $A'_k$  та  $\Theta'_k$  за формулами (32), (33).

Далі скориставшись виразом (34) і перепишемо  $\Delta W$  у вигляді:

$$\Delta W = - \left\{ \left( \frac{ck^2\pi^2}{4l} B_k^2 \left[ 1 + \frac{\mu_k}{2} \cos \theta t \right]^2 + \frac{k_L k^2 \pi^2}{2l} B_k \left[ 1 + \frac{\mu_k}{2} \cos \theta t \right]^2 \right) (-\mu_k \Omega_k) \cos \theta t \cdot \sin 2\Psi \right\} \frac{k^2 \pi^2}{4l} B_k^2 \left[ 1 + \frac{\mu_k}{2} \cos \theta t \right]^2. \quad (36)$$

Перетворимо (36) до вигляду:

$$\Delta W = \frac{k^4 \pi^4}{16l^2} B_k^4 \left[ 1 + \frac{\mu_k}{2} \cos \theta t \right]^4 [\mu_k \Omega_k k_L \cos \theta t \cdot \sin 2(\theta t + \Theta) - c] = \frac{k^4 \pi^4}{16l^2} B_k^4 \times \\ \times \left[ 1 + \frac{\mu_k}{2} \cos \theta t \right]^4 [\mu_k \Omega_k k_L \cos \theta t \cdot (\sin 2\theta t \cdot \cos 2\Theta + \cos 2\theta t \cdot \sin 2\Theta) - c]. \quad (37)$$

Вираз (37) записано для підрахунку втрат балки-смушки попереду штампа, що рухається, на довжині  $l$  поздовжнього її деформування. Величину  $\Delta W$  можна обчислити для шляху ковзання  $l = 1$ ,  $l = \lambda_\theta$  (довжина хвилі нерівності на поверхнях, що труться) та інших значень  $l$ .

Розглядаючи енергетичну теорію Дж. Грінвуда, виходимо з того, що під час коливань взаємодіючих деталей та їхніх поверхневих шарів, внаслідок деформації цих шарів у них відбувається накопичення потенційної енергії (разом із виступаючими мікронерівностями), яка завдяки тертю частково розсіюється в навколишній простір і частково накопичується в підповерхневих шарах, створюючи передумови для подальшого руйнування цих шарів у разі досягнення потенційною енергією певного порогового значення.

Хоча підхід Дж. Грінвуда є суто феноменологічним, проте він дає змогу визначити як сумарну потенційну енергію деформації, так і необоротні (теплові) втрати під час тертя.

Тому розглянутий мезопідхід може бути використаний під час постановки та розв'язання інших триботехнічних задач.

З метою отримання формул для визначення коефіцієнта тертя на мезорівні (рівень мікронерівностей) достатньо використовувати рівняння енергетичного балансу. Тут робота зовнішніх дотичних сил, що діють на поверхневі шари, на відрізок шляху, що дорівнює довжині півхвилі мікронерівностей, дорівнює роботі внутрішніх нормальних і дотичних сил на довжині півхвилі мікронерівності для всієї площадки контакту.

У цій задачі наведено алгоритм визначення потенційної енергії деформації з урахуванням енергії для руйнування адгезійних зв'язків, а також для складання рівняння енергетичного балансу для теорій Е. Рабіновича та Ернста-Мерчента.

**Визначення коефіцієнтів і сил тертя виходячи з енергії поверхневих шарів і внутрішньої енергії твердих тіл з урахуванням адгезійних зв'язків мікронерівності.**

До теперішнього часу набули поширення теорії тертя і зношування, в яких встановлюється взаємозв'язок коефіцієнтів тертя  $f$ , як із поверхневою енергією твердого тіла, так і з внутрішньою енергією пружних (або в'язко-пружних) тіл під час тертя та коливань.

До таких досліджень слід віднести по-перше теорію Е. Рабіновича [2], теорії Е. Адировича і Д. Блохінцева, теорію Г. Е. Свірського, а також теорію Г. Ернста-П. Мерчента (з деякими застереженнями) [1].

Відповідно до Е. Рабіновича встановлюється взаємозв'язок між коефіцієнтом тертя  $f$  і поверхневою енергією взаємодіючих тіл, межею міцності матеріалів деталей під час роботи їхніх мікронерівностей на зріз, межею плинності матеріалу поверхневих шарів (під час переходу матеріалів у пластичний стан) із врахуванням їхнього передеформування та наклепу в процесі експлуатації. За цією теорією коефіцієнт тертя може бути представлений як результат обчислень за формулою [2]:

$$f = \frac{S}{p} \left( 1 + \frac{2W_{ab}}{pr} ctg\theta_p t \dots \right), \quad (38)$$

де  $S$  - опір зрізу одиничного містка зварювання;

$p$  - ефективна напруга на контакт ( $p = c\sigma_s$ ;  $c$  - коефіцієнт пропорційності,  $p$  - можливо трактувати як межу плинності матеріалу деталі, після її припрацювання в контактуючій парі;  $\sigma_s$  - межа плинності матеріалу за стандартом);

$W_{ab}$  - сумарна енергія адгезійних зв'язків контактуючої пари в поверхневих шарах;

$r$  - середній радіус плями торкання (може бути визначений, як радіус майданчика торкання по Герцу);

$\theta_p$  - кут нахилу одиничної нерівності до площини тертя (рис. 3).

Формула (38) буде більш яскраво виражена для гладких поверхонь, коли адгезія проявляється особливо інтенсивно, при цьому поверхнева енергія має істотний вплив на величину коефіцієнта тертя.

У виразі (38) фігурує відношення  $\frac{S}{p}$ , яке представлено безрозмірною величиною, а величини  $S$ ,  $p$  мають розмірності механічних напружень (Н/мм<sup>2</sup>).

Звернемося до величини  $S$  (опір зрізу), для одного містка зварювання під час взаємодії двох мікронерівностей, що належать різним деталям, тоді відбувається зіткнення цих мікронерівностей, що характеризується ударною (імпульсною) взаємодією.

Якщо розглядати взаємодію всіх мікронерівностей на одному майданчику контакту, то матимемо усереднене значення силового зрізаючого впливу (зусилля, що зрізає). За рахунок прикладання дотичних зусиль  $T$  відбувається місцеве стиснення елементів деформованої ділянки балки-смушки (в загальному випадку на пружній основі, в межах ділянки, що випереджає рухомий штамп), де має місце поздовжньо-поперечний вигин, в результаті чого поверхневі шари

деталі за рахунок деформації поверхневих шарів і мікронерівностей накопичують потенційну енергію. При цьому, наявні геометричні мікронерівності, які потрапляють на гребені деформаційних мікронерівностей, істотно знижують встановлені зазори. Зазначимо, що на ділянці контактуючої пари, де має місце безззорне з'єднання, відбувається схоплювання мікронерівностей, які найбільше виступають.

У результаті схоплювання численних мікронерівностей накопичена потенційна енергія балки-смужки з урахуванням її початкових нерівностей (шорсткості), за досить короткий час переміщення балки-смужки (ділянка  $l$ ) не змінить свою деформовану форму.

І тільки після зустрічі з подальшою мікронерівністю та отримання цією мікронерівністю приросту кінетичної енергії ( $\frac{m\Delta V^2}{2}$ ) від рухомого тіла (2) балка-смужка та її виступ (мікронерівність) отримає імпульс сили  $T\Delta t$ , який зрізає знову утворені містки зварювання. Таким чином, потенційна енергія, накопичена балками-смужками обох деталей, є базовим порогом для початку руйнування містків зварювання в межах миттєвого положення кожної балки-смужки (для двох деталей). Такий підхід відповідає макромоделюванню системи з тертям.

Тобто, можна ввести припущення про те, що балка-смужка, яка накопичила повну потенційну енергію, утримує її завдяки поздовжній і поперечній деформації внаслідок дії адгезійних зв'язків ( $\mathcal{E} = 2W_{ab}$ ) за Рабіновичем.

Зазначимо, що  $W_{ab}$  за Рабіновичем - це енергія від адгезійних зв'язків, що утворюються на обох взаємодіючих тілах, при прикладанні до поверхневих шарів деталей (з мікронерівностями, які на них розташовані) сили тертя. Спрощено уявімо собі, що перед схопленням мікронерівностей поверхневі шари з шорсткостями, що на них розташовані, накопичать енергію, яку буде реалізовано під час схоплювання вершин виступів та подальшого їхнього руйнування. Можна вважати, що на момент руйнування містків зварювання, потенційна енергія, накопичена в поверхневих шарах, буде меншою або дорівнюватиме енергії руйнування містків зварювання (внаслідок зрізу, або внаслідок зминання мікронерівностей).

Ефект взаємодії мікронерівностей під час зминання залежить від співвідношення пружних і пластичних компонентів у розглянутій шорсткості. Якщо переважають пружні властивості в мікронерівностях, то відбудеться зближення цих мікронерівностей і м'якші шари виступів будуть продавлені жорсткішими виступами взаємодіючих мікронерівностей. Тобто форма мікронерівностей під час взаємодії (деформаційної) може сприяти зрізу формозмінених контактуючих мікронерівностей. Якщо ж обидві мікронерівності проявлятимуть пластичні властивості, то схоплювання виступів може не статися, і може статися «перебіг» мікронерівності за мінімального тертя.

Зазначимо, що в момент схоплювання пари мікронерівностей на двох взаємодіючих тілах, що об'єднуються в одну енергетичну систему, впродовж дуже короткого проміжку часу, доти, доки до цих тіл не буде докладено енергію від зовнішнього джерела, що буде спрямована на додавання містку зварювання імпульсу сили для його зрізання. При цьому тіло 2 з масою  $m$  зменшить свою швидкість на величину  $\Delta V$ , а мікронерівність тіла 1 отримає ударний імпульс  $m\Delta V$ , величина якого буде достатня для руйнування одного або декількох містків зварювання між мікронерівностями.

Таким чином, у теорії Е. Рабіновича енергія адгезійних зв'язків врахована для мікронерівностей двох взаємодіючих деталей у моменти схоплення гребенів на робочих поверхнях. Слід зазначити, що в інших літературних джерелах [2] коефіцієнт тертя за Е. Рабіновичем представлений через енергію  $W_{ab}$  у дещо іншому вигляді

$$f = \frac{\tau}{p_{\tau}} \left( 1 + \frac{W_{ab} \cos \theta_p}{pa} \dots \right), \quad (39)$$

де  $\tau$  - опір зрізу мікронерівності;

$p_{\tau}$  - межа плинності для матеріалу розглянутої деталі;

$p = c\sigma_s$  - несуча здатність контакту ( $c$  - коефіцієнт підвищення несучої здатності);

$\theta_p$  - кут нахилу одиначної мікронерівності (до площини контакту).

Під час взаємодії деталей навантаження  $P$  від верхньої деталі 2 прикладається до нижньої деталі 1, спричиняючи взаємне їхнє зближення на величину  $\delta_{ab}$ .

Виконуючи розрахунки за формулами (38), (39), слід мати на увазі, що в них мають бути представлені узгоджені за розмірностями величини, тобто добуток  $pr$  (або  $pa$ ) повинен представляти роботу сили, що прикладена до мікронерівності під час її зрізу. Очевидно, автор теорії мав на увазі роботу сили, розподіленої по площині (має розмірність напруження).

Відмінною особливістю даної теорії є те, що у формулах (38), (39) коефіцієнт тертя представлений через параметри одиначних мікронерівностей, тому при виконанні реальних розрахунків використання параметрів одиначних мікронерівностей є непрактичним і трудомістким.

Проведемо в цьому плані аналогію з бінарною теорією Ернста і Мерчента, де коефіцієнт тертя виражається через середні фізичні та геометричні параметри ділянок контакту. Хоча в цій теорії явно не фігурує енергія адгезійних зв'язків, проте за виглядом формул для коефіцієнтів тертя ці теорії схожі, оскільки в обох теоріях присутні як адгезійні, так і геометричні складові. Виходячи з наведеної аналогії формулу Ернста-Мерчента будемо трактувати як фрагмент однієї з формул Рабіновича. Розглянемо формулу Ернста-Мерчента, в якій коефіцієнт тертя  $f$  представлений у вигляді:

$$f = \frac{S}{HB} + tg\theta_M, \quad (40)$$

де  $S$  - середній опір зсуву для всіх мікронерівностей на контакті  $S = \sum_{i=1}^n s_i$  ( $s_i$  - опір зсуву для мікронерівності з індексом  $i$ ;  $n$  - кількість мікронерівностей на контакті);

$HB$  - твердість матеріалу пари, що контактує, за Брінелем (характеристика твердості для відносно м'яких матеріалів, збівна з межею плинності);

$\theta_M$  - середній кут, складений фактичною площадкою контакту з напрямком сили тертя ( $\theta_M = \frac{\sum \theta_i}{n}$ ,  $\theta_i$  - кут, складений площадкою контакту для  $i$ -тої мікронерівності з силою тертя  $T$ ).

Якщо слідувати формулам (38), (39), то кут  $\theta_M$  являє собою кут нахилу одиначної мікронерівності до площини тертя.

У формулі (40) величина  $\theta_M$  являє собою кут, складений фактичним майданчиком контакту з напрямком сили тертя.

Як стверджують автори теорії Ернст та Мерцент, кут  $\theta_M$  приймає усереднене значення. Така точка зору справедлива для кожної одиначної мікронерівності.

Однак якщо розглядати усереднене значення сили тертя і дійсну площадку контакту, то сила тертя лежить у площині контакту. Очевидно, що правильніше виходити з умов, що діють на кожну мікронерівність, визначити елементарний кут  $tg\theta_i = \frac{p_i}{s_i}$ , та підсумувати всі елементарні кути по площадці контакту, знайти  $\theta_{\text{сер}}$  та використати отримане значення  $\theta_{\text{сер}}^{(M)}$  під час визначення  $f$  за теорією Ернста та Мерченга (рис. 3). Тож, для однозначної відповіді на запитання щодо визначення кута  $\theta_{\text{сер}}$ , необхідно провести додаткові теоретичні та експериментальні дослідження, що дозволить виконати більш достовірні розрахунки за формулою (40) (також дивись формулу (42)). Крім того, введемо в розгляд кут  $\Omega_T$ , який є значенням кута нахилу осі мікронерівності до площини тертя (нормалі до площини  $\vec{n}$ ). Тоді маємо співвідношення

$$\Omega_T = 90^\circ + \theta_M. \quad (41)$$

Разом з тим, з фізичних міркувань  $tg\Omega_T = f$ .

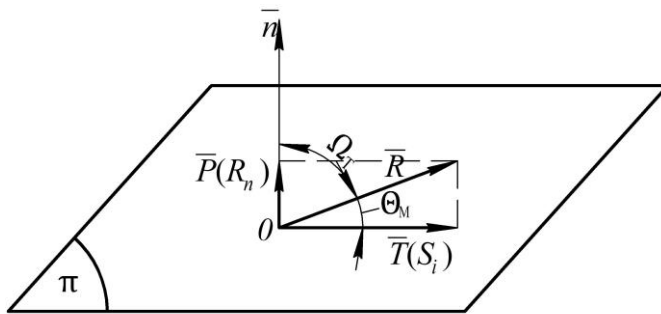


Рис. 3. До визначення кутів нахилу сумарної реакції  $R$  до площини тертя  $\pi$ :  $\theta_M$  – кут нахилу мікронерівності (усереднений);  $\Omega_T$  – кут тертя;  $R_n$  – нормальна реакція площини;  $T(S_i)$  – дотичне зусилля на поверхні контакту

$$\vec{R} = \vec{P} + \vec{T}$$

Тому за таких умов формула Ернста і Мерченга може бути представлена у вигляді (з урахуванням тангенса кута тертя)

$$f = \frac{s}{HB} + \frac{1}{tg\Omega_T} = \frac{s}{HB} + \frac{1}{f}, \quad (42)$$

Судячи з вигляду (42), з цього виразу можна визначити коефіцієнт тертя  $f$ , минаючи перетворення й обчислення, пов'язані з кутами  $\theta_M$  і  $\Omega_T$  (минаючи геометричні розрахунки і побудови).

Вираз (42) зводиться до вигляду:

$$f^2 - \frac{s}{HB}f - 1 = 0, \quad (43)$$

звідки

$$f = \frac{s}{2HB} + \sqrt{\frac{s^2}{4HB^2} + 1}. \quad (44)$$

Цей вираз (44) можна трактувати, як нульове наближення при визначенні коефіцієнта тертя за теорією Е. Рабіновича. Оскільки теорія, що розглядається, є енергетичною, то виходитимемо з енергії пружної деформації поверхневих шарів, яку можна визначити з принципу можливих переміщень на максі-, мезо- і мінірівнях [8].

Для обчислення енергії, що накопичується в поверхневих шарах деталей, які взаємодіють, зупинимося на зусиллях, докладених до мікронерівностей на майданчику контакту. Сумарне зусилля, яке діє на мікронерівність, дорівнює геометричній сумі вертикального зусилля  $\vec{p}_i$  та дотичного зусилля  $\vec{s}_i$ . Зусилля  $\vec{p}_i$  спричиняє центральне осьове стискання сферичної мікронерівності, а внутрішнє дотичне зусилля  $\vec{s}_i$  спричиняє її зріз (або зім'яття), як одиничної мікронерівності, так і всіх мікронерівностей на майданчику контакту.

Оскільки під дією мікрозусилля  $\vec{s}_i$  вісь мікронерівності згинається, тобто вісь мікронерівності (умовно) повертається навколо своєї основи, утворюючи кут  $\Theta_M$ .

Енергія  $W_{ab}$  за теорією Рабіновича може бути визначена виходячи з моделей тертя для максі- та мезорівнів. З цією метою попередньо необхідно скласти рівняння енергетичного балансу, виходячи з моделі на мезорівні (для окремо взятих мікронерівностей), та скласти вираз  $W_{ab}$  з метою підрахунку його в (38) або (39).

Слід зазначити, що, не маючи на меті розглядати теорію для виведення, обґрунтування та аналізу формул (38), (39) коефіцієнт тертя може бути безпосередньо отримано з рівняння енергетичного балансу.

Тоді виходячи з позиції мезомеханіки, для поверхневих шарів деталей під впливом зовнішнього дотичного зусилля  $T$ , його робота на будь-якому можливому переміщенні дорівнюватиме роботі внутрішніх сил, прикладених до мікронерівностей на своїх можливих переміщеннях. Робота внутрішніх сил дорівнює сумі робіт зі стиснення мікронерівностей, зближення мікронерівностей, утворення майданчиків контакту, отримання ефекту мікрозварювання (мікрозхоплювання). Крім того, включає роботу внутрішніх дотичних сил зі зрізання містків зварювання, що утворилися (рис. 5).

Запишемо рівняння балансу робіт зовнішніх і внутрішніх сил під час переміщення тіла 1 по тілу 2 під дією зовнішнього дотичного зусилля  $T$ :

$$T \frac{\lambda_{\partial}}{2} = \sum_{i=1}^n \frac{p_i^2 h_i}{2\pi a^2 E_{np}} + \sum_{i=1}^n \frac{s_i^2 h_i}{2\pi a^2 G_{np}}, \quad (45)$$

або у вигляді:

$$T \lambda_{\partial} = 2 \sum_{i=1}^n \frac{p_i^2 h_i}{2\pi a^2 E_{np}} + 2 \sum_{i=1}^n \frac{s_i^2 h_i}{2\pi a^2 G_{np}} = 2W_{ab}. \quad (46)$$

У виразі (45) сумарне дотичне (внутрішнє) зусилля  $S_1$  замінено виразом  $S_1 = fP$ , в якому  $f$  - коефіцієнт тертя, згідно (45) або (46). Слідуючи за Е. Рабіновичем, права частина (46) дорівнює подвоєній енергії, необхідній для руйнування адгезійних зв'язків ( $2W_{ab}$ ).

Далі, вираз (46) підставимо у формулу (38) для коефіцієнта тертя  $f$  [2]

$$f = \frac{\tau}{P\tau} \left[ 1 + \frac{\left( 2 \sum_{i=1}^n \frac{p_i^2 h_i}{2\pi a^2 E_{np}} + 2 \sum_{i=1}^n \frac{f^2 p_i^2 h_i}{2\pi a^2 G_{np}} \right) ct.g \Theta_{cep}}{pa} \right]. \quad (47)$$

У наведених виразах (45), (46), (47) додатково введено позначення:

$P$  - вага рухомої деталі ( $P = \sum_{i=1}^n p_i$ );

$h_i$  - висота одиничної мікронерівності з індексом  $i$  (середньостатистична величина);

$S$  - сумарне дотичне (внутрішнє) зусилля ( $S = \sum_{i=1}^n s_i$ );

$a$  - середній радіус плями контакту адгезійного з'єднання;

$n$  - число мікронерівностей на майданчику торкання (кількість сфер, точніше, їхнє математичне очікування);

$\Theta_i$  - кут нахилу одиничної мікронерівності по відношенню до майданчика контакту;

$p$  - ефективна напруга на контакті (в нашому розумінні це межа плинності матеріалу деталі з урахуванням її припрацювання, термообробки або покриття);

$\Theta_{\text{сер}}$  - середній (усереднений) кут нахилу умовної мікронерівності між майданчиком контакту (торкання) і поверненою віссю (умовною) мікронерівності ( $\Theta_{\text{сер}} = \alpha$ ,  $\alpha$  - кут тертя);

$E_{\text{пр}}$  - приведений (усереднений) модуль пружності I роду для матеріалів деталей (1, 2) ( $\frac{1}{E_{\text{пр}}} = \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}$ );

$G_{\text{пр}}$  - приведений модуль зсуву для деталей 1 і 2 ( $\frac{1}{G_{\text{пр}}} = \frac{1}{G_1} + \frac{1}{G_2}$ ).

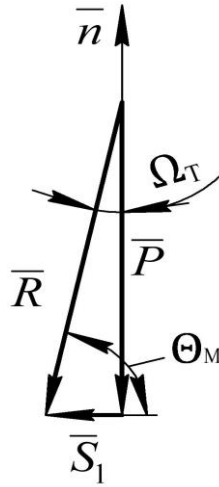


Рис. 4. Схема дії зусиль на майданчику торкання (усереднених):  $S_1$  - сумарне зусилля, що зрізає;  $P$  - вага рухомої деталі;  $R$  - повна реакція;  $\Omega_T$  - кут тертя;  $\bar{n}$  - нормаль до площини тертя.

Враховуючи той факт, що кут  $\Omega_T$  є кутом тертя, тоді  $ctg\Theta_M = f$ , тоді перепишемо (47) з урахуванням значення  $ctg\Theta_M$  у вигляді

$$f = \frac{\tau}{P\tau} \left[ 1 + 2 \left( \sum_{i=1}^n \frac{p_i^2 h_i}{2\pi a^3 p E_{\text{пр}}} + \sum_{i=1}^n \frac{f^2 p_i^2 h_i}{2\pi a^3 p G_{\text{пр}}} \right) f \right]. \quad (48)$$

Введемо позначення:

$$b = \frac{2\tau}{P\tau} \sum_{i=1}^n \frac{p_i^2 h_i}{2\pi a^3 p E_{\text{пр}}}; \quad c = \frac{2\tau}{P\tau} \sum_{i=1}^n \frac{p_i^2 h_i}{2\pi a^3 p G_{\text{пр}}}; \quad d = \frac{\tau}{P\tau}. \quad (49)$$

З урахуванням (49) із (48) отримаємо

$$dcf^3 + (db - 1)f + d = 0. \quad (50)$$

або

$$f^3 + \frac{(db-1)}{dc} f + \frac{d}{dc} = 0. \quad (51)$$

Позначимо  $2q = \frac{1}{c}$ ,  $3\bar{p} = \frac{(db-1)}{dc}$ , тоді шуканий алгебраїчний корінь дорівнюватиме

$$f_1 = \bar{u} + \bar{v}, \quad (52)$$

$$\text{де } \bar{u} = \sqrt[3]{-\frac{1}{2c} + \sqrt{\frac{1}{4c^2} + \left(\frac{db-1}{3cd}\right)^3}}, \bar{v} = \sqrt[3]{-\frac{1}{2c} - \sqrt{\frac{1}{4c^2} + \left(\frac{db-1}{3cd}\right)^3}}$$

Якщо алгебраїчний корінь позитивний, то шуканий коефіцієнт тертя набуває вигляду:

$$f_1 = \sqrt[3]{-\frac{1}{2c} + \sqrt{\frac{1}{4c^2} + \left(\frac{db-1}{3cd}\right)^3}} + \sqrt[3]{-\frac{1}{2c} - \sqrt{\frac{1}{4c^2} + \left(\frac{db-1}{3cd}\right)^3}}. \quad (53)$$

Згідно з (53) отримуємо єдине значення коефіцієнта тертя  $f$ , яке є розгорнутим розв'язком задачі (47).

Формула (53) дає змогу визначати коефіцієнт тертя, виходячи з балансу зовнішньої та внутрішньої потенційної енергії на мезорівні. При цьому робота зовнішньої дотичної сили здійснюється на плечі  $\frac{\lambda}{2}$  (довжина півхвилі профілю мікронерівності) і прикладена до поверхневого шару деталі, та може бути обчислена як потенційна енергія деформації, що розвивається завдяки стисненню мікронерівностей, а також їхнього зрізу в місцях утворення містків зварювання, за колами майданчиків контакту (з радіусом  $a$ ), і подальшим їхнім руйнуванням. Зазначимо, що вертикальні зусилля, навантажувальної мікронерівності, в місцях взаємодії з відповідними мікронерівностями другої деталі, спричиняють місцеве стиснення з подальшим розігріванням вершин мікронерівностей та їхнім місцевим прихоплюванням. Для подолання додаткових тангенціальних зв'язків, які виникають унаслідок тертя та зрізання, частково підживлюється кінетичною енергією рухомої деталі, - виконується робота мікродотичним зусиллям  $s_i$  на мікрошляху  $a_i$ .

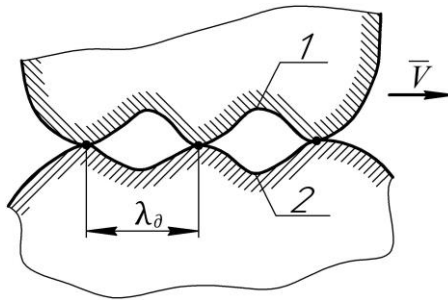


Рис. 5. Взаємодія мікронерівностей під час мікрозхоплення:  $\lambda_d$  - довжина кроку профілю мікронерівностей; 1, 2 - деталі;  $V$  - швидкість переміщення

Оскільки мінізусилля  $s_i$ , що зрізають, і парціальні вагові складові  $p_i$  впливають на мікронерівності, то такий вплив зусиль характеризує мезопідхід при визначенні коефіцієнта тертя  $f$  і сил тертя.

У формулах (48), (53) зручно виразити  $s_i$  через  $p_i$ , і поки що формально через  $f$ .

Виходячи з перетворень (47) з урахуванням  $tg\theta_M = \frac{1}{f}$  отримуємо (53) для  $f$ .

За видом формули (53) і величин, що входять до неї, визначено радіуси майданчиків контакту  $a_i$ , згідно з теорією Герца [9] для контактної взаємодії двох мікронерівностей у вигляді сферичних виступів для деталей 1, 2.



Можна вважати, що радіуси цих виступів, в імовірнісному плані можуть бути прийняті рівними. У ряді випадків розміри майданчиків контакту визначаються розмірами майданчиків схоплювання мікронерівностей під час їхнього зовнішнього саморозігрівання. Тоді майданчики схоплювання мікронерівностей можуть бути прийняті за площини зрізу цих мікронерівностей.

За пластичної поведінки матеріалу деталей можливий варіант змінання мікронерівностей поверхневих шарів, що доцільно враховувати під час визначення коефіцієнта тертя згідно з [2].

У випадку зовнішнього тертя двох поверхонь автором [2] застосовано енергетичний підхід, де використано потенційну енергію деформації для визначення коефіцієнта тертя, однак при цьому не було враховано теплові втрати, які йдуть на саморозігрівання поверхонь тертя, унаслідок чого «миттєво» виникають містки зварювання, які в наступні частки секунди руйнуються. Автор [9] упритул підійшов до розгляду теплових ефектів під час тертя і впливу їх на коефіцієнт тертя.

Тому, ми в подальших дослідженнях використовуємо рівняння енергетичного балансу з урахуванням дисипативних втрат на тертя, і з перетворенням цієї енергії в теплову.

**Визначення коефіцієнта тертя виходячи з рівняння енергетичного балансу з урахуванням дисипативних і непружних втрат. Визначення температури зовнішніх шарів деталей, що взаємодіють.**

Як було встановлено [1], енергія, що витрачається на тертя, є енергією гістерезисних втрат. Цю енергію, що виникає під час навантажування поверхневих шарів деталей зовнішнім навантаженням, уявімо як суму енергій, розсіяних мікроскопічними та субмікроскопічними частками поверхневого шару тіл, що труться. Тому можна вважати, що сила тертя ковзання, прикладена окремо для мікроскопічних та субмікроскопічних об'ємів поверхневого шару, міститиме як коефіцієнт тертя мікроскопічних обсягів поверхневого шару, так і субмікроскопічних об'ємів поверхневого шару тіл, що труться.

Енергію пружної деформації під час тертя ковзання визначаємо, виходячи з принципу можливих переміщень, який говорить, що робота зовнішніх сил (сил тертя), прикладених до балки-смужки на можливих переміщеннях, дорівнює роботі внутрішніх сил пружності поверхневих шарів на можливих переміщеннях для мікроскопічних і субмікроскопічних часток поверхневого шару тіл, що труться. Так як відомо, що матеріал для виготовлення деталей машин має недосконалу пружність, то втрати гістерезису, згідно з Дж. Грінвудом, характеризують тертя. Нелінійна пружність також є причиною енергетичних втрат на тертя. Дисипативна енергія (функція  $\Delta W$ ) вираз (37) частково йде на розігрівання та випромінювання теплової енергії з поверхні розділу двох середовищ (деталей), і частково йде на накопичення енергії поверхневих шарів і підвищення щільності, міцності та зносостійкості цих шарів.

Зазначимо, що передача цієї енергії поверхневим шарам деталей здійснюється в результаті дії зовнішніх сил на зовнішні волокна з розташованими на них геометричними мікронерівностями. Причому ці мікро нерівності відіграють роль початкових неправильностей на розглянутих балках-смужках навантажених шарів.

Рівняння енергетичного балансу (для процесу тертя) запишемо як роботу зовнішніх сил тертя на шляху, що дорівнює половині довжини хвилі кроку

профілю мікронерівності, яка трансформується в енергію стиснення і зсуву дотичних мікронерівностей (здебільшого на мезорівні). Причому частина потенційної енергії накопичується у глибших шарах матеріалу деталі, інша частина цієї енергії проявляється як непружна енергія, що розсіюється у вигляді тепла через поверхні, що труться, за рахунок термоелектронних і термоіонних емісій, термодифузій у навколишнє середовище.

$$\delta_{1,2} T \frac{\lambda_{\partial}}{2} = \delta_{1,2} \frac{f P \lambda_{\partial}}{2} = \sum_{i=1}^n \frac{p_i^2 h_i}{n^2 2 \pi a^2 E_{\text{пр}}} + \sum_{i=1}^n \frac{s_i^2 h_i}{n^2 2 \pi a^2 G_{\text{пр}}} + \Theta_1 \left( K_{\text{п}} G_{\text{в}} c F_c + \frac{\lambda_{\partial}}{V} \lambda m_T F_c \right) I, \quad (54)$$

За такого формулювання задачі коефіцієнт  $f$  у лівій частині (54) є повним коефіцієнтом тертя з урахуванням уявлень Дж. Грінвуда і за аналогією з [9].

Таким чином, ліва частина рівності (54) являє собою енергію, що витрачається на тертя. Отже це енергія витрачається на тертя і дисипацію частини енергії в навколишній простір. Тому очевидно буде рівність:

$$f P \frac{\lambda_{\partial}}{2} = \Delta W \left( \frac{\lambda_{\partial}}{2} \right). \quad (55)$$

Звідки повний коефіцієнт тертя з урахуванням як деформаційної, так і температурної складової, запишемо:

$$f = \frac{2 \Delta W}{P \lambda_{\partial}}. \quad (56)$$

Для визначення частки коефіцієнта тертя, що характеризують розсіювання теплової енергії в навколишнє середовище складемо рівняння теплового балансу

$$Q_{\text{тр}} = Q_1 + Q_2, \quad (57)$$

де

$Q_{\text{тр}} = \frac{f_2 P \lambda_{\partial}}{l}$  - кількість механічної енергії, яка перетворюється в мікрооб'ємах

поверхневих шарів на теплову енергію;

$f_2$  - частка коефіцієнта тертя, яка забезпечує тепловиділення в зоні взаємодії деталей;

$\lambda_{\partial}$  - довжина хвилі мікронерівності на поверхні, що труться;

$P$  - вертикальне навантаження на кінематичну пару;

$Q_2 = \Theta_1 \lambda m_T F_c \frac{\lambda_{\partial}}{V}$  - кількість тепла, що відводиться з мікрооб'єму поверхневого шару за одиницю часу шляхом теплопередачі;

$\lambda$  - коефіцієнт теплопровідності;

$m_T$  - константа ( $m_T^2 = \frac{\alpha u}{\lambda F_c}$ );

$\alpha$  - коефіцієнт тепловіддачі тіла;

$u$  - периметр перерізу тіл, що труться, уздовж осі руху;

$F_c$  - площа перерізу тіл, що труться, уздовж осі руху;

$V$  - швидкість відносного руху тіл, що труться;

$I = 427$  кГм/ккал (4270 Нм/ккал) - механічний еквівалент тепла;

$Q_1 = \Theta_1 K_{\text{п}} G_{\text{пс}} c$  - кількість тепла, що розсіюється мікрооб'ємами поверхні через зону тертя на шляху  $\frac{\lambda_{\partial}}{2}$ ;

$\Theta_1$  - температура поверхневого шару;

$K_{\text{п}}$  - коефіцієнт, що виражає відносну величину теплової енергії, розсіяної безпосередньо через поверхні, що труться, внаслідок термоелектронної та термоіонної емісії;

$G_{\text{пс}}$  - середня вага елемента поверхневого шару ( $F_c, u, \gamma$ ).

Перетворимо (57) з урахуванням виразів  $Q_{\text{тр}}, Q_1, Q_2$

$$\left( \frac{\delta_{1,2} f_2 P \lambda_{\partial}}{I} - \Theta_1 K_{\text{п}} G_{\text{В}} c F_c \right) \frac{V}{\lambda_{\partial}} = \Theta_1 \lambda m_{\text{T}} F_c. \quad (58)$$

$\delta_{1,2}$  - коефіцієнт розподілу теплового потоку між елементами пари, що труться ( $\delta_1$  - частка теплового потоку деталі 1;  $\delta_2$  - частка теплового потоку деталі 2). Тоді коефіцієнт тертя (його частина), що забезпечує тепловиділення в зоні взаємодії деталей, визначаємо з (58).

З рівняння теплового балансу (57) або (58) отримаємо значення тієї частини коефіцієнта тертя, яка обумовлює тепловиділення ( $f_2$ )

$$f_2 = \frac{\Theta_1 F_c \left( K_{\text{п}} G_{\text{В}} c \frac{V}{\lambda_{\partial}} + \lambda m_{\text{T}} \right)}{\delta_{1,2} P \lambda_{\partial}} I. \quad (59)$$

Вираз (59) використовуємо для визначення середньої температури поверхневих шарів, у результаті отримаємо:

$$\Theta_1 = \frac{\delta_{1,2} f_2 P \lambda_{\partial}}{F_c \left( K_{\text{п}} G_{\text{В}} c \frac{V}{\lambda_{\partial}} + \lambda m_{\text{T}} \right) I}. \quad (60)$$

Температура шарів, що контактують, може бути знайдена згідно з (60), якщо експериментально визначено коефіцієнт (теплової енергії)  $K_{\text{п}}$  і вже обчислений частковий коефіцієнт тертя  $f_2$ . Але фактично для визначення  $\Theta_{1(2)}$  поки не вистачає даних.

Вважатимемо, що до визначення  $f_2$ , що входить до формули (60), обчислено повний коефіцієнт тертя  $f$ . Тоді для обчислення  $f_1$  використовуємо підхід, заснований на визначенні потенційної (внутрішньої) енергії мікронерівностей під час їхнього стиснення та зсуву.

Рівняння балансу робіт зовнішніх і внутрішніх сил під час переміщення виробу 2 поверхнею виробу 1 може бути використане для одержання коефіцієнта тертя, виходячи з роботи зовнішньої дотичної сили  $T$  на переміщенні  $\lambda_{\partial}$  (довжина кроку профілю) і потенційної енергії стискання й зсуву мікронерівностей, що на фізичному рівні призводить як до прояву, так і до руйнування адгезійних зв'язків, які утворилися. У подальших міркуваннях виходимо з того, що мікронерівності, будучи піддані стисканню, отримують (взаємне) зближення разом зі взаємним зануренням, у такому разі відбудеться або розплавлення вершин мікронерівностей, або матиме місце безпосередній контакт кристалічних решіток чистих металів. Ці ефекти призведуть до схоплювання мікронерівностей [10]. Крім того, в результаті зсуву рухомих деталей, відбудеться перетворення (компенсація) потенційної енергії зсуву мікронерівностей, накопиченої під час схоплювання мікронерівностей, за рахунок кінетичної енергії рухомої деталі, достатньої для руйнування містків схоплювання мікронерівностей.

Зазначимо, що потенційна енергія стиснення для деталей з  $n$  точками дотику згідно з теорією Герца [9], виразиться

$$\sum_{i=1}^n \frac{p_i h_i}{2 F_i E_{\text{пр}}} = \frac{P \delta}{2}. \quad (61)$$

де  $P$  - нормальна сила, прикладена до деталі;

$p_i$  - елементарне вертикальне зусилля, прикладене до кожної мікронерівності;

$F_i$  - площа перерізу мікронерівності (при зближенні);

$F_n$  - площа поверхні тертя;

$E_{\text{пр}} = \frac{E_1 + E_2}{E_1 \cdot E_2}$  - приведений модуль пружності пари, що контактує ( $E_1$  для деталі 1;  $E_2$  для деталі 2);

$\delta$  - місцева деформація стиснення (зближення поверхонь) за Герцом [9]

$$\delta = 0,777 \sqrt[3]{2 \left(\frac{P}{n}\right)^2 \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right) \left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2}\right)};$$

$d_1, d_2$  - відповідно діаметр мікронерівностей деталі 1 і деталі 2;

$n$  - кількість пружних сфер на поверхні, що контактує (приймаємо як математичне очікування цієї величини).

Додамо, що  $E_{\text{np}}$  - вважаємо наведеним модулем для обох деталей  $\left(\frac{1}{E_{\text{np}}} = \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right)$ .

У джерелі [9] прийнято, що  $d_1(d_2) = \lambda_{\partial}$ .

Тоді зближення  $\delta$  представимо у формі

$$\delta = 0,777 \sqrt[3]{2 \left(\frac{P}{n}\right)^2 \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right)^2 \lambda_{\partial}} = 1,54 \lambda_{\partial} \sqrt[3]{\frac{\sigma^2}{E_{\text{np}}}}. \quad (62)$$

Звернемося до потенційної енергії зсуву мікронерівностей

$$\mathcal{E}_{\text{зс}} = \sum_{i=1}^n \frac{\left(\frac{S_1}{n}\right)^2 h_i}{2F_i G_n} = \sum_{i=1}^n \frac{s_i^2 h_i}{2F_i G_n}. \quad (63)$$

де  $S_1$  - дотичне зусилля (сумарне), прикладене до деталі;

$s_i$  - елементарне дотичне зусилля, прикладене до кожної мікронерівності  $\left(s_i = \frac{S_1}{n}\right)$ ;

$h_i$  - висота мікронерівності;

$G_{\text{np}}$  - приведений модуль зсуву для мікронерівностей обох деталей  $\left(\frac{1}{G_{\text{np}}} = \frac{1}{G_1} + \frac{1}{G_2}\right)$ .

Реалізація енергії  $\mathcal{E}_{\text{зс}}$  в мікронерівностях профілю призводить як до виникнення адгезійних зв'язків, так і до їхнього руйнування, у разі коли кінетична енергія рухомої деталі (трохи) перевершує  $\mathcal{E}_{\text{зс}}$ .

Виходячи з виразу для енергетичного балансу [9] дотичне зсувне зусилля для мікронерівностей рухомої деталі дорівнюватиме:

$$T = P \left[ 1,54 \cdot \sqrt[3]{\frac{\sigma^2}{E_{\text{np}}^2}} + f_1 \frac{1}{G_n} \frac{1}{1,54 \cdot \sqrt[3]{\frac{\sigma^2}{E_{\text{np}}^2}}} \right]. \quad (64)$$

Після заміни виразу площі контакту окремих хвиль профілю згідно з формулами Герца та заміни кількості пружних сфер (мікронерівностей) їхніми значеннями  $n = \frac{F_n}{\lambda_{\partial}}$  та приймаючи висоту мікронерівностей рівною  $h_i = \lambda_{\partial}$ , а також вважаючи  $T = f_1 P$ , перетворимо (64) до виду (65)

$$f_1 - \frac{f_1}{1,54 \cdot \sqrt[3]{\frac{\sigma^2}{E_{\text{np}}^2}} G_{\text{np}}} = 1,54 \cdot \sqrt[3]{\frac{\sigma^2}{E_{\text{np}}^2}} G_{\text{np}}. \quad (65)$$

У результаті перетворень виразу (65) отримаємо

$$f_1 = 2,37 \frac{\sqrt[3]{\frac{\sigma^2}{E_{\text{np}}^2}} G_{\text{np}}}{1 - 1,54 \cdot \sqrt[3]{\frac{\sigma^2}{E_{\text{np}}^2}} G_{\text{np}}}. \quad (66)$$

Вважаючи, що нормальне напруження для сукупності мікронерівностей деталі дорівнює  $\sigma = \frac{P}{F_n}$ , остаточно запишемо, що деформаційний коефіцієнт тертя визначається виразом (66) і «явно» залежить від нормального навантаження на контакт та співвідношення модулів пружності I і II роду.

Будемо вважати, що до визначення  $f_2$ , що входить до формули (59), обчислено повний коефіцієнт тертя  $f$ , тоді з очевидного співвідношення

$$f_2 = f - f_1, \quad (67)$$

обчислимо  $f_2$ , якщо відомий  $f_1$ . Далі, використовуючи вираз (60) і всі величини, що входять до нього, визначаємо температуру поверхні контакту (у тонкому поверхневому шарі).

Тоді формулу (67) перетворимо до виду (68), використовуючи формули (56), (66)

$$f_2 = \frac{2\Delta W}{P\lambda\theta} - 2,37 \frac{\sqrt[3]{\frac{\sigma^2}{E_{np}^2} G_{np}}}{1 - 1,54 \cdot \sqrt[3]{\frac{\sigma^2}{E_{np}^2} G_{np}}}. \quad (68)$$

У цьому разі коефіцієнт тертя  $f_2$  і температуру поверхні тертя  $\theta_{1(2)}$  можна визначити непрямим шляхом, не вдаючись до додаткових експериментів і використання методів у фізиці твердого тіла.

При вирішенні триботехнічних завдань використання потенційної енергії поверхневих шарів тіл, що труться, і сукупної енергії стиснення і зсуву мікронерівностей, та крім того, врахування гістерезисних і непружних енергетичних втрат, дає змогу уточнити поширені теорії тертя Рабиновича та Ернста-Мерченца, а також одержати розрахункові залежності для визначення повного коефіцієнта тертя, що враховує механічний опір і перетворення частини механічної енергії на теплову і розсіювання її в навколишнє середовище. Побудовані моделі дають змогу визначити часткові складові механічного опору і розсіяної енергії в отриманих значеннях коефіцієнта тертя  $f$  ( $f_1$ ,  $f_2$ ).

## Висновки

1. У роботі встановлено, що при розгляді енергетики процесів тертя і зношування, під час навантаження деталей проявляється додаткова поздовжня сила ( $\Delta T$ ), що призводить до накопичення і дисипації частини енергії в поверхневих шарах ( $\Delta W$ ), пропорційній як обмеженому переміщенню, так і швидкості цього переміщення для рухомого кінця балки-смушки під штампом.

2. Обґрунтовано механізм виникнення дисипативних втрат під час тертя і зношування, зумовлений недосконалою пружністю і гістерезисними втратами під час руху і коливань елементів пари тертя.

Отримано розрахункові формули для визначення енергії непружних і гістерезисних втрат.

3. Використовуючи енергетичний підхід, отримано модифіковані формули для розрахунку коефіцієнта тертя із застосуванням потенційної енергії, накопиченої кінематичною парою під час мікрозхоплення вершин взаємодіючих мікронерівностей.

4. Проведено аналогію між теоріями тертя Ернста-Мерченца та Е. Рабиновича, яка полягає як у деформаційній складовій, так і в геометричній складовій, обох теорій під час визначення кута нахилу мікронерівностей. Зазначений кут має

визначатися із співвідношення зрізальної компоненти мікрозусилля до вагової компоненти мікрозусилля.

5. Використання енергетичного підходу дає змогу здійснити спробу пов'язати визначення коефіцієнтів тертя як на макрорівні (для поверхневих шарів деталей), так і на мезорівні (рівня мікронерівностей), а також на мікрорівні (рівня міжмолекулярних зв'язків) із врахуванням розсіювання частини потенційної енергії деформації шарів і мікронерівностей у вигляді теплової енергії.

6. Побудовані моделі механізму тертя дають змогу визначити часткові складові механічного опору і розсіяної (механічної) енергії у вигляді тепла для отриманих значень коефіцієнта тертя  $f$  ( $f_1, f_2$ ).

Запропонований алгоритм дає можливість визначити значення середньої температури контактного шару деталей пари в процесі їхньої взаємодії.

### Список літератури

1. Крагельский И. В. Трение и износ. Изд. 2. М. «Машиностроение», 1968, с. 480.
2. Крагельский И. В., Добычин М. Н., Камбалов В. С. Основы расчётов на трение и износ. М., «Машиностроение», 1977, с. 526.
3. Маліновський Ю. О., Цвіркун С. Л., Міненко Р. В., та інші. Деформаційно-хвильовий аспект втомного руйнування поверхневих шарів деталей при терті та зношуванні. Проблеми тертя та зношування № 3 (96), Київ, 2022 р., с. 64-85.
4. Пановко Я. Г., Губанова И. И. Устойчивость и колебания упругих систем. 3 издание. М., 1979, с. 384.
5. Вибрации в технике. Справочник. Том 2. Под ред. В. В. Болотина. М. «Машиностроение», 1978, с. 352.
6. Вольмир А. С. устойчивость упругих систем. Изд. 3, часть 1, 2. М., издательство «Юрайт», 2008, с. 880.
7. Каннигхем В. Введение в теорию нелинейных систем. М.-Л., Госэнергоиздат, 1962, с. 456.
8. Маліновський Ю. О., Панченко Г. М., Власенков Д. П., та ін. Ерозійний знос вантажонесучого полотна обпалювальних машин під впливом залізорудних окатишів. Проблеми тертя та зношування № 3 (100), Київ, 2023, с. 48-65.
9. Дубинин А. Д. Энергетика трения и износа деталей машин. Машгиз. М.-Л., 1969, с. 138.
10. Гаркунов д. Н. Триботехника - М.: Машиностроение, 1985, 424 с.

Стаття надійшла до редакції 01.12.2023 р.

**Маліновський Юрій Олександрович** – кандидат технічних наук, доцент, Відокремлений структурний підрозділ «Криворізький професійний коледж Національного авіаційного університету», вул. Туполева, 1, м. Кривий Ріг, Україна, 50045, E-mail: [malinovsky129@gmail.com](mailto:malinovsky129@gmail.com), тел.: +38 098 130 73 24, <https://orcid.org/0000-0001-5980-0908>

---

**Власенков Дмитро Петрович** – старший викладач, заступник директора, Відокремлений структурний підрозділ «Криворізький професійний коледж Національного авіаційного університету», вул. Туполева, 1, м. Кривий Ріг, 50045, Україна, E-mail: [vlasenkov.d@gmail.com](mailto:vlasenkov.d@gmail.com), тел.: +38 067 296 71 75.

**Ситник Сергій Олександрович** – завідувач відділення, Відокремлений структурний підрозділ «Криворізький професійний коледж Національного авіаційного університету», вул. Туполева, 1, м. Кривий Ріг, 50045, Україна, E-mail: [sytnykteacher@gmail.com](mailto:sytnykteacher@gmail.com), тел.: +38 097 930 69 24.

**Терьошина Світлана Сергіївна** - Відокремлений структурний підрозділ «Криворізький професійний коледж Національного авіаційного університету», вул. Туполева, 1, м. Кривий Ріг, 50045, Україна, E-mail: [svetlana\\_tereshi@ukr.net](mailto:svetlana_tereshi@ukr.net).

**Олійник Світлана Юріївна** – старший викладач кафедри технології машинобудування Криворізький національний університет, вул. Віталія Матусевича, 11, м. Кривий Ріг, 50027, Україна, E-mail: [olynik.syu@knu.edu.ua](mailto:olynik.syu@knu.edu.ua), тел.: +38 067 981 52 35, <https://orcid.org/0000-0002-6169-8874>

**Malinovskyi Yurii Olexandrovych** – candidate of technical sciences, associate professor, Separated structural subdivision «Krivyi Rih professional college of National Aviation University», Krivyi Rih, Tupolev 1, Ukraine, 50045, E-mail: [malinovsky129@gmail.com](mailto:malinovsky129@gmail.com), tel.: +38 098 130 73 24, <https://orcid.org/0000-0001-5980-0908>

**Vlasenkov Dmyro Petrovych** – senior teacher, head's assistant, Separated structural subdivision «Krivyi Rih professional college of National Aviation University», Krivyi Rih, Tupolev 1, Ukraine, 50045, E-mail: [vlasenkov.d@gmail.com](mailto:vlasenkov.d@gmail.com), tel.: +38 067 296 71 75.

**Sytnyk Serhii Oleksandrovych** - Head of department, Separated structural subdivision «Krivyi Rih professional college of National Aviation University», Krivyi Rih, Tupolev 1, Ukraine, 50045, E-mail: [sytnykteacher@gmail.com](mailto:sytnykteacher@gmail.com), tel.: +38 097 930 69 24.

**Teroshyna Svitlana Serhiivna** - Separated structural subdivision «Krivyi Rih professional college of National Aviation University», Krivyi Rih, Tupolev 1, Ukraine, 50045, E-mail: [svetlana\\_tereshi@ukr.net](mailto:svetlana_tereshi@ukr.net).

**Oliinyk Svitlana Yuriivna** – senior lecturer of the Department of Mechanical Engineering Technology Krivyi Rih National University, Krivyi Rih, Vitaly Matusevicha 11, Ukraine, 50027, E-mail: [olynik.syu@knu.edu.ua](mailto:olynik.syu@knu.edu.ua), tel.: +38 067 981 52 35, <https://orcid.org/0000-0002-6169-8874>

Y. MALINOVSKYI, D. VLASENKOV, S. SYTNIK, S. TERESHINA, S. OLIYNYK

## INTERPRETATION OF ENERGY METHODS IN THE THEORY OF FRICTION AND WEAR FROM THE STANDPOINT OF CONTINUUM MECHANICS AND DISLOCATION THEORY

In modern tribotechnical calculations, a significant role is played by theories of friction and wear based on the energy of processes occurring on the outer layers of interacting parts. Thus, the energy approach allowed us to formulate the view that under dynamic loading of two elastic bodies, as a result of friction, part of the energy is reversible and goes to the development of elastic vibrations, another part of the energy of inelastic interaction of parts, at the molecular level, is redistributed to other types of energy and dissipated in the form of thermal energy into the environment, while the remaining energy, in the case of vibrations of surface layers, accumulates as an irreversible part of the potential energy in deeper layers of parts. This energy, when a certain threshold value is reached, contributes to the destruction of the surface and subsurface layers of the friction pair elements. Taking into account the temperature effects of friction has allowed a number of researchers to determine friction coefficients and forces based on the hypothesis of the formation of welding bridges during metal friction and their subsequent destruction. In addition, hypotheses about the diffusion of atoms during the friction of kinematic pair elements, as well as the hypothesis about the possibility of recrystallization of metals (and other materials) at room temperature, have become widespread. As a generalization of the results of the hypotheses considered, the author of [1] proved that the friction process has a dual nature and can be described by the molecular mechanical theory of friction and wear. The existence of a significant number of hypotheses and theories of friction and wear as physical phenomena is due to the convenience of the energy approach and the extreme complexity of the process itself. The proposed work is aimed at clarifying and, in some cases, simplifying tribotechnical and related thermal calculations.

**Keywords:** friction, wear, elastic modulus, nonlinear elasticity, hysteresis losses, energy dissipation, friction force, heat balance, surface self-heating, welding bridges, macro-, meso-, and micro-models of friction.

### References

1. Kragelskiy I. V. *Trenie i iznos*. Izd. 2. M. «Mashinostroenie», 1968, s. 480.
2. Kragelskiy I. V., Dobyichin M. N., Kambalov V. S. *Osnovy raschYotov na trenie i iznos*. M., «Mashinostroenie», 1977, s. 526.
3. Malinovskiy Yu. O., Tsvirkun S. L., Minenko R. V., ta inshi. *Deformatsiino-khvylovyi aspekt vtomnoho ruinuvannia poverkhnevyykh shariv detalei pry terti ta znoshuvanni*. *Problemy tertia ta znoshuvannia* № 3 (96), Kyiv, 2022 r., s. 64-85.
4. Panovko Ya. G., Gubanova I. I. *Ustoychivost i kolebaniya uprugih sistem*. 3 izdanie. M., 1979, s. 384.
5. *Vibratsii v tehnikе*. Spravochnik. Tom 2. Pod red. V. V. Bolotina. M. «Mashinostroenie», 1978, s. 352.
6. Volmir A. S. *ustoychivost uprugih sistem*. Izd. 3, chast 1, 2. M., izdatelstvo «Yurayt», 2008, s. 880.
7. Kannighem V. *Vvedenie v teoriyu nelineynykh sistem*. M.-L., Gosenergoizdat, 1962, s. 456.
8. Malinovskiy Yu. O., Panchenko H. M., Vlasenkov D. P., ta in. *Eroziyni znos vantazhonesuchoho polotna obpaliuvalnykh mashyn pid vplyvom zalizorudnykh okatyshiv*. *Problemy tertia ta znoshuvannia* № 3 (100), Kyiv, 2023, s. 48-65.
9. Dubinin A. D. *Energetika treniya i iznosa detaley mashin*. Mashgiz. M.-L., 1969, s. 138.
10. Garkunov D. N. *Tribotekhnika - M.: Mashinostroenie*, 1985, 424 s.