

УДК 517.956.27:620.171.3(045)

DOI: 10.18372/0370-2197.4(101).18076

В.О. ПОВГОРОДНІЙ, О.В. ЛЕЛЮШОК

Національний авіаційний університет, Україна

## ДОСЛІДЖЕННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ КОМПОЗИТІВ ШЛЯХОМ ВИРІШЕННЯ ПРЯМОЇ ТА ОБЕРНЕНОЇ ЗАДАЧ ТЕРМОПРУЖНОСТІ

*У статті одержано аналітичний розв'язок трьохвимірної зв'язаної задачі термопружності для композиту, структура якого та можливі дефекти задано тригонометричними поліномами. Параметри температурного поля, що виникає в результаті дефектів його структури, використовуються в діагностиці дефектів структури композиту. Це має велике значення та практичну цінність для задач неруйнівного контролю. Доцільним шляхом знаходження температурних величин у функції часу та геометричних координат є також розв'язок обернених задач термопружності, тобто визначення температурного поля, виходячи з поля температурних напружень. Економічність даних методів розв'язку прямих та обернених задач термопружності полягає в тому, що їх застосування здешевлює складні експериментальні дослідження технічних об'єктів і виключає необхідність створення додаткових розрахунково-аналітичних методик, які супроводжують ці дослідження.*

**Ключові слова:** пряма задача, обернена задача, композит, температурне поле, температурне напруження, ідентифікація, неруйнівний контроль.

**Вступ.** Нерівномірний розподіл температури за обсягом тіла призводить до появи деформацій і напружень. Термічні (температурні) напруження можуть виникати також при рівномірному розподілі температур в складеному тілі в разі, якщо його елементи мають різко відмінні теплофізичні характеристики (ТФХ). Дослідження напружено-деформованого стану (НДС) тіл з урахуванням термопружного стану представляють собою задачі термомеханіки, працюючи над якими, можна здійснювати облік зв'язків між напруженнями, деформаціями та температурою. Ефективність прийнятих рішень при проектуванні різного промислового устаткування залежить як від глибини та достовірності знань про явища теплообміну, так і від адекватності моделювання теплофізичних процесів. В основу методів моделювання, діагностики та ідентифікації процесів теплообміну можуть бути покладені розв'язки прямих та обернених задач термопружності. В ряді випадків методи розв'язання обернених задач є практично єдиним способом отримання необхідної інформації про досліджуваний об'єкт.

Крім того, як відомо, в деяких областях науки та техніки з метою пояснення закономірностей роботи об'єкта або природного явища проводяться експерименти. Мета цих експериментів – визначення основних закономірностей явища та формування на їх основі деякої математичної моделі. Часто на практиці зустрічаються ситуації, коли об'єкт дослідження або недоступний для загального спостереження, або проведення такого експерименту є економічно недоцільним.

Наприклад, деякі задачі теорії термопружності пов'язані, як правило, з пошуком температурного поля на основі заданих крайових умов теплообміну, наприклад, в матеріалах роторів парових і газових турбін. Виникають ситуації, коли визначення цих умов є неможливим та для знаходження температури необхідні результати деяких непрямих вимірювань, в тому числі, вимірювань

теплової деформації тіла. А здійснити ці вимірювання технічно складно. У цьому випадку визначення температурного поля  $\epsilon$ , за своєю суттю, прямою або так званою, оберненою задачею термопружності (ОЗТП) в залежності від вихідних даних.

Таким чином, метою розв'язку даного класу є оцінка теплових полів за даними вимірювання теплових деформацій на межі тіла. Вирішення проблеми регулювання зовнішніх або внутрішніх температурних і силових навантажень, при яких будуть досягнуті температурні напруження або переміщення в елементах конструкцій в межах допустимих значень, мають теоретичну і практичну цінність. Доцільно вважати, що єдиний шлях знаходження цих величин у функціях часу та геометричних координат полягає в розв'язанні ОЗТП та визначенні поля температур, виходячи зі знання поля температурних напружень.

Методи розв'язку обернених задач дають можливість проводити дослідження в умовах, максимально наближених до натурних випробувань або безпосередньо при експлуатації об'єктів, що дозволяє більш обгрунтовано їх проектувати.

**Аналіз існуючих досліджень.** Деформаційний нагрів досліджували Хорошун Л.П., Торлін В.М. [1,2]. При цьому мали на меті дослідити вплив виникаючих температурних полів на термоміцність конструкцій. Такий підхід потребував розв'язку прямої задачі – тобто визначення безпосередньо температурного поля виходячи з теплового потоку.

Далі про тепловий неруйнівний контроль (ТНК). В теперішній час ТНК є одним з найбільш затребуваних в теплоенергетиці, будівництві та промисловому виробництві. ТНК застосовується в багатьох галузях промисловості, де за умови неоднорідності теплового поля можна зробити висновок про технічний стан об'єктів, що контролюються. До числа найпростіших задач ТНК відносять задачі контакту з термоопором (теплопроникна тріщина), які засновані на припущенні про лінійний розподіл температури по товщині включення (дефекту).

Перевагами ТНК є універсальність, точність, оперативність, висока продуктивність та можливість проводити контроль дистанційно.

Використання теплового методу припускає його комбіноване застосування з іншими методами неруйнівного контролю (НК) [3]. Доповнення теплового контролю іншими методами неруйнівного контролю має значення, коли ТНК є методом, що передує використанню більш ефективних засобів НК, або, коли синтез різними методами контролю дає більш точні результати. ТНК умовно може бути розбитий на три частини: 1) вироби з передбачуваними дефектами піддають нагріванню джерелом тепла відомої інтенсивності (ця стадія нетривала – кілька секунд); 2) реєструється температура поверхні контрольованого виробу з боку нагріву (односторонній контроль) або з обох сторін (двосторонній контроль) (реєстрація проводиться за допомогою апаратури з використанням тепловізору) і може проводитися в різних режимах; тобто здійснюється вимірювання абсолютної температури поверхні контролю. Вимірювання температури на поверхні здійснюється щодо будь-якої точки. Ця точка є "якісною", тому що вона досить віддалена від дефекту, щоб вважати температурне поле, скажімо, на деякому відрізьку необуреним через наявність дефекту; 3) дані записуються в пам'ять ЕОМ і потім піддаються розшифруванню з метою виявлення дефекту та визначення його параметрів. Якщо друга і третя стадії контролю суміщені, то контроль реалізується в реальному масштабі часу.

Комбінування першого типу можливо, наприклад, при виявленні води в авіаційних стільникових панелях, а так само ударних пошкоджень і розшарувань в композитних матеріалах. В даних випадках за допомогою теплового контролю локалізуються потенційно дефектні зони, після чого більш ретельний контроль може бути виконаний з використанням ультразвукового контролю. Комбінування другого типу, як правило, застосовується для контролю складних об'єктів, коли результат синтезу даних, є не простим підсумовуванням окремих результатів, а створює їх нову якість, тобто так званий ефект синергії. В даному випадку одночасне поєднання теплового контролю з іншими методами неруйнівного контролю, дає можливість отримати результуюче зображення, яке буде оброблятися та аналізуватися тільки один раз. Крім більш точних результатів, таке комбінування дозволяє істотно знизити часові та фінансові витрати в порівнянні з послідовним застосуванням декількох методів. В теперішній час концепція злиття даних за допомогою різних сенсорів активно розвивається і вже знайшла своє застосування в авіакосмічній промисловості.

Таким чином, ТНК є одним з основних методів контролю, що дозволяють виявляти дефекти і визначати їх розміри (дефектоскопія). Також ТНК ефективно застосовується для контролю якості дорогих виробів з внутрішніми технологічними дефектами типу тріщин і сторонніх включень. Від наявності дефектів і їх розмірів залежить працездатність елементів конструкцій в умовах термомеханічного навантаження. Найчастіше саме біля дефектів починається процес руйнування конструкцій за допомогою утворення тріщин. Тобто проблема виявлення дефектів і вивчення їх впливу на термопружний стан елемента конструкції має теоретичне і практичне значення.

З іншого боку, вищевикладені методи вирішення задачі ТНК не мають достатнього математичного обґрунтування. Зокрема, виникає питання коректності (єдиності) розв'язку.

Таким чином, аналіз існуючих робіт, присвячених ТНК, показує, що для вдосконалення методів ТНК необхідно: вирішити питання про коректність постановки ОЗТП для ТНК, тобто дати постановку, вказати метод і розробити програму вирішення ОЗТП, яка має єдиний, стійкий розв'язок. Крім того, необхідно розробити економічні методи, а на їх основі – програми обчислення температурних полів в областях з тонкими включеннями, які дозволяють проводити розрахунки в істотно коротші терміни без шкоди для точності одержуваних результатів; розробити методи аналізу НДС елементів конструкцій з дефектом, які дозволяють оцінити небезпеку, що становить виявлений дефект для конструкції в процесі подальшої експлуатації.

Для того, щоб врахувати форму та товщину дефекту запропоновано моделювати дефект умовами теплового неідеального контакту. Використання умов неідеального контакту для моделювання тонких включень є поширеним в різних розділах механіки деформованого твердого тіла і, зокрема, в прямих та обернених задачах теплопровідності та термопружності.

Пряма задача термопружності – це задача визначення поля температурних напружень виходячи з температурного поля. Зупинимось на обернених задачах. Головна проблема обернених задач-це нестійкість їх розв'язку [4 – 7]. Фізична природа нестійкості розв'язку обернених задач може бути пояснена в на прикладі розв'язку зовнішньої ОЗТП. Наприклад, справа в тому, що процесам теплопровідності та термопружності властиві сильне згладжування та суттєве

запізнення реакції на граничний вплив, що збільшується в міру віддалення точки спостереження від поверхні теплообміну вглиб тіла. А в залежності від матеріалу та форми тіла, на деякій глибині коливання температури, викликані зміною ГУ, загасають практично повністю.

З інших причин нестійкості у, наприклад, внутрішніх ОЗТП (задача визначення теплофізичних та механічних характеристик матеріалу) можна назвати необґрунтований вибір параметрів алгоритму обчислень і виду шуканих залежностей. Так, наприклад, якщо при апроксимації математичної моделі обраний занадто дрібний крок дискретизації часу, то вплив теплоємності на опорні величини може виявитися несуттєвим на тлі вимірювального шуму та похибки обчислень. Аналогічні труднощі виникають при спробі виявити нюанси ТФХ вибором надмірно гнучких апроксимуючих функцій без достатнього узгодження такого вибору з якістю вимірювань і специфікою фізичного процесу. Незважаючи на те, що ОЗТП властиві всі ознаки некоректності, вони успішно вирішуються, причому методами, призначеними для розв'язку коректних задач. Це виявляється можливим, якщо ввести додаткові, засновані на фізичних міркуваннях обмеження на вихідну постановку задачі. У цьому сенсі найважливішу роль відіграють умови коректності по Тихонову, виконання яких дозволяє звести некоректну задачу до коректної [8 – 10].

Застосуємо пряму та обернену задачі термопружності для композиту з довільним дефектом структури. Композит – гетерофазний матеріал, окремі фази якого виконують специфічні функції, що надають йому властивості, яких не має в кожному компоненті окремо. Зазвичай, композити отримують з'єднанням двох або більше компонент, які нерозчинні або малорозчинні один в іншому та мають особливості, які сильно відрізняються. Один компонент є пластичним (єднальна речовина або матриця), а другий компонент має високі характеристики міцності (наповнювач або отверджувач). Таким чином, у композитному матеріалі кожний компонент виконує свою специфічну роль: матриця забезпечує пластичність, отверджувач - міцність матеріалу. Особливий клас композитних матеріалів – природні композитні матеріали. Булат – один з композиційних матеріалів. У нього найтонші шари (іноді нитки) високовуглецевої сталі "склеєні" м'яким низьковуглецевим залізом. Для створення композитів використовуються найрізноманітніші армуючі наповнювачі та матриці. Наприклад, це гетинакс і текстоліт (шаруваті пластинки з паперу або тканини, склеєної термореактивним клеєм), скло і графіпласт (тканина або намотане волокно із скла або графіту, просочені епоксидними клеями), фанера. Є матеріали, в яких тонке волокно з високоміцних сплавів залите алюмінієвою масою. Візьмемо пластину з композитного матеріалу.

**Мета роботи** складається в тому, що для дослідження впливу композита на температурне поле було використано метод розв'язку обернених задач термопружності, що дозволяє по параметрам температурних полів та термопружного стану (ТПС) ідентифікувати місце дефекту (тобто, задача неруйнівного контролю).

Граничні умови для пластини представлено на рис.1.

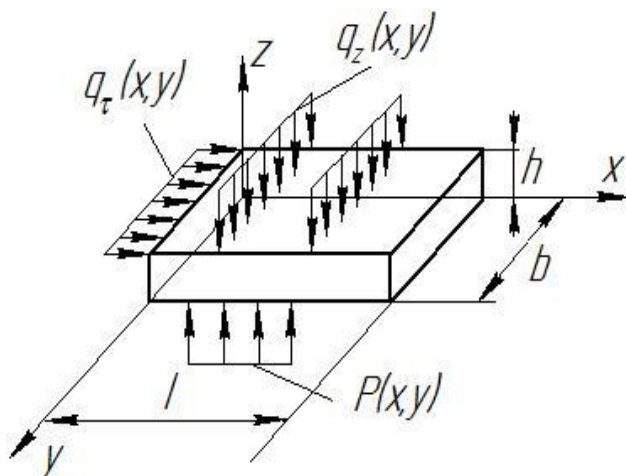


Рис.1. Граничні умови в декартових координатах.

**Методика досліджень.** Полягає в розв'язку прямої та оберненої задач термопружності.

На першому етапі інтегрується система рівнянь зв'язаної задачі термопружності (пряма задача) (1):

$$\begin{aligned} \mu \nabla^2 \bar{u} + (\lambda + \mu) \operatorname{grad} \operatorname{div} \bar{u} - (3\lambda + 2\mu) \alpha_T \operatorname{grad}(T - T_0) - \rho \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2} = \\ = L_1(\mu, \lambda, \alpha_T, \rho, \bar{u}); \end{aligned} \quad (1)$$

$$\nabla^2 T + \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{(3\lambda + 2\mu) \alpha_T T_0}{\lambda_a} \operatorname{div} \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} \right) = L_2(\mu, \lambda, \alpha_T, \rho, \bar{u}).$$

В формулі (1)  $\lambda, \mu$  – коефіцієнти Ламе,  $u$  – термопружне переміщення, м.,  $T$  – температура матеріалу, К.,  $T_0$  – температура навколишнього середовища, К.,  $\alpha_T$  – коефіцієнт температурного розширення,  $1/\text{К}$ ,  $\rho$  – щільність,  $\text{кг}/\text{м}^3$ .

Початкові та граничні умови для тривимірного композиту в декартових координатах має вигляд (рис.2):

$$\begin{aligned} \sigma_z \Big|_{z=-\frac{h}{2}} = P(x, y), \sigma_z \Big|_{z=\frac{h}{2}} = -q_z(x, y), \tau_{xy} \Big|_{z=-\frac{h}{2}} = 0, \\ \tau_{xy} \Big|_{z=\frac{h}{2}} = -q_\tau(x, y), T \Big|_{t=0} = T_0, \end{aligned}$$

де

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \frac{E}{1+\nu} \frac{\partial U_x}{\partial x}; \\ \sigma_y &= \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \frac{E}{1+\nu} \frac{\partial U_y}{\partial y}; \\ \sigma_z &= \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \frac{E}{1+\nu} \frac{\partial U_z}{\partial z}; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned}\tau_{xy} &= \frac{E}{2(1+\nu)} \left( \frac{\partial U_x}{\partial y} + \frac{\partial U_y}{\partial x} \right); \\ \tau_{yz} &= \frac{E}{2(1+\nu)} \left( \frac{\partial U_y}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial y} \right); \\ \tau_{xz} &= \frac{E}{2(1+\nu)} \left( \frac{\partial U_z}{\partial x} + \frac{\partial U_x}{\partial z} \right);\end{aligned}$$

де

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  – нормальні напруження, Па,  $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}$  – дотичні напруження, Па,  $E$  – модуль Юнга, Па,  $\nu$  – коефіцієнт Пуассона.

Усі властивості композиту в кінцевому випадку представлено в (2) тригонометричними поліномами (3):

$$\begin{aligned}\lambda(x, y) &= \lambda_0 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n k_{ij} \sin \frac{i\pi x}{l} \sin \frac{j\pi y}{b}; \mu(x, y) = \mu_0 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n k_{ij} \sin \frac{i\pi x}{l} \sin \frac{j\pi y}{b}; \\ \alpha_T(x, y) &= \alpha_{T_0} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n q_{ij} \sin \frac{i\pi x}{l} \sin \frac{j\pi y}{b}; \rho(x, y) = \rho_0 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n r_{ij} \sin \frac{i\pi x}{l} \sin \frac{j\pi y}{b};\end{aligned} \quad (3)$$

$(i = j = 1, 3, 5 \dots)$

де  $k_{ij}, P_{ij}, q_{ij}, r_{ij}$ , - постійні коефіцієнти.

Оператори  $L_1$  та  $L_2$  представляють суму відомих диференціальних співвідношень, а, саме, сполучності деформацій та теплопровідності (див.рис1). Використовуємо метод Гальоркіна Б.Г. [11], у відповідності з яким:

$$u(x, y, z, t) = u_0 + u_1 + u_2 + \dots, \quad (4)$$

а далі знаходимо

$$\varepsilon_x = \frac{\partial U_x}{\partial x}, \varepsilon_y = \frac{\partial U_y}{\partial y}, \varepsilon_z = \frac{\partial U_z}{\partial z}.$$

Далі на досліджуваній поверхні тіла (наприклад,  $y = \frac{b}{2}$ ) визначаємо температуру  $T$ :

$$T(x, y, z, t) = T_0 \exp\left(-\frac{3\lambda + 2\mu}{C_e} \alpha_T (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z)\right) \quad (5)$$

В виразі (5) довільна структура композиту представлена поліномами (4).

Вирішено обернену задачу термопружності ітераційним методом.

Для розв'язку цієї задачі (1) – (5) був розроблений ітераційний метод, що дозволяє одержати розв'язки в аналітичному вигляді, куди входять коефіцієнти  $k_{ij}, P_{ij}, q_{ij}, r_{ij}$ , дозволяє розв'язати обернену задачу вар'юванням цих коефіцієнтів, визначаючи конфігурацію шуканих температурних полів [11].

У випадку, коли  $k_{ij}, P_{ij}, q_{ij}, r_{ij}$  постійні, отримаємо відомий розв'язок для однорідного тіла, а де 1, 2, 3 – ізотерма  $T=440$  К при температурі 15 с, 25 с та 45 с, відповідно.

На рис. 2 показано наявність дефекту в початку координат (цій точці). Через наведений час зміну температурного поля, а відповідно, й дефекту. Одержаний

розв'язок використовується в програмному забезпеченні діагностики автомобільних шин, що мають композиційну структуру. Дефект структури (розрив корду) може вплинути на зміну характеру температурного поля на поверхні шини, що дозволяє визначити її ресурс та прийняти рішення щодо можливості її подальшої експлуатації (див.рис.2).

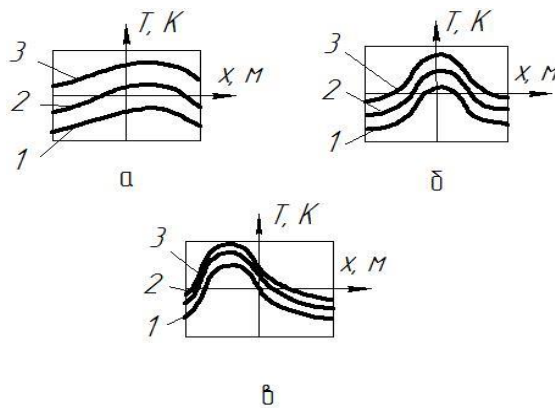


Рис.2. Ізотерми на поверхні  $y = \frac{b}{2}$ :

а) дефектів не має; б) дефект у початку координат; в) дефект зміщено в точку

$$x = -\frac{l}{4}.$$

**Отримані результати.** Місце, де порушується щільність розташування ізоترم, концентрує появу дефекту. Дефект структури (розрив корду) може вплинути на зміну характеру температурного поля на поверхні шини, що дозволяє визначити її ресурс та прийняти рішення щодо можливості її подальшої експлуатації.

Розглянуті вище питання пов'язані в головному з проблемою виявлення, опису та визначення розмірів конкретних дефектів в матеріалі. Однак, додатково бажано визначити нелокальні властивості матеріалу, від яких залежить його стійкість до руйнування. Для цього, наприклад, слід наявність та величину залишкових напружень, які виникли в матеріалі в результаті, наприклад, пластичної деформації, чи обмеженого теплового розширення, оскільки такі напруження будуть складатися з напруженням, що виникає, збільшуючи чи зменшуючи його. При визначенні фізико-механічних властивостей матеріалу, від яких залежить стійкість до руйнування та, відповідно, якість, важливу роль грають особливості мікроструктури, зерна, пористість, вкраплення чи мікротріщини, їх розміри та характер розподілу, друга фаза та морфологія, а також текстура. Таким чином, при виробництві виникає необхідність визначати додаткові параметри (наприклад, температура руйнування та в'язкість), як частину програми контролю технологічного процесу.

Одержаний розв'язок оберненої задачі може використовуватися в програмному забезпеченні діагностики автомобільних шин, що мають композиційну структуру.

**Висновки.** Головним недоліком всіх руйнівних методів є те, що дозволяючи з тією чи іншою (нехай навіть великою) похибкою оцінити величину напруження, вони не дають можливості визначити характер деформацій що викликані напруженнями, що фактично існують в матеріалі, тобто визначити стан матеріалу (крихке чи пластичне) і оцінити на скільки близьке воно до критичних станів матеріалу (плинності чи руйнуванню). Причина в обмежених інформативних можливостях методу, які традиційно використовують для вимірів не більше чотирьох незалежних інформативних параметра фізичних полів, що використовуються для діагностики.

Крім того, слід зазначити, що відмічаючи найвищий рівень розвитку сучасних неруйнівних методів та засобів діагностики матеріалів та конструкцій доводиться констатувати не тільки відсутність засобів достовірного визначення характеристик НДС матеріалів в конструкціях об'єктів що експлуатуються, але і неможливість оцінки самої достовірності отриманих результатів. Тобто не існує достатньо переконливого експертного методу оцінки правильності визначення характеристик НДС неруйнуючими фізичними методами.

Розглянуті вище питання пов'язані в головному з проблемою виявлення, опису та визначення розмірів конкретних дефектів в матеріалі. Однак, додатково бажано визначити нелокальні властивості матеріалу, від яких залежить його стійкість до руйнування. Для цього, наприклад, слід наявність та величину залишкових напружень, які виникли в матеріалі в результаті, наприклад, пластичної деформації чи обмеженого теплового розширення, оскільки такі напруження будуть складатися з напруженням що виникає, збільшуючи чи зменшуючи його. При визначенні фізико-механічних властивостей матеріалу, від яких залежить стійкість до руйнування та, відповідно, якість, важливу роль грають особливості мікроструктури, зерна, пористість, вкраплення чи мікротріщини, їх розміри та характер розподілу, друга фаза та морфологія, а також текстура. Таким чином, при виробництві виникає необхідність визначити додаткові параметри (наприклад, температура руйнування та в'язкість), як частина програми контролю технологічного процесу.

Економічна доцільність цього методу полягає в тому, що його застосування здешевлює складні експериментальні дослідження технічних об'єктів і виключає необхідність створення розрахунково – аналітичних методів, які супроводжують ці дослідження, тобто крім більш точних результатів, таке комбінування дозволяє істотно знизити часові та фінансові витрати в порівнянні з послідовним застосуванням декількох методів. В теперішній час концепція злиття даних за допомогою різних сенсорів активно розвивається і вже знайшла своє застосування в авіакосмічній промисловості. Перспективним є проведення подальших досліджень обернених задач, включно термопружності, з параметрами навантаження (температурними та силовими), наближеними до експлуатаційних при роботі об'єктів енергетичного машинобудування.

#### Список літератури

1. Хорошун Л. П. К теории связанной термоупругости двухкомпонентных смесей / Л. П. Хорошун, Н. С. Солтаков // Прикладная механика. – 1991. – Т.17. – №6. – С. 21–28.
2. Торлін В. М. Пряма та обернена задачі теорії пружності неоднорідного тіла / В. Н. Торлін // Прикладна механіка. – 1996. – Т. 12. – №8. – С. 49–53.



3. Протасов А.Г., Куц Ю.В., Лисенко Ю.Ю. Теплові методи неруйнівного контролю/ – К.: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2017. – 73 с
4. Коздоба Л.А., Круковский П. Г. Методы решения обратных задач теплопереноса. Киев: Наук. думка, 2002. 360 с.
5. Мацевитий Ю. М. Обернені задачі теплопровідності: в 2-х т. Т. 1: Методологія. Київ: Наук. думка, 2002, 408 с.
6. Алифанов О. М., Артюхин Е. А., Румянцев С. В. Экстремальные методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1988, 288 с.
7. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979, 288 с.
8. Бек Дж., Блакуэлл Б., Сент-Клэр Ч. (мл.) Некорректные обратные задачи теплопроводности. М.: Мир, 1989, 312 с.
9. Мацевитий Ю. М., Слесаренко А. П. Некоректні багатопараметричні задачі теплопровідності та регіонально-структурна регуляризація їх розв'язків Київ: Наук. думка, 2014, 292 с.
10. Круковский П. Г. Обернені задачі тепломасопереносу (спільний інженерний підхід). Київ: Ін-т технічної теплофізики НАН України, 1998, 224 с.
11. Флетчер К. Численные методы на основе метода Галёркина Б.Г. – М. – Мир – 1988.

Стаття надійшла до редакції 29.11. 2023 р.

**Повгородній Володимир Олегович** – кандидат техн. наук, професор, доцент кафедри прикладної механіки та інженерії матеріалів. Національний авіаційний університет, пр. Любомира Гузара, 1, м. Київ, Україна, 03058, E-mail: [povgorod@ukr.net](mailto:povgorod@ukr.net), <http://orcid.org/0000-0003-1640-1004>.

**Лелюшок Олег Васильович** – студент групи ПМ-101. Національний авіаційний університет, пр-т Любомира Гузара 1. М. Київ Україна, 03058, сервісний інженер ND Group Inc Проспект Академіка Корольова 1. Київ 03134, E-mail: [lelyushoksahar@ukr.net](mailto:lelyushoksahar@ukr.net)

V.O. POVHORODNII, O.V. LELYUSHOK

## RESEARCH OF COMPOSITES FEATURES BY SOLVING THE DIRECT AND INVERSE PROBLEMS OF THERMAL ELASTICITY

The article provides an analytical solution to the three-dimensional coupled problem of thermoelasticity for a composite whose structure and possible defects are given by trigonometric polynomials. Parameters of the temperature field arising as a result of defects in its structure are used in the diagnosis of defects in its structure. This is of great importance and practical value for non-destructive testing tasks. An expedient way of finding temperature values as a function of time and geometric coordinates is also the solution of inverse problems of thermoelasticity, i.e. determination of the temperature field based on the field of temperature stresses. The economy of this method lies in the fact that its application makes complex experimental studies of technical objects cheaper and eliminates the need to create computational and analytical methods that accompany these studies.

**Keywords:** direct problem, inverse problem, composite, temperature field, temperature stress, identification, non-destructive testing.

### Referenses

1. Khoroshun L. P. K teoryy svyazanoi termoupruhosty dvukhkomponentnykh smesei / L. P. Khoroshun, N. S. Soltakov // *Prykladnaia mekhanyka*. – 1991. – T.17. – №6. – S. 21–28.
2. Torlin V. M. Priama ta obrnena zadachi teorii pruzhnosti neodnorodnoho tila / V. N. Torlin // *Prykladna mekhanika*. – 1996. – T. 12. – №8. – S. 49–53.
3. Protasov A.H., Kuts Yu.V., Lysenko Yu.Iu. *Teplovi metody neruinivnoho kontroliu* / – K.: KPI im. Ihoria. Sikorskohe, 2017. – 73 s
4. Kozdoba L.A., Krukovskiy P. H. *Metody resheniya obratnykh zadach teploperenosa*. Kyev: Nauk. dumka, 2002. 360 s.
5. Matsevytyi Yu. M. *Obernenni zadachi teploprovodnosti: v 2-kh t. T. 1: Metodolohiia*. Kyiv: Nauk. dumka, 2002, 408 s.
6. Alyfanov O. M., Artiukhyn E. A., Rumiantsev S. V. *Ekstremalnye metody resheniya nekorrektnykh zadach*. M.: Nauka, 1988, 288 s.
7. Tykhnov A. N., Arsenyn V. Ya. *Metody resheniya nekorrektnykh zadach*. M.: Nauka, 1979, 288 s.
8. Bek Dzh., Blakuell B., Sent-Klэр Ch. (ml.) *Nekorrektnye obratnye zadachy teploprovodnosti*. M.: Myr, 1989, 312 s.
9. Matsevytyi Yu. M., Slesarienko A. P. *Nekorrektni bahatoparmetrychni zadachi teploprovodnosti ta rehionalno-strukturna rehuliyaryzatsiia yikh rozviazkiv* Kyiv: Nauk. dumka, 2014, 292 s.
10. Krukovskiy P. H. *Obernenni zadachi teplomasoperenosu (spilnyi inzhenernyi pidkhid)*. Kyiv: In-t tekhnichnoi teplofizyky NAN Ukrainy, 1998, 224 s.
11. Fletcher K. *Chyslennyye metody na osnove metoda Halerkyna*. – M. – Myr – 1988.

**Volodymyr O. Povhorodnii** – PhD in technical Sciences, Associate Professor of the Department of Applied Mechanics Material Engineering of the National Aviation University, Lyubomyr Huzar Avenue, Kyiv, Ukraine, e-mail: [povgorod@ukr.net](mailto:povgorod@ukr.net). <http://orcid.org/0000-0003-1640-1004>

**Oleh V. Lelyushok** - student of the PM-101 group, National Aviation University, 1 Lyubomyr Huzar Avenue, Kyiv, Ukraine, 03058, Service engineer ND Group Inc. 1 Akademika Korolev Avenue, Kyiv 03134, Ukraine, E-mail: [lelyushoksahar@ukr.net](mailto:lelyushoksahar@ukr.net)