

УДК 621.891+539.975.6

DOI: 10.18372/0370-2197.1(98).17361

Ю. О. МАЛІНОВСЬКИЙ¹, С. Л. ЦВІРКУН¹, Д. П. ВЛАСЕНКОВ¹, С. Ю. ОЛІЙНИК²¹Відокремлений структурний підрозділ «Криворізький професійний коледж Національного авіаційного університету», Кривий Ріг, Україна²Криворізький національний університет, Кривий Ріг, Україна

ДЕФОРМАЦІЙНИЙ АСПЕКТ ПРОЯВУ УДАРНО-ХВИЛЬОВОЇ ПРИРОДИ ТЕРТЯ ТА ЗНОШУВАННЯ

Як показує статистичний аналіз, головною причиною відмови машин є не їх руйнування, а зношування рухомих з'єднань та робочих органів під впливом сил тертя. Однак при створенні машин практично не обчислюється рухоме з'єднання щодо стійкості до зносу. У той же час існують такі методи триботехнічного розрахунку, і вони ґрунтуються на наступних групах теорій: геометричні; молекулярні, деформаційні та комбіновані. Усі ці теорії розглядають процеси, що відбуваються на контактних поверхнях. Крім того, використовуваний на даний момент підхід не враховує особливості проходження процесів деформації, що відбуваються перед мобільною частиною. У той же час мобільна частина (штамп) «розгоняє» хвилю деформації «запуску» на фіксованій частині, яка, як правило, не враховується при розгляді процесів тертя та зносу. Зауважимо, що ці деформаційні процеси при терті та зношуванні обумовлені деформаціями зсуву перед рухомих штампом, при цьому незважаючи на усталені уявлення, спотворюється гіпотеза плоских перерізів, внаслідок чого на зовнішніх поверхнях напівпросторів виникають деформаційні хвилі. Іншими словами, зміщені шари не мають можливості вільно рухатись по площині зсуву, в той час як відбувається так званий «обмежений зсув», що призводить до депланації зовнішніх та внутрішніх плоских перерізів. З цим баченням питання поверхневий шар напівпростору або втрачає свою поздовжню стійкість, або знаходиться під впливом циклічних напружень. В обох випадках відбувається знос та інтенсивне викришування контактних поверхонь. Крім того, з взаємодією штамп (або мікронерівностями, що утворюється на ньому) з мікронерівностями смуги в обох взаємодіючих деталях, встановлюється безперервний хвильовий процес. Зауважимо, що зі збільшенням швидкості штампу V коефіцієнт динамічності системи змінюється пропорційно зміні швидкості штамп. Дослідження дозволили встановити, що для стійкої роботи поверхневих шарів балки-смушки необхідно, щоб значення коефіцієнта перевантаження поздовжнього (критичного) зусилля було менше числа напівхвиль деформації, що утворюються попереду штамп, що рухається. Крім того, встановлено, що деформаційно-хвильові процеси, які відбуваються попереду штамп, що рухається, призводять до утворення сталих пластичних або пружних гребенів, які є переешкодами для рухомого штамп і ці переешкоди в диференціальних рівняннях руху інтерпретуються у вигляді імпульсних навантажень. Отримані результати свідчать про те, що при взаємодії деталей, що рухаються, проявляються елементи як деформаційно-хвильової, так і ударно-хвильової теорії тертя і зношування. Застосування зазначеного підходу дозволяє уточнити методи розрахунку на тертя і знос як у разі деформаційних, так і у разі геометричних мікронерівностей.

Ключові слова: тертя; знос; мікронерівність; ущільнений шар; штамп; напівпростір; дотичні зусилля; нормальний тиск; критична сила; депланація плоских перерізів; стиснений зсув.

При багатоваріантному викладі завдань про взаємодію поверхневих шарів деталей з дотичними навантаженнями будемо виходити з того, що навантаження прикладаються до мікронерівностей раптово і потім зберігають постійні значення протягом дуже короткого проміжку часу. Тому спочатку ми розглянемо завдання про раптове навантаження поверхневих шарів взаємодіючих деталей постійним навантаженням (T) і особливостями застосування цих навантажень до деформованої поверхні смуги попереду штампу, що рухається [1]. Також розглянемо процеси проходження фронту поздовжніх пружних хвиль по довжині балки-смужки у межах перехідного процесу. Після розгляду цих питань переходимо до взаємодії штампу та його мікронерівностей з мікронерівностями смуги. Тому врахуємо, що даний процес є багаторазовим, отже, смуга навантажується імпульсами, що багаторазово повторюються, в результаті періодичних зіткнень мікронерівностей, інакше кажучи, імпульсним навантаженням.

З іншого боку, як впливає з результатів, отриманих академіком М. А. Лаврентьєвим, дане завдання є динамічним [2], при цьому авторами публікації враховано початкову неправильність смуги, коефіцієнт перевантаження по відношенню до критичної сили Ейлера, а також нами враховано кількість напівхвиль деформації попереду штампу, що рухається, реакція пружної основи і, крім того, циклічний (імпульсний) характер навантаження [1].

Використовуючи такий підхід у даній задачі, зазначимо, що якщо переважають геометричні мікронерівності, то має місце не детермінований процес навантаження мікронерівностей, а випадковий.

При постановці і вирішенні завдань на тертя і знос зазвичай розглядають дві сполучені деталі, які взаємодіють по напівпросторах, в цьому випадку контакт деталей відбувається по плоских поверхнях, що ковзають, на яких знаходяться тонкі покриття або тонкі зміцнені шари певної товщини. До кожної деталі на її робочій поверхні прикладені нормальні зусилля, які призводять до утворення зон контакту на шорстких поверхнях і місцевому впровадженню мікронерівностей, а дотичні зусилля, що діють по відношенню до окремих мікронерівностей, призводять до відтиснення матеріалу (пружного, пластичного, мікрорізання та ін.) При такому розгляді процесу взаємодії деталей не враховується вплив робочих дотичних зусиль на деформований стан площин (поверхонь), що стикаються, в області, що випереджає руху деталей (штамп). Залежно від величин діючих зусиль і механічних властивостей матеріалів при стискаючих дотичних навантаженнях на поверхнях контактуючих тіл відбувається депланація плоских перерізів, в результаті прояву деформації «стиснений» зсув, який реалізується в деформаційній хвилі стиснення, що біжить по довжині балки, де ці процеси згасають.

У цій задачі звертаємося до взаємодії двох деталей, при цьому рухома деталь переміщається по деталі з тонким поверхневим зміцненим шаром, що лежить на пружній основі масиву деталі.

Розглянемо деталь (штамп), яка рухається по балці-смужці на пружній основі, спільно з деформаційною хвилею, що випереджає штамп (рис. 1). Тому звернемося до деформаційної хвилі, яка виникає перед штампом, що рухається.

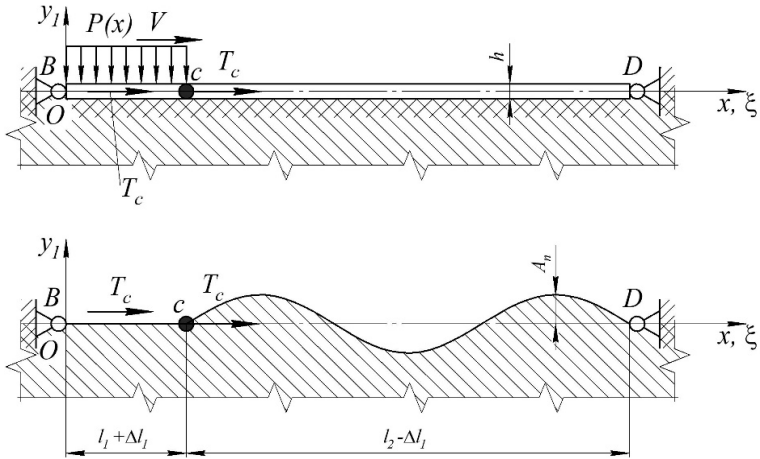


Рис. 1. Гіпотетична балка на пружній основі в нерухомій та рухомій системах координат $xOy_1, \xi O\xi_1$

Прийняті позначення:

h – товщина балки;

A_n – амплітуда деформаційних мікронерівностей;

l_1, l_2 – довжини ділянок балки;

Δl_1 – поздовжня деформація ділянки l_1 ;

T, T_0, T_c – діючі зусилля, $T_c = T_c(V)$;

$Ox_1; O\xi_1$ – відповідно нерухома та рухлива система координат;

V – швидкість переміщення штапу;

$P(x)$ – розподілене навантаження від штапу.

Виділимо зону балки на пружній основі під штапом, що рухається, а також зону яка випереджає штамп. Зона попереду штапу, що рухається, являє собою ділянку балки на пружній основі, деформовану «дотичним» зусиллям $T=fP$. Зусилля P є вагою штапу, а f – коефіцієнт тертя ковзання між штапом та смугою.

Спочатку розглянемо переміщення штапу смугою в нерухомій системі координат yOx . Позначимо вертикальний прогин балки-смушки $y=y(x,t)$; де $x=x(t)$ – поздовжнє переміщення штапу.

Поздовжній вигин балки з дотичною силою T ($T=fP$), що пересувається, опишемо, за аналогією із завданням про «рухому» згинальну хвилю [1], диференціальним рівнянням виду:

$$E_c I \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + T \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \beta y + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

де $y = y(x, t)$ – функція двох змінних. Тоді (1) є рівнянням у частинних похідних. Для вирішення рівняння (1) використовуємо підстановку В. Л. Бідермана [2]

$$y(x, t) = z(x - Vt) = z(\xi), \quad (2)$$

де $\xi = x - Vt$ – поздовжня координата вантажу (штапу) у рухомій системі координат (пов'язаної зі штапом).

Виявимо взаємозв'язок похідних

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = z^{IV}(\xi); \quad \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = z''(\xi); \quad \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = V^2 z''(\xi). \quad (3)$$

Тоді рівняння (1) після підстановки (2) та (3) запишемо для рухомої системи координат (рис. 1) у вигляді

$$E_c I z^{IV}(\xi) + (T_c + mV^2) z''(\xi) + \beta z(\xi) = 0, \quad (4)$$

Після заміни змінної виконаємо перехід від рівняння (1) у частинних похідних до рівняння (4) у звичайних похідних.

У наведених виразах (1), (4):

E_c – модуль пружності I роду для поверхневих шарів балки на пружній основі; I – осьовий момент інерції поперечного перерізу балки на пружній основі; β – коефіцієнт віддачі пружної основи (коефіцієнт «постілі»); m – погонна маса балки на пружній основі.

Запишемо (4) у вигляді

$$z^{IV}(\xi) + \alpha^2 z''(\xi) + rz(\xi) = 0, \quad (5)$$

де: $\alpha^2 = \frac{fP+mV^2}{E_c I}$; $r = \frac{\beta}{E_c I}$ – коефіцієнти рівняння (5).

Характеристичне рівняння диференціального рівняння (5) набуде вигляду:

$$S^4 + \alpha^2 S + r = 0, \quad (6)$$

$$n_{1,2}^* = \sqrt{\frac{\alpha^2}{2} \mp \sqrt{\frac{\alpha^4}{4} - r}}, \quad (7)$$

або

$$n_{1,2}^{*2} = -\frac{\alpha^2}{2} \pm \sqrt{\frac{\alpha^4}{4} - r}, \quad (7)$$

приймаємо $n^* = iS$, $i = \sqrt{-1}$, тоді

$$S_{1,2}^2 = \frac{\alpha^2}{2} \mp \sqrt{\frac{\alpha^4}{4} - r}. \quad (8)$$

Відповідно до виразу (8) загальне рішення (5) запишемо у вигляді

$$z(\xi) = C_1 \sin S\xi + C_2 \cos S\xi + C_3 \xi + C_4. \quad (9)$$

Рішення (9) диференціального рівняння (5) повинне задовольняти чотирьом граничним умовам завдання

$$z = 0; z'' = 0 \text{ при } \xi = 0; z = 0; z'' = 0 \text{ при } \xi = l_2 \quad (10)$$

та записано для переміщення штампів у рухомій системі координат.

З граничних умов випливає, що $C_2 = C_3 = C_4 = 0$.

Якщо $C_1 = 0$ то ми мали б недеформований рівноважний стан балки на пружній основі. Але оскільки балка відчуває поздовжній вигин, то $C_1 \neq 0$, отже $\sin S_1 l_2 = 0$, тобто $S_1 = \frac{\pi}{l_2}$, тоді балка згинається формою з n хвилями синусоїди

$$z(\xi) = A_n \sin \frac{n\pi}{l_2} \xi, \quad (11)$$

де l_2 – довжина деформованої ділянки балки-смушки в зоні перед штампом, що рухається [1].

Тоді

$$S_1 = \frac{\pi}{l_2} = \sqrt{\frac{\alpha^2}{2} \mp \sqrt{\frac{\alpha^4}{4} - r}}, \quad (12)$$

$$S_{1,2}^2 = \frac{\pi^2}{l_2^2} = \frac{\alpha^2}{2} \mp \sqrt{\frac{\alpha^4}{4} - r},$$

$$S_2^2 - S_1^2 = 2 \cdot \sqrt{\frac{\alpha^4}{4} - r}; \quad \frac{\pi^2}{l_2^2} = 2 \cdot \sqrt{\left(\frac{fP+mV^2}{4 \cdot E_c I}\right)^2 - \frac{\beta}{E_c I}}. \quad (13)$$

Підставляючи рішення (9), записане у формі (11), у початкове рівняння (4), тоді отримуємо вираз визначення зусилля

$$T^* = T_c + mV^2, \quad (14)$$

яке вважатимемо динамічним поздовжнім зусиллям. Тоді замість (4) матимемо

$$E_c I \frac{n^4 \pi^4}{l_2^4} A_n - (T_c + mV^2) \frac{n^2 \pi^2}{l_2^2} A_n + \beta A_n = 0. \quad (15)$$

Скоротимо всі доданки (15) на амплітуду хвилі деформації. Тоді рівняння (15), розв'язане щодо динамічного поздовжнього зусилля T^* набуде вигляду (14), а критичне значення динамічного зусилля запишемо у вигляді:

$$T_{кр}^D = (T_{кр}^E + mV^2) = \left(\frac{n\pi}{l_2}\right)^2 E_c I + \left(\frac{l_2}{n\pi}\right)^2 \beta = 0. \quad (16)$$

Запишемо вираз критичної сили балки-смушки з урахуванням швидкості руху штамп, тобто аналог формули Ейлера з урахуванням пружної віддачі основи (коефіцієнт β)

$$T_{кр}^E = \frac{n^2 \pi^2}{l_2^2} E_c I + \frac{l_2^2}{n^2 \pi^2} \beta - mV^2. \quad (17)$$

Якщо враховувати віддачу основи $\beta = \frac{E}{2} \cdot \sqrt[3]{\frac{E}{4E_c I}}$, згідно з джерелом [1], то динамічне поздовжнє зусилля, його критичне значення отримаємо

$$T_{кр}^{D*} = \frac{n^2 \pi^2}{l_2^2} E_c I + \frac{l_2^2}{n^2 \pi^2} \cdot \frac{E}{2} \cdot \sqrt[3]{\frac{E}{4E_c I}}. \quad (18)$$

Критичний стан поверхневих шарів смуги настане, якщо

$$T_{кр}^D > T_{кр}^E = \frac{n^2 \pi^2}{l_2^2} E_c I + \frac{l_2^2}{n^2 \pi^2} \beta - mV^2. \quad (19)$$

Враховуючи швидкісний режим, вираз (19) виконується при менших значеннях критичної сили за Ейлером. Тому при розрахунках, знаючи швидкісний режим експлуатації фрикційної пари, необхідно виходити з наявності запасу стійкості поверхневих шарів:

$$k_y = \frac{T_{кр}^D}{T_{кр}^E}. \quad (20)$$

За відсутності запасу стійкості поверхневих шарів можливе раптове руйнування цього шару, внаслідок втрати ним запасу стійкості та подальшого крихкого руйнування, відбувається скол деформаційного утворення. Якщо має місце втрата стійкості зовнішнього шару в результаті пластичної деформації, деформаційна хвиля, що утворилася, буде зрізана або згладжена штампом. Запас стійкості поверхневих шарів смуги повинен забезпечити гарантоване виконання умови (19) у якому збережеться виконання цієї нерівності. У разі мінімальний запас стійкості поверхневих шарів становитиме $k_y \approx 2$.

У задачі про рухому деформаційну хвилю що переміщається під дією дотичного зусилля T_c на довжині l_2 , розглянемо зусилля T_c , прикладене попереду штамп (на довжині l_2)

$$T_c = fP + mV^2. \quad (21)$$

Якщо $V = 0$, тоді $T_c = fP$.

Ступінь динамічності дотичного навантаження можна оцінити, відношенням динамічного зусилля T_d до його статичного аналогу T_c

$$\frac{T_d}{T_c} = \frac{fP + mV^2}{fP} = 1 + \frac{mV^2}{fP}. \quad (22)$$

Звернемося до виразу для визначення висоти найбільшої деформаційної мікронерівності. Попередньо вважатимемо, що штамп перебуває у стані спокою ($V = 0$). Тоді формула для розрахунку висоти деформаційної мікронерівності визначена з виразу амплітуд деформаційної хвилі у вигляді [1]:

$$A_0 = \frac{2}{n\pi} \sqrt{\frac{fPl_1 l_2}{E_c h}}, \quad (23)$$

де l_1, l_2 – відповідно довжини деформаційних ділянок під та перед штампом;
 E_c – модуль пружності поверхневих (ущільнених) шарів смуги;
 h – товщина ущільнених шарів смуги.

Якщо ж штамп переміщується балкою-смушкою з лінійною швидкістю V , то величина деформаційної мікронерівності буде визначена згідно формули (23) з урахуванням (21), за виразом

$$A_V = \frac{2}{n\pi} \sqrt{\frac{(fP + mV^2)l_1l_2}{E_c h}}. \quad (24)$$

Тоді відношення (24) до (23) можна трактувати як коефіцієнт динамічності при переміщенні «штампу»

$$\delta_d = \sqrt{1 + \frac{mV^2}{fP}}. \quad (25)$$

Тому, знаючи величину погонної маси балки-смушки m , вагу вантажу P , його швидкість V і коефіцієнт тертя f , обчислюємо коефіцієнт динамічності δ_d .

Використання формул (23), (24), (25) дозволяє обчислити амплітуду деформаційної мікронерівності для заданої швидкості руху штамп.

У процесі руху штамп смугою може бути застосовано поняття критичної швидкості руху штамп.

Під критичною швидкістю руху штамп розумітимемо таку швидкість його руху $V_{кр}$, при якій реалізується втрата поздовжньої стійкості балки-смушки, і крім того деформація балки стає нескінченно великою.

Для визначення $V_{кр}$ звернемося до виразу (17), який запишемо у вигляді

$$mV^2 = \frac{n^2\pi^2 E_c I}{l_2^2} + \frac{l_2^2 r}{n^2\pi^2} - fP, \quad (26)$$

де $fP = T$ – довільне значення дотичного зусилля.

Звідки

$$V_{кр} = \frac{\sqrt{m}}{m} \cdot \sqrt{\frac{n^2\pi^2 E_c I}{l_2^2} + \frac{l_2^2 r}{n^2\pi^2} - fP}, \quad (27)$$

Розглядаючи вираз (26) і (27) балки-смушки в критичному і докритичному станах видно, що дотичне зусилля T ($T = fP$), що діє, менше або дорівнює критичній силі по Ейлеру для поверхневих шарів пластини на пружній основі.

При такому співвідношенні зусиль швидкість переміщення штамп має бути більшою або дорівнює 0.

З умови «руху» штамп під впливом зазначених навантажень (P, fP) вони мають задовольняти нерівності

$$P < \frac{1}{f} \left(\frac{n^2\pi^2}{l_2^2} E_c I + \frac{l_2^2 \beta}{n^2\pi^2} - mV^2 \right). \quad (28)$$

Таким чином під критичною швидкістю $V_{кр}$ будемо розуміти таку швидкість переміщення штамп, при якій, виходячи із зусиль, прикладених до штамп (P, fP) у поверхневих шарах балки-смушки настає стан втрати ними поздовжньої стійкості.

Якщо уявити, що рухома хвиля переміщується вздовж смуги за законом

$$y(x, t) = A_v \sin \frac{\pi}{\lambda} (x - Vt), \quad (29)$$

де $\lambda = \frac{l_2}{n}$ – довжина однієї напівхвилі, що розташовується попереду штамп, що рухається; l_2 – довжина деформованої ділянки попереду штамп, що рухається; n – кількість напівхвиль на ділянці смуги l_2 .

То в результаті підстановки λ в вираз (27) отримаємо

$$V_{\text{кр}} = \sqrt{\frac{EI}{m} \left(\frac{\pi^2}{\lambda^2} + \frac{\lambda^2}{\pi^2} \cdot \frac{\beta}{E_c I} - \frac{T}{E_c I} \right)} = \sqrt{\frac{EI}{m} \cdot \frac{\pi^2}{\lambda^2} + \frac{\lambda^2 \beta}{m \pi^2} - \frac{fP}{m}}, \quad (30)$$

Тоді умову (28) перепишемо у вигляді

$$P < \frac{1}{f} \left(\frac{\pi^2}{\lambda^2} E_c I + \frac{\lambda^2 \beta}{\pi^2} - m V^2 \right). \quad (31)$$

Звертаючись до (30), ми записали критичну швидкість через довжину деформаційної хвилі, утворену дією дотичного зусилля.

Для встановлення залежності між визначенням критичних швидкостей при дії окремо вертикального P і дотичного зусиль fP розглянемо визначення критичної швидкості для балки, навантаженої вертикальною силою, що рухається [2].

Припустимо, що рівняння поперечних коливань балки-смушки на пружній основі описується рівнянням

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \beta y + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0. \quad (32)$$

Деформації нескінченної по довжині балки-смушки можуть бути визначені виходячи з граничних умов задачі для середини смуги $h/2$ (за силами, що перерізують).

В результаті підстановки (11) у рівняння (32) отримаємо вираз для критичної швидкості (завдання В. Л. Бідермана [3]), який набуде вигляду при дії вертикального рухомого навантаження

$$V_{\text{кр}}^* = \sqrt{\frac{EI}{m} \left(\frac{\pi^2}{\lambda^2} + \frac{\beta}{EI} \cdot \frac{\lambda^2}{\pi^2} \right)}, \quad (33)$$

Подані вирази (30), (33) відрізняються на величину $-fP/m$ під знаком квадратного кореня.

У задачі про переміщення рухомого навантаження слід розглядати окремо швидкість переміщення рухомого навантаження (під штампом P , fP), а також швидкість поширення фронту хвилі, що біжить. У задачі швидкість переміщення фронту хвилі, що біжить, для більшості практичних випадків набагато перевищує швидкість переміщення штампугу [3].

Швидкість переміщення фронту хвилі, що біжить, визначається як критична швидкість переміщення штампугу.

Якщо швидкість переміщення штампугу збігається зі швидкістю переміщення фронту хвилі, що біжить, то динамічні навантаження, деформації і переміщення в смузі необмежено зростають.

Зауважимо, що для випадку переміщення дотичного навантаження по балці критична швидкість знижується – пропорційно коефіцієнту зниження швидкості рухомої хвилі v

$$v = \frac{V_{\text{кр}}}{V_{\text{кр}}^*} = \sqrt{1 - \frac{fP}{EI \frac{\pi^2}{\lambda^2} + \beta \frac{\lambda^2}{\pi^2}}}, \quad (34)$$

Фізичний зміст критичної швидкості $V_{\text{кр}}^*$ полягає в тому, що вона являє собою найменшу швидкість фронту рухомої хвилі в смузі. Як впливає з [3], якщо

$\lambda = \lambda_{\text{кр}} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{4EI}{\beta}}$, то швидкість поширення хвилі в смузі досягає мінімуму рівного $V_{\text{кр}}^*$. Отже, значне зростання прогинів смуги під вантажем (штампугом) має місце тоді, коли швидкість руху вертикального навантаження (P) наближається до швидкості поширення фронту хвилі, що біжить. Тому висновок про нескінченне зростання прогинів є наслідком того, що при постановці завдання не

були враховані демпфуючі та інерційні властивості штампу. З урахуванням цих особливостей прогини смуги зростатимуть, але збережуть кінцеві значення. Зазначимо, що в балці на пружній підставі ці величини досить великі. Так, наприклад, для залізничної рейки ця величина дорівнює 1000 км/год, що набагато перевищує реальну швидкість руху поїздів.

Аналогічні явища відбуваються в дисках газових турбін, в яких небезпечні вібрації виникають при збігу швидкості обертання зі швидкістю розповсюдження хвиль вигину по колу диска. Вібрації диска є наслідком того, що аксіальний тиск згорілих газів є по відношенню до диска, що обертається, рухомим навантаженням. Крім того, важливим прикладом виникнення коливань при збігу швидкості руху навантаження зі швидкістю хвилі, що біжить, є так звана критична швидкість кочення пневматичних шин (особливо в авіації) [3].

Таким чином, динамічна задача про вертикальне навантаження, що рухається по смузі, розташованій на пружній підставі, при необмеженому зростанні прогинів під штампом, у разі збігу швидкості руху вантажу і швидкості руху фронту хвилі (по смузі), що біжить, може бути реалізована для руху швидкісних автомобілів і літаків у режимі зліт-посадка. У разі реалізується так званий «хвильовий резонанс». Зауважимо, що це поняття поки що не є загальноприйнятим.

Характерно, що при малих швидкостях кочення основні деформаційні процеси реалізуються у безпосередній близькості від майданчика контакту колеса з основою, якщо ж швидкості кочення близькі до критичних, то на бічних поверхнях колеса виникають хвилі, а на поверхнях катання – гофри, що різко зростає опір перекочування, внаслідок чого виникає саморозігрів колеса та швидкий вихід його з ладу.

Аналогічні процеси відбуваються і при прокочуванні залізничних коліс, при цьому через невисоку лінійну швидкість коліс «хвильовий» резонанс не настає, а проявляються температурні ефекти та саморозігрів на майданчику контакту колеса та рейки.

При дії вертикальних та горизонтальних навантажень, відповідно до формули (30), відбувається зниження критичної швидкості за рахунок впливу дотичного зусилля.

Крім того, для балки-смужки на пружній підставі, крім геометричних мікронерівностей, спільна дія зусиль (P , fP) призводить до утворення деформаційних мікронерівностей, які можуть бути подолані шляхом ударної взаємодії з деформаційними та геометричними нерівностями у зустрічній деталі. В результаті такої взаємодії частина кінетичної енергії штампу, що рухається, буде спрямована на руйнування найближчих мікронерівностей. Ударна хвиля, що відбилася від перешкоди, попереду від штампу, що рухається, буде спрямована в бік протилежний переміщенню штампа, дійшовши кінця стрижня, відіб'ється від нього і буде рухатися в бік руху штампа, дійшовши до протилежного кінця стрижня, відіб'ється від нього і буде рухатись у бік протилежний переміщенню штампу, і так доти, доки цей місцевий хвильовий процес не буде завершено. Паралельно з хвильовим процесом відбуватиметься динамічний процес у самому стрижні пов'язаний з деформаціями стрижня. З метою опису динамічної задачі про поздовжню стійкість поверхневих шарів деталей, що спираються на більш податливі шари матеріалу деталей, виходимо із завдання про раптове навантаження стрижня поздовжнім навантаженням, яке перевищує в « n » раз критичну силу Ейлера $T_{кр}^E$. Це завдання було поставлено і вирішено академіком

М. А. Лаврентьєвим, за умови, що поздовжня сила прикладена до стрижня є величиною постійної ($T = const$). Однак це не зовсім так, принаймні до закінчення часу перебігу перехідних процесів у стрижні.

Для того, щоб надати достовірності в постановці завдання, авторами прийнято розрахункову схему з бічними обмежувачами, які в певний момент часу зникають, і тому рухи, що виникають, після зняття обмежувачів, відразу можна описувати за допомогою диференціального рівняння, запропонованого М. А. Лаврентьєвим [4].

Для постановки та розв'язання задачі про поздовжню стійкість поверхневих шарів у рамках питання про руйнування зовнішніх покриттів (шарів) при терті та зносі, була прийнята умова, що балка-смужка спирається на пружну основу із заданим коефіцієнтом віддачі (з гіпотези Вінклера). Прийняті обмеження порушуються, якщо $T \geq T_{кр} > T_{кр}^E$. Такий підхід дозволяє в початковий момент взаємодії штампу та поверхневих шарів розглянути поздовжній (хвильовий) перехідний процес. Як впливає з [3], можна розглядати замість перехідного процесу з згинальним хвилеутворенням з достатньою точністю перехідний поздовжній хвильовий процес. У цьому випадку похибка обчислень не перевищує 10÷15% [3, 5]. Більш точний підхід можливий при використанні у дослідженнях розрахункової схеми та рівнянь для балки С. П. Тимошенко. Виходячи з виконаних рішень та їх аналізу слідує висновок про те, що переміщення балки-смужки при раптовому додатку навантаження від штампу на деформаційну хвилю (її вершину), її фактичні деформації, напруги, що діють у відповідних точках на поздовжній осі балки, вдвічі перевищать свої статичні значення. Тобто навіть при деформаційному хвилеутворенні коефіцієнт перевантаження перевищує значення $n > 1$, а фактично діючі зусилля T більш ніж удвічі $T_d \geq 2T$ перевищує статичні значення, отже коефіцієнт перевантаження необхідно приймати $n \geq 2$. Як було раніше встановлено [1], коефіцієнт форми коливань для балки-смужки в зоні її деформації знаходяться в межах $2 \leq n \leq 2,5$. Отже, стан поверхневих шарів при їх деформаціях і коливаннях будуть нестійкими, і при зовні безпечних навантаженнях може статися спотворення форми, крихке або втомливе руйнування поверхневих шарів.

У випадку взаємодії деталей при терті будемо припускати, що передня кромка штампу взаємодіє з деформаційними мікронерівностями смуги, оскільки кожна наступна деформаційна мікронерівність випереджає попередню на відстань, що дорівнює кроку гофрованої деформаційної поверхні, при цьому передня кромка штампу (або деформаційна мікронерівність штампу) зустрічається з черговою мікронерівністю смуги (рис. 2). Інакше кажучи, жорстка крайка штампу зустрічає черговий деформаційний виступ на смузі з кроком 2λ . Таке навантаження при взаємодії штампу зі смугою можна уподібнити дії на смугу імпульсів, що періодично повторюються. Це навантаження буде пульсуючим для гребенів на поверхневих шарах. Так цей процес безперервно повторюватиметься в міру утворення чергових деформаційних мікронерівностей попереду штампу і подальшого їх «ударного» викладання під штампом. Фактично буде мати місце ударне зрізання або згладжування вершин мікронерівностей (при зрізанні $T > T_{кр}$, при виполажуванні $T \leq T_{кр}$). У момент часу, коли штамп (його передня кромка) взаємодіє з черговою мікронерівністю на смузі, жорсткість системи зростає, а в моменти часу відповідні скиданню навантаження, жорсткість у системі зменшується, тобто в системі ступінчасте змінюється жорсткість. Такі системи слід віднести до систем із параметричним навантаженням.

Систему з утворенням деформаційних мікронерівностей у першому наближенні вважатимемо детермінованою.

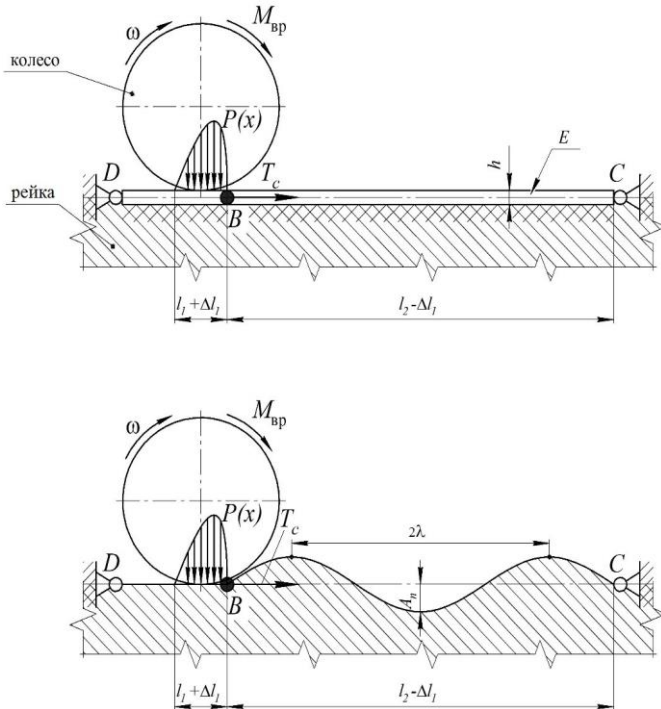


Рис. 2. До деформування поверхневих шарів рейки попереду колеса, що набігає: E – поверхневий шар рейки у вигляді балки на пружній основі; h – товщина балки; D, B, C – умовні опори балки; $P(x)$ – розподілене навантаження від штамп у вигляді циліндра (колеса), що котиться; A_n – амплітуда деформаційної хвилі для форми деформації з індексом n ; 2λ – крок утворення деформаційних мікронерівностей; l_1, l_2 – відповідно довжина ділянки контакту штамп зі смугою та довжина ділянки деформації попереду штамп

Якщо на поверхні контакту переважатимуть геометричні мікронерівності, то замість зазначених зусиль, тривалості імпульсу та кроку геометричних мікронерівностей слід мати на увазі математичні очікування зазначених величин.

Розглядаючи процес утворення деформаційних мікронерівностей можна використовувати систему нерухомих осей координат, тоді деформаційні та хвильові процеси по довжині смуги відбуватимуться під впливом всіх гребенів смуги, розподілених по довжині деталі з кроком рівним відстані між сусідніми гребенями, і віддалених один від одного за часом, що дорівнює періоду циклічного процесу.

У разі розгляду всього процесу в рухомій системі координат, що переміщається з лінійною швидкістю штамп V , можна вважати, що балка-смушка, що рухається, знаходиться під впливом одного ударного імпульсу.

З метою дослідження ударно-хвильових процесів у балці-смужці, звернемося до сукупності диференціальних рівнянь, яку отримаємо далі, де як навантаження виступають дотичні зусилля, викликані вагою штамп та його дотичної складової при поздовжньому вигині. Зазначимо, що після опису (чергового) циклу взаємодії переднього краю штамп з мікронерівністю, що розглядається, відбудеться його контакт з наступною мікронерівністю (або їх групою), що призводить до виникнення хвильового перехідного режиму в балці-смужці і штампі, який буде

продовжений при контакті штампу з наступними мікронерівностями. Таким чином, хвильовий перехідний процес буде незагасаючим, оскільки включатимуться в роботу нові групи мікронерівностей. При цьому перехідні процеси від попередніх взаємодій здебільшого не закінчуються, в основному для деталей великої довжини. Тому такі процеси супроводжуються безперервними хвильовими впливами різної інтенсивності, у різних частотних діапазонах.

Тут важливо відзначити, що збільшення кількості руху штампу йде на створення імпульсу сили, прикладеного до кожної мікронерівності, тобто сила, що йде на руйнування деформаційної мікронерівності, прикладається раптово. Це означає, що коефіцієнт динамічності силового впливу становить $k_d \geq 2$.

У процесі розгляду взаємодії деформаційних або групи геометричних мікронерівностей відбувається, при зовні «статичному» навантаженні, раптовий додаток сили, яка перевершує критичну силу Ейлера $T_E = \frac{\pi^2 EI}{l^2}$ в n разів.

Рівняння поздовжньої стійкості балки-смушки з поверхневих шарів під дією раптово доданого навантаження, запишемо у формі (30) з урахуванням дотичного зусилля та жорсткості пружної основи. Також вводимо на розгляд початкову неправильність балки-смушки (або її ексцентриситет).

Для того щоб умові $T = const$ надати обґрунтований вигляд, приймемо, що балка-смушка спирається на пружну основу і за її подальшої деформації, тільки під дією зусилля $T > T_{кр}$ вона зігнеться по двох або більше напівхвилях [1]. Тому припустимо, що в початковий момент взаємодії штампу і балки-смушки, остання за рахунок вертикальних зв'язків основи, поводить як пружний прямолінійний стрижень, схильний до проходження поздовжніх хвиль. Після завершення процесу проходження пружних хвиль під дією поздовжньої сили $T > T_{кр}$ балка-смушка втрачає поздовжню стійкість, при цьому вона втрачає вертикальні пружні зв'язки і набуває синусоїдальної форми пружної лінії.

Тоді задачу про динамічну форму втрати стійкості поверхневих шарів балки-смушки представимо у вигляді [4]

$$m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + E_c I \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + T \frac{\partial^2 (y + y_0)}{\partial x^2} + \beta y = 0. \quad (35)$$

Звернемося до рівняння (1), яке описує поздовжній вигин балки-смушки з вертикальною силою P і дотичним навантаженням T , що переміщуються, по відношенню до нерухомої системи координат (спочатку, при постановці завдання), за схемою, використаною в [4]. Розглянута задача (35) відрізняється від задачі, описаної рівнянням (1) тим, що дана балка-смушка спочатку розглядається в рухомій системі координат, що має початкову неправильність $y_0(x)$, визначену початковою кривизною, і раптово навантажується дотичним навантаженням $T = const$.

У рівнянні (35) всі доданки, крім доданку з параметричним навантаженням T містять пружний прогин $y(x, t)$, а в доданку, що містить параметричне навантаження T , згинальний момент (від T) розвивається на повному прогині $y_1 = y + y_0$.

У деяких інтерпретаціях динамічного завдання М. А. Лаврентьєва вихідне диференціальне рівняння (35) набуває вигляду (36). Принципової відмінності у цих рівняннях немає. Для певності зупинимося на рівнянні (36). Тоді матимемо

$$E_c I \frac{\partial^4 (y_1 - y_0)}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \beta y_1 + T \frac{\partial^2 y_1}{\partial x^2} = 0, \quad (36)$$

де m – погонна маса балки-смужки; y_0 – початкова кривизна або ексцентриситет прикладення навантаження (може бути прийнятий $y_0 = \frac{h}{2}$, фактично початкова неправильність або мікронерівність балки-смужки); y_1 – повний прогин балки-смужки; y – додатковий прогин балки-смужки; β – коефіцієнт відсічі пружної основи.

$r = \frac{\beta}{E_c l}$ – реактивний коефіцієнт пружної основи (основного металу під покриттям); $T = nT_E$ – раптово прикладена поздовжня сила, що в n разів перевищує критичну силу Ейлера (для схеми на пружній основі, рис. 1), де n – коефіцієнт навантаження (може бути змінною величиною); $T_E = T_{кр}^E$ – скорочений запис критичної сили.

Представимо функції y_1, y_0 у вигляді розкладів у тригонометричні ряди

$$y_1 = \sum_{k=1,2,3,\dots}^{\infty} z_{1k}(t) \sin \frac{k\pi x}{l}, y_0 = \sum_{k=1,2,3,\dots}^{\infty} z_{0k} \sin \frac{k\pi x}{l}, \quad (37)$$

де k – номер форми втрати стійкості балки-смужки.

Після підстановки (37) у (36) отримаємо

$$\ddot{z}_{1k} + \left[\left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 \cdot \frac{E_c l}{m} - \frac{T}{m} \cdot \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + \frac{r}{m} \right] \cdot z_{1k} = \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 \cdot \frac{EI}{m} \cdot z_{0k}, \quad (38)$$

$$\ddot{z}_{1k} + \left[\frac{k^2 \pi^2}{l^2} \cdot \frac{T_E}{m} - \frac{n^2 \pi^2}{l^2} \cdot \frac{T_E}{m} + \frac{r}{m} \right] \cdot z_{1k} = \frac{k^2 \pi^2}{l^2} \cdot \frac{T_E}{m} \cdot z_{0k}, \quad (39)$$

$$\ddot{z}_{1k} + \left[\frac{\pi^2}{l^2} \cdot \frac{T_E}{m} \cdot (k^2 - n^2) + \frac{r}{m} \right] \cdot z_{1k} = \frac{k^2 \pi^2}{l^2} \cdot \frac{T_E}{m} \cdot z_{0k}, \quad (40)$$

Введемо позначення

$$\omega_k^2 = \frac{\pi^2}{l^2} \cdot \frac{T_E}{m} \cdot (k^2 - n^2) + \frac{r}{m}. \quad (41)$$

Якщо вираз у квадратних дужках позитивний, то рішення рівняння

$$\ddot{z}_{1k} + \omega_k^2 \cdot z_{1k} = \frac{\pi^2}{l^2} \cdot k^2 \cdot \frac{T_E}{m} \cdot z_{0k} \quad (42)$$

шукаємо у вигляді

$$z_{1k}(t) = A \cdot \sin \omega_k t + B \cdot \cos \omega_k t + \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 \cdot \frac{T_E}{m \cdot \omega_k^2} \cdot z_{0k}. \quad (43)$$

Дане рівняння (38) або (42) розглядаємо за початкових умов

$$z_{1k}(0) = z_{0k}, z'_{1k}(0) = 0, \quad (44)$$

$z_{1k}(t)$ – загальне рішення неоднорідного рівняння складається із загального рішення однорідного рівняння та окремого рішення неоднорідного рівняння. З (43) отримаємо:

$$z'_{1k}(t) = A \omega_k \cdot \cos \omega_k t - B \omega_k \cdot \sin \omega_k t.$$

Для $z'_{1k}(0) = A \omega_k \cdot 1 - B \omega_k \cdot 0$, випливає, що $A = 0; B \neq 0$.

Тоді

$$z_{1k}(t) = B \cdot \cos \omega_k t + \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 \cdot \frac{T_E}{m \cdot \omega_k^2} \cdot z_{0k}. \quad (45)$$

Так як $z_{1k} = z_{10k}$, то $z_{10k} = B \cdot 1 + \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 \cdot \frac{T_E}{m \cdot \omega_k^2} \cdot z_{0k}$, звідки

$$\left[1 - \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 \cdot \frac{T_E}{m \cdot \omega_k^2} \right] \cdot z_{0k} = B.$$

Тоді загальне рішення (38), (42) набуває вигляду

$$z_{1k}(t) = \left[1 - \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 \cdot \frac{T_E}{m \cdot \omega_k^2} \right] \cdot \cos \omega_k t + \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 \cdot \frac{T_E}{m \cdot \omega_k^2} \cdot z_{0k}, \quad (46)$$

$$z_{1k}(t) = \left[1 + \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 \cdot \frac{T_E}{m \cdot \omega_k^2} \cdot (1 - \cos \omega_k t) \right] \cdot z_{0k}.$$

Якщо номер n (коефіцієнт навантаження) буде значним, при цьому $k < n$, а вираз (41) буде негативним, то рішення рівняння (47) набуває вигляду (48).

$$\ddot{z}_{1k} - \Omega_k^2 \cdot z_{1k} = \frac{\pi^2}{l^2} \cdot k^2 \cdot \frac{T_E}{m} \cdot z_{0k}, \quad (47)$$

де $\Omega_k^2 = \frac{\pi^2}{l^2} \cdot \frac{T_E}{m} \cdot (k^2 - n^2) + \frac{r}{m} > 0$.

Спільне рішення (47)

$$z_{1k}(t) = A \cdot sh\Omega_k t + B \cdot ch\Omega_k t + \left(\frac{\pi k}{l}\right)^2 \cdot \frac{T_E}{m \cdot \Omega_k^2} \cdot z_{0k}. \quad (48)$$

$$z_{1k}(0) = z_{0k}, z'_{1k}(0) = 0, z'_{1k}(t) = A\Omega_k \cdot ch\Omega_k t + B\Omega_k \cdot sh\Omega_k t,$$

$$z'_{1k}(0) = A\Omega_k \cdot 1 + B\Omega_k \cdot 0 = 0, \text{ значить } A = 0; B \neq 0.$$

$$z_0 = B - \left(\frac{\pi k}{l}\right)^2 \cdot \frac{T_E}{m \cdot \Omega_k^2} \cdot z_0, z_0 \cdot \left[1 + \left(\frac{\pi k}{l}\right)^2 \cdot \frac{T_E}{m \cdot \Omega_k^2}\right] = B$$

$$z_{1k}(t) = \left[1 + \left(\frac{\pi k}{l}\right)^2 \cdot \frac{T_E}{m \cdot \Omega_k^2}\right] \cdot z_0 \cdot ch\Omega_k t - \left(\frac{\pi k}{l}\right)^2 \cdot \frac{T_E}{m \cdot \Omega_k^2} \cdot z_{0k}$$

$$z_{1k}(t) = \left[1 + \left(\frac{\pi k}{l}\right)^2 \cdot \frac{T_E}{m \cdot \Omega_k^2}\right] \cdot ch\Omega_k t - \left(\frac{\pi k}{l}\right)^2 \cdot \frac{T_E}{m \cdot \Omega_k^2} \cdot z_{0k}$$

$$z_{1k}(t) = \left[1 + \left(\frac{\pi k}{l}\right)^2 \cdot \frac{T_E}{m \cdot \Omega_k^2} \cdot (ch\Omega_k t - 1)\right] \cdot z_{0k}. \quad (49)$$

Після побудови рішень у формі (46) або (49), які відповідають початковим умовам $z_{1k}(0) = z_{0k}$, $z'_{1k}(0) = 0$, фактично отримуємо остаточні рішення, індекс k характеризує вид форми втрати стійкості балки-смужки із поверхневих шарів. Так як ця балка, що деформується, в прийнятих межах довжин є «умовною», і при цьому більш ранні дослідження [1] показали, що довжина балки-смужки на пружній підставі, схильної до деформації, має число на півхвиль $k = 2,41$ (приймаємо для розрахунків $k = 2$ (або 3)), а довжина напівхвилі залежить від фізичних властивостей зовнішніх та внутрішніх шарів смуги [1]. Для цього випадку коефіцієнт перевантаження при додатку стискаючого зусилля T задовольняє нерівності $n < k$. Тоді рішення (38) отримуємо у вигляді (46). Отримане рішення (46) буде обмеженим та стійким.

Для розрахункового випадку, поданого рівнянням (38), за умови $k < n$, перевантаження поздовжнього зусилля T (стосовно сили T_E) може бути значним, у цьому випадку $k = 2 \div 3$, а $n > 3$.

Судячи з характеру рішення (49) при $k < n$ прогини балки-смужки на пружній основі нарастають у часі і отже поверхневі шари балки-смужки поведуться нестійко.

Такі прояви місцевих навантажень при деформуванні зовнішніх шарів можуть призводити до утворення тріщин, сколів, крихкості поверхневих шарів.

У цьому полягає особливість взаємодії переднього краю штампу з деформаційною мікронерівністю (або сукупністю геометричних мікронерівностей). Причому, після того як штамп подолає цю деформаційну мікронерівність, на довжині, що дорівнює кроку цієї деформаційної мікронерівності, то штамп зустріне гребінь наступної мікронерівності і таким чином встановиться періодичний процес подолання деформаційних мікронерівностей на смузі. Виходячи з розглянутих міркувань, можна вважати процес ударної взаємодії мікронерівностей імпульсним, який повторюється з частотою утворення нових мікронерівностей. Подібний характер взаємодії

новоутворених і вже існуючих мікронерівностей може бути підтвердженням ударно-хвильової теорії тертя та зношування. В результаті ударної взаємодії штампу і мікронерівностей відбувається виникнення і проходження ударних (в основному поздовжніх) хвиль, від місця їх виникнення на смузі, до кінця смуги, що знаходиться позаду штампу, що рухається, і відбившись від цього кінця смуги, ударна хвиля рухається в напрямку переміщення штампу і далі відбившись від кінця смуги, що знаходиться попереду штампу, продовжує рухатися в протилежному напрямку руху штампу і відбившись від кінця смуги, що знаходиться позаду штампу продовжує рух вперед, після цього процес проходження хвиль багаторазово повторюється до їх повного згасання. Після завершення перехідного періоду проходження ударних хвиль обмеження, накладені на поперечні переміщення балки-смушки долаються, і тоді можна вважати $T = const$ [4], та рівняння (35), (36) описують динамічні процеси в поверхневих шарах балки-смушки.

Таким чином, не вникаючи в особливості подальшої взаємодії наступних деформаційних мікронерівностей зі штампом, і поки не описуючи хвильовий перехідний процес при проходженні штампу по мікронерівності, в результаті депланації поверхневих перерізів балки-смушки має місце безперервний деформаційно-хвильовий процес.

Крім того, на підставі викладеного можна стверджувати, що динамічний процес, що розглядається, є підтвердженням прояву ще й ударно-хвильової природи явищ, що супроводжують процеси тертя і зношування.

Також можна стверджувати, що ударно-хвильові ефекти при терті та зношуванні дозволяють трактувати гіпотезу Боудена і Тейбора про те, що тертя є результатом пластичного відтискання матеріалу та динамічного руйнування «містків зварювання» при «схоплюванні» мікронерівностей [5, 1]. У разі ударно-хвильового підходу за рахунок дисипації енергії в мікронерівності двох взаємодіючих деталей, відбувається саморозігрів і подальше схоплювання мікронерівностей на поверхнях, що труться. В результаті мікросхоплювання подальший рівномірний рух одного виробу по шорсткій поверхні іншого буде утруднено, при цьому відбувається раптове (короткочасне) призупинення руху деталей, з подальшим додатком поздовжнього навантаження, яке йде на руйнування «містків зварювання».

Ці процеси супроводжуються хвильовими ефектами, що протікають по всій довжині стрижня, і при цьому зусилля $T(x, t)$ до завершення перехідного періоду, під час руйнування «містків зварювання» також не є постійним [4].

Для з'ясування хвильових особливостей взаємодії штампу з напівпростором звернемося до хвильового завдання С. П. Тимошенко та розглянемо фронт поздовжніх хвиль. З метою спрощення постановки завдання вважатимемо, що превалюючими є поздовжні хвилі. Тому у вихідній системі рівнянь, що описують проходження пружних хвиль для балки С. П. Тимошенко [3], нехтуємо правими частинами рівнянь, і таким чином приходимо до поздовжніх коливань балки-смушки із зосередженою поздовжньою силою. Причому, згідно [4] на балку-смушку накладені поперечні обмеження у вигляді пружної основи та її реакції, зауважимо, що коефіцієнт відсічі пружної основи залежить як від пружних властивостей середовища, так і від форми втрати стійкості, як балки-смушки, так і самого пружного напівпростору, тобто балка-смушка зазнає поздовжніх деформацій і сприяє проходженню тільки пружних поздовжніх хвиль.

Значимо, що для завдання М. А. Лаврентьєва [4], допоки поздовжня сила T не подолає поперечні обмеження, балка-смушка знаходиться у прямолінійному недеформованому стані (до закінчення перехідного процесу), а перехідний процес виникає тільки тоді, коли штамп зустрічає опір у вигляді деформаційної мікронерівності, яка ще не утворилася (оскільки поздовжній вигин поки не проявився). Тому при розгляді поздовжнього (перехідного) хвильового процесу умовно вважаємо, що балка-смушка (стрижень) зустрічає опір у вигляді геометричних та деформаційних мікронерівностей, а також «містків зварювання», розташованих з кроком n_1 , обчисленим у [1].

Тоді хвильове рівняння (для опису поздовжніх коливань балки-смушки) запишемо:

$$m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = E_c F \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - T \delta(x - l), \quad (50)$$

де $\delta(x - l)$ – дельта функція Дірака; l – довжина умовного стрижня, згідно [4].

Розкладемо δ функцію до ряду за власними функціями вільних коливань стрижня [1]

$$\delta(x - l) = \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} C_k \cdot \sin \frac{\pi k x}{2l}, \quad (k = 1, 3, 5, \dots) \quad (51)$$

Дельта функцію застосовуємо тому, що задана сила T є дискретною, доданою в точці A , на відстані l від початку координат (рис. 3). Коефіцієнти розкладання

$$C_k = \frac{2}{l} \int_0^l \delta(x - l) \cdot \sin \frac{\pi k x}{2l} \cdot dx = \frac{2}{l} \cdot (-1)^{\frac{k-1}{2}}, \quad (52)$$

оскільки має місце інтеграл [7]

$$\int_0^l \varphi(z) \cdot \delta(z - z_1) \cdot dz = \varphi(z_1).$$

Тоді рівняння (50) набуває вигляду

$$m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = E_c F \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{2T}{l} \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \sin \frac{\pi k x}{2l} (-1)^{\frac{k-1}{2}}. \quad (53)$$

Розв'язання рівняння (50) або (53) представимо у вигляді розкладання за власними функціями задачі $\sin \frac{\pi k x}{2l}$

$$y(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} u_k(t) \sin \frac{\pi k x}{2l}, \quad (k = 1, 3, 5, \dots) \quad (54)$$

Після підстановки (54) у рівняння (53) отримаємо

$$\ddot{u}_k + a^2 \left(\frac{\pi k}{2l} \right)^2 u_k = - \frac{2T}{ml} (-1)^{\frac{k-1}{2}}, \quad (k = 1, 3, 5, \dots), \quad (55)$$

де $a^2 = \frac{E_c F}{m}$ – квадрат швидкості розповсюдження поздовжніх хвиль.

Можна показати, що коріння характеристичного рівняння (55) буде чисто уявним, тоді загальне рішення (55) представимо у вигляді

$$u_k(t) = C_1 \cdot \sin \frac{\pi k}{2l} at + C_2 \cdot \cos \frac{\pi k}{2l} at + A_k, \quad (56)$$

за початкових умов $u_k(0) = \dot{u}_k(0) = 0$

$$\dot{u}_k(t) = C_1 \cdot \frac{\pi a k}{2l} \cdot \cos \frac{\pi k}{2l} at - C_2 \cdot \frac{\pi a k}{2l} \cdot \sin \frac{\pi k}{2l} at, \quad (57)$$

$$\dot{u}_k(0) = C_1 \cdot \frac{\pi a k}{2l} \cdot 1 - C_2 \cdot \frac{\pi a k}{2l} \cdot 0.$$

Після використання початкових умов (57) отримуємо $C_1 = 0$, $C_2 \neq 0$. І, оскільки A_k – часткове рішення (55), то шукаємо це рішення, припускаючи $A_k = const$ за формою правої частини.

Після визначення A_k з (55) знаходимо C_2 з (57)

$$A_k = - \frac{2T}{ml} \cdot \frac{4l^2}{\pi^2 a^2 k^2} = - \frac{8Tl(-1)^{\frac{k-1}{2}}}{m\pi^2 a^2 k^2}, \quad (58)$$

тоді

$$u_k(t) = C_2 \cdot \cos \frac{\pi k}{2l} at = \frac{8Tl(-1)^{\frac{k-1}{2}}}{m\pi^2 a^2 k^2} \cdot \cos \frac{\pi k}{2l} at, \quad (59)$$

$$\text{де } C_2 = \frac{8Tl(-1)^{\frac{k-1}{2}}}{m\pi^2 a^2 k^2}$$

$$y(x, t) = \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{8Tl(-1)^{\frac{k-1}{2}}}{lm\pi^2 a^2 k^2} \cdot \left(\cos \frac{\pi k}{2l} at - 1 \right) \sin \frac{\pi kx}{2l}, \quad (60)$$

$$y_{max} = \frac{2Tl}{EF}, \quad (61)$$

тобто при раптовому додатку навантаження, переміщення торця стрижня вдвічі більше, ніж при статичному навантаженні.

У разі розгляду хвильового перехідного процесу в балці-смужці із зовнішніх шарів матеріалу деталі, можна показати, що поздовжнє зусилля $P(x, t)$ за довжиною деталі та за часом (при $T = const$) буде змінним, доки не закінчиться перехідний процес.

$$P(x, t) = E_c F \frac{\partial y}{\partial x} = E_c F \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{8T}{m\pi a^2} \cdot \frac{(-1)^{\frac{k-1}{2}}}{k} \left(\cos \frac{\pi k}{2l} at - 1 \right) \cos \frac{\pi kx}{2l}, \quad (62)$$

Так як

$$\sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{k-1}{2}}}{k} = \frac{\pi}{4}, \quad (63)$$

тоді

$$P(x, t) = E_c F \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{2T}{ma^2} \cdot \left(\cos \frac{\pi k}{2l} at - 1 \right) \cos \frac{\pi kx}{2l}, \quad (64)$$

При розгляді рівняння поздовжніх коливань і поширення пружних деформаційних хвиль (50), (55) передбачалося, що постійна поздовжня сила T була раптово прикладена на відстані l від початку координат (рис. 3), рівняння (50) і допоміжне рівняння (55) були представлені у загальному вигляді під впливом зовні прикладеної дотичної сили T . Така схема застосування активного навантаження може бути характерна для балки-смужки в рухомій системі координат, навантаженої не раптово прикладеною силою, а імпульсним навантаженням, яке прикладається до ізольованої мікронерівності протягом дуже короткого проміжку часу t_1 . У такій постановці завдання буде квазістатичним, де ударний імпульс рухається зі швидкістю переміщення штампу (і швидкістю переміщення рухомої системи координат) V . Якщо ж розглянути процес взаємодії мікронерівності з джерелом імпульсу сили в нерухомій системі координат, то це буде процес, що багаторазово повторюється, з періодом, рівним кроку розташування сусідніх мікронерівностей 2λ , які долаються зі швидкістю V . Розглянемо взаємодію першої деформаційної нерівності з передньою кромкою штампу. Після закінчення часу подолання кроку між першою та другою мікронерівностями 2λ , до другої мікронерівності буде додане імпульсне навантаження з коефіцієнтом динамічності (перевантаження) $n \geq 2$. Таким чином навантажуватимуться всі наступні мікронерівності. Це навантаження буде представлено імпульсними δ -функціями, рис. 3, 4 як по довжині балки-смужки (рис. 3), так і в часі (рис. 4) $T(t) = T[\delta(t) - \delta(t - t_1)]$.

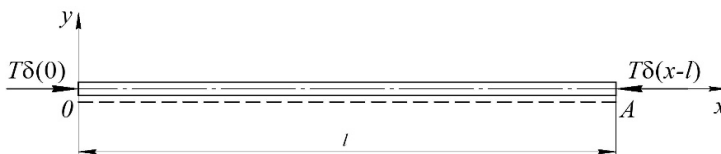


Рис. 3. Схема умовного стрижня із зовнішніх шарів деталі з обмежувачами поперечних деформацій

T – стискаюча сила; $\delta(x-l)$, $\delta(0)$ – дельта функція Дірака; l – довжина умовної балки (рівна довжині деформаційної напівхвилі λ).

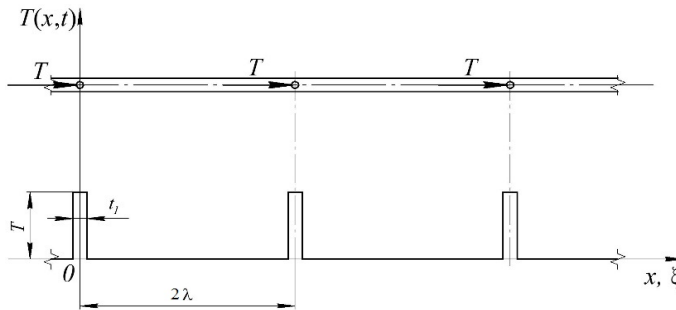


Рис. 4. Додаток періодичного навантаження до балки-смужки

λ – довжина однієї напівхвилі деформації балки-смужки; $\theta = 2\lambda/V$ – період ударних впливів; T – амплітудне значення силового впливу; t_1 – тривалість дії ударного імпульсу ($t_1 \approx 0,1\theta$).

З урахуванням подання періодичного імпульсного навантаження $T(t)$ запишемо рівняння (55) у вигляді

$$\ddot{u}_k + a^2 \left(\frac{\pi k}{2l} \right)^2 u_k = - \frac{2T(t)}{ml} (-1)^{\frac{k-1}{2}}. \quad (65)$$

Введемо позначення $\omega_k^2 = a^2 \left(\frac{\pi k}{2l} \right)^2$, тоді

$$\ddot{u}_k + \omega_k^2 \cdot u_k = - \frac{2T(t)}{ml} (-1)^{\frac{k-1}{2}}. \quad (66)$$

Для вирішення подібних систем, з урахуванням чинного імпульсного навантаження в джерелі [7] застосовано операційний метод рішення, згідно з яким замість рівняння (65) або (66) розглядаємо його зображення за Лапласом разом із початковими умовами

$$(S^2 + \omega_k^2) \cdot u_k(S) = u_{k0}S + \dot{u}_{k0} + \frac{2(-1)^{\frac{k-1}{2}}}{ml} \cdot T(S), \quad (67)$$

де S – комплексна змінна.

Далі здійснюємо перехід від зображення функції до її оригіналу

$$u_k(t) = u_{k0} \cdot \cos \omega_k t + \frac{\dot{u}_{k0}}{\omega_k} \cdot \sin \omega_k t + \frac{2(-1)^{\frac{k-1}{2}}}{ml} \cdot \int_0^t T(\tau) \sin \omega_k(t - \tau) d\tau. \quad (68)$$

Інтеграл (68) називається згорткою функцій [7].

Запишемо вираз для оригіналу функції $u_k(t)$ на інтервалі $0 \leq t \leq \theta$, за аналогією з [7], у вигляді

$$u_k(t) = u_{k0} \cdot \cos \omega_k t + \frac{\dot{u}_{k0}}{\omega_k} \cdot \sin \omega_k t + \frac{2(-1)^{\frac{k-1}{2}}}{m\omega_k^2} \cdot T[\cos \omega_k(t - t_1) - \cos \omega_k t]. \quad (69)$$

Для інших часових інтервалів рішення (69) також буде періодичним (інтервал $\theta \leq t \leq \infty$).

Зауважимо, що для періодичності рішення (69) необхідно, щоб початкові умови визначалися з додаткових умов періодичності $u_k(\theta) = u_{k0}$; $\dot{u}_k(\theta) = \dot{u}_{k0}$

$$u_k(t) = \frac{T \cdot \sin \omega_k \frac{t_1}{2}}{m\omega_k^2} \cdot (-1)^{\frac{k-1}{2}} \cdot \left[\frac{\cos \omega_k \left(t + \frac{\theta - t_1}{2} \right)}{\sin \omega_k \frac{\theta}{2}} + 2 \sin \omega_k \left(t - \frac{t_1}{2} \right) \right]. \quad (70)$$

З урахуванням значення ω_k отримаємо

$$u_k(t) = \frac{4Tl^2 \cdot \sin \omega_k \frac{t_1}{2}}{m\pi^2 a^2 k^2} \cdot (-1)^{\frac{k-1}{2}} \cdot \left[\frac{\cos \omega_k \left(t + \frac{\theta - t_1}{2} \right)}{\sin \omega_k \frac{\theta}{2}} + 2 \sin \omega_k \left(t - \frac{t_1}{2} \right) \right]. \quad (71)$$

$$y(x, t) = \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4Tl^2 \cdot \sin \omega_k \frac{t_1}{2} \cdot (-1)^{\frac{k-1}{2}}}{m\pi^2 a^2 k^2} \cdot \left[\frac{\cos \omega_k \left(t + \frac{\theta - t_1}{2} \right)}{\sin \omega_k \frac{\theta}{2}} + 2 \sin \omega_k \left(t - \frac{t_1}{2} \right) \right] \sin \frac{\pi k x}{2l}. \quad (72)$$

або

$$y(x, t) = \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{Tl^2 \cdot (-1)^{\frac{k-1}{2}} \cdot \sin \omega_k \frac{t_1}{2}}{2ma^2} \cdot \left[\frac{\cos \omega_k \left(t + \frac{\theta - t_1}{2} \right)}{\sin \omega_k \frac{\theta}{2}} + 2 \sin \omega_k \left(t - \frac{t_1}{2} \right) \right] \sin \frac{\pi k x}{2l}. \quad (73)$$

При перетворенні (72) до виду (73) врахуємо значення ряду $\sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{8}$.

Рішення (73) записано для одного періоду взаємодії передньої кромки штампку з вершиною однієї деформаційної мікронерівності, в інтервалі $0 \leq t \leq \theta$. Після взаємодії з цією мікронерівністю, попереду штампку утворюються нові мікронерівності, і тому після закінчення кожного наступного періоду процесу настає взаємодія з наступною мікронерівністю, і так безперервно в міру переміщення штампку по балці-смужці. Тобто при русі створюється постійне тло ударних хвиль різних частот (у тому числі і звукових хвиль) і різної інтенсивності, отже, процеси тертя та зношування супроводжуються постійним проходженням хвильового фронту широкого спектру. Зазначимо, що процеси тертя та зношування, в першу чергу, обумовлені деформаціями, що виникають попереду штампку, а потім ударною взаємодією цих деформаційних хвиль з вершинами деформаційних мікронерівностей у зустрічній деталі. Причому, що розглядається ударна взаємодія в масі всього стрижня викликає незатухаючий перехідний процес.

Особливості взаємодії рухомих деталей при терті та зношуванні дозволяють трактувати фрикційні процеси, як з позиції деформаційно-хвильової гіпотези тертя та зношування, так і ударно-хвильової гіпотези тертя та зношування, яка була сформульована професором А. І. Бажалом для опису процесів взаємодії деталей перфраторів [9].

Як було нами встановлено ударно-хвильові процеси супроводжують всі види взаємодії при терті та зношуванні і тому мають загальний характер.

З іншого боку, відома гіпотеза Ф. П. Боудена і Д. Тейбора [5] про те, що тертя є процесом руйнування містків зварювання, що виникають при схоплюванні поверхонь, що стикаються, отримує ударно-хвильове обґрунтування.

У процесі руху штампку по балці-смужці (попереду штампку) виникають деформаційні мікронерівності, які через кілька часток секунди виполажуються поверхнею штампку (хвилястою або гладкою) у місцях взаємодії мікронерівностей. В результаті розсіювання кінетичної енергії руху відбувається саморозігрів виступаючих елементів мікронерівностей, до настання ефекту схоплювання їх вершин. При цьому, до штампку, що переміщається, під час його руху «раптово» (при схоплюванні) прикладається постійна сила, яка призводить до руйнування містків зварювання, виникнення безперервних перехідних процесів, і розсіювання теплової енергії.

Таким чином, всі зазначені гіпотези прояви ефектів тертя та зношування призводять до втомного зношування та руйнування поверхневих шарів деталей.

У роботі [9] при розгляді машин ударної дії типу перфраторів та пневмоударників інтуїтивно було простежено зв'язок між ударними імпульсами при протіканні робочих процесів, поширенням пружних хвиль в елементах машини та їх впливом на тертя та зношування деталей машин, що розглядаються. Це послужило поштовхом до формування нової гіпотези процесів тертя та зношування – так званої ударно-хвильової гіпотези. З метою обґрунтування цієї гіпотези звернемося до процесу перебігу ударної взаємодії деформаційних мікронерівностей з передньою кромкою твердішого штампку. Розглядаємо навантаження балки-смужки дотичним зусиллям у місцях утворення

деформаційних виступів, тобто у місцях розташування вершин деформованої поверхні. При цьому до кожної наступної вершини навантаження прикладається раптово і після короткого часу докладання імпульсу сили навантаження зникатиме, але разом з тим почне поширюватися фронт поздовжніх ударних хвиль уздовж горизонтального стрижня, що розглядається. Після закінчення відрізка часу, що дорівнює періоду протікання одного циклу θ , що у лінійному переміщенні дорівнює довжині хвилі між деформаційними мікронерівностями. Після чого, процес «миттєвого» прикладання дотичного зусилля $T(t)$ до наступної деформаційної мікронерівності повториться і при подальшому переміщенні штампу встановиться імпульсний періодичний процес, який буде завершено по закінченню робочого періоду машини.

Для здійснення ударної взаємодії штампу та мікронерівності на деталі немає необхідності у виникненні автоколивальних режимів в області під штампом, тому достатньо утворення деформаційної хвилі в області перед штампом та подальшої її імпульсної взаємодії з переднім гребенем штампу. Причому імпульсний ударний процес може бути апроксимований не тільки імпульсною ступінчастою функцією, але і іншими швидкопротікаючими періодичними функціями часу.

Звернемося до розрахункової схеми поверхневих шарів балки (див. рис. 4), де балка-смужка представлена тонким прошарком на пружній Вінклерівській основі з коефіцієнтом відсічі β , і навантажена дотичними зусиллями (шматочно-лінійними) T , у місцях виникнення деформаційних мікронерівностей, що віддаляються один від одного з кроком 2λ . При цьому у рівняння руху балки-смужки включені сили інерції балки, а також вертикальні реакції пружної основи.

Приймаємо, що дотична (імпульсна) сила прикладена до балки-смужки раптово, тобто в момент вихідної рівноваги балки, поздовжні зусилля не враховуємо при визначенні власної частоти коливальних пружної системи. Це навантаження (імпульсне) буде враховано у вигляді зовнішнього навантаження.

За таких передумов запишемо рівняння рівноваги балки з поверхневих шарів смуги за аналогією до формули (1)

$$E_c I \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \beta y + T \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0. \quad (74)$$

Рішення (74) шукаємо у вигляді:

$$y(x, t) = \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} z_k(t) \cdot \sin \frac{\pi k x}{2l}. \quad (75)$$

Після підстановки (75) у рівняння (74) будемо мати:

$$E_c I \left(\frac{\pi k}{l}\right)^4 \cdot z_k(t) + m \cdot \ddot{z}_k(t) + \beta \cdot z_k(t) - T \left(\frac{\pi k}{l}\right)^2 \cdot z_k(t) = 0, \quad (76)$$

У виразі (76) $T(t)$ – поздовжня стискаюча сила, яка раптово прикладається до деформаційної мікронерівності, тобто при $t = 0$, $T = 0$ ($T = T(t)$, коли $t = +0$).

Введемо такі позначення:

$$F_k(t) = \left(\frac{\pi k}{l}\right)^2 \cdot T - \text{узагальнена поздовжня сила (шматочно-лінійна);}$$

$\omega_k^2 = \frac{E_c I}{m} \left(\frac{\pi k}{l}\right)^4 + \frac{\beta}{m}$ – квадрати власних частот вільних коливальних ненавантаженої балки-смужки.

Балка-смужка, згідно (76) навантажена параметричним зусиллям, тому для розв'язання цього рівняння треба використати складний математичний апарат. На першому етапі досліджень скористаємось спрощеним варіантом (76) у вигляді (77).

З урахуванням позначень отримаємо

$$\ddot{z}_k + \omega_k^2 \cdot z_k = \frac{1}{m} \cdot F_k(t). \quad (77)$$

Оскільки функція $F_k(t)$ характеризує імпульсний вплив на мікронерівності, то для вирішення рівняння (77) зручно застосувати методи операційного обчислення [8]. Від рівняння (77) перейдемо до його зображення (де S – деякий комплексний параметр); z_{k0}, \dot{z}_{k0} – початкові умови задачі)

$$(S^2 + \omega_k^2) \cdot \underline{z}_k(S) = z_{k0} \cdot S + \dot{z}_{k0} + \frac{1}{m} \cdot \underline{F}_k(S), \quad (78)$$

Тоді рішення рівняння у зображеннях матиме вигляд

$$\underline{z}_k(S) = z_{k0} \cdot \frac{S}{S^2 + \omega_k^2} + \frac{\dot{z}_{k0}}{S^2 + \omega_k^2} + \frac{1}{m(S^2 + \omega_k^2)} \cdot \underline{F}_k(S), \quad (79)$$

Далі переходимо до оригіналу $\underline{z}_k(S) \rightarrow z_k(t)$, тоді отримаємо

$$z_k(t) = z_{k0} \cdot \cos \omega_k t + \frac{\dot{z}_{k0}}{\omega_k} \cdot \sin \omega_k t + \frac{1}{m \omega_k} \cdot \int_0^t F_k(\tau) \cdot \sin \omega_k(t - \tau) d\tau, \quad (80)$$

Інтеграл (80) від добутку двох функцій є згортокою цих функцій.

Для функції, складеної з імпульсів, що періодично повторюються $F_k(t)$ необхідно отримати періодичні рішення із підібраних початкових умов (двох додаткових умов періодичності)

$$z_{k0} = z_k(0); \dot{z}_{k0} = \dot{z}_k(0). \quad (81)$$

Використовуючи правило пошуку зображень для періодичної функції « δ » – функції [8], запишемо вирази цих величин, оскільки

$$F_k(t) = F_k[\delta(t) - \delta(t - t_1)], \quad (82)$$

то

$$\underline{F}_k(S) = \frac{F_k(1 - e^{-St_1})}{S(1 - e^{-S\theta})}, \quad (83)$$

Тоді зображення рішення $\underline{z}_k(S)$ має вигляд

$$\underline{z}_k(S) = \frac{S z_{k0} + \dot{z}_{k0}}{S^2 + \omega_k^2} + \frac{F_k(1 - e^{-St_1})}{m S (1 - e^{-S\theta})(S^2 + \omega_k^2)}. \quad (84)$$

Переходячи від зображення функції $\underline{z}_k(S)$ до оригіналу $z_k(t)$ отримаємо рішення в межах одного періоду $0 \leq t \leq \theta$

$$z_k(t) = z_{k0} \cdot \cos \omega_k t + \dot{z}_{k0} \cdot \frac{1}{\omega_k} \cdot \sin \omega_k t + \frac{(\pi k)^2}{m \omega_k^2 t^2} \cdot T[\cos \omega_k(t - t_1) - \cos \omega_k t]. \quad (85)$$

Якщо знехтувати перехідним режимом при коливаннях, тобто вважати початкові умови нульовими, то отримаємо

$$z_k(t) = \frac{\pi^2 k^2 T [\cos \omega_k(t - t_1) - \cos \omega_k t]}{m l^2 \left[E_{cl} \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + \beta \right]}. \quad (86)$$

Звертаючись до рішення (76) або (77) у вигляді (85) та початкових умов в інтервалі зміни $z_k(t)$ від $t = 0$ до $t = \theta$, тобто значення функції на початку та наприкінці інтервалу, виходячи з умов періодичності, повинні збігатися:

$$z_{0k} = \frac{\pi^2 k^2 T [1 - \cos \omega_k \theta + \cos \omega_k(\theta - t_1) - \cos \omega_k t_1]}{2 l^2 \left[E_{cl} \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + \beta \right] (1 - \cos \omega_k \theta)}, \quad (87)$$

$$\dot{z}_{0k} = \frac{\pi^2 k^2 T [\sin \omega_k \theta - \sin \omega_k(\theta - t_1) - \sin \omega_k t_1]}{2 l^2 \left[E_{cl} \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + \beta \right] (1 - \cos \omega_k \theta)}. \quad (88)$$

З урахуванням початкових умов (87), (88) періодичне рішення (85) набуде вигляду

$$z_k(t) = \frac{\pi^2 k^2 T \cdot \sin \omega_k \frac{t_1}{2}}{l^2 \left[E_{cl} \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + \beta \right]} \cdot \left[\frac{\cos \omega_k \left(t + \frac{\theta - t_1}{2} \right)}{\sin \omega_k \frac{\theta}{2}} + 2 \sin \omega_k \left(t - \frac{t_1}{2} \right) \right]. \quad (89)$$

Відповідно до формули (89) знайдемо прогин поверхневих шарів при їх поздовжньому вигині, під дією дотичних сил, обумовлених вагою штампу та характеристикою тертя між смугою та штампом ($N = fP$)

$$y(x, t) = \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\pi^2 k^2 T \cdot \sin \omega_k \frac{t_1}{2}}{l^2 \left[E_c I \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + \beta \right]} \cdot \left[\frac{\cos \omega_k \left(t + \frac{\theta - t_1}{2} \right)}{\sin \omega_k \frac{\theta}{2}} + 2 \sin \omega_k \left(t - \frac{t_1}{2} \right) \right] \sin \frac{\pi k x}{2l}. \quad (90)$$

При пластичному деформуванні тонких поверхневих шарів деталей, що взаємодіють, спостерігаються їх деформаційні зміщення, причому ці величини залежать від режимів взаємодії, тривалості періодів навантаження, умов прослизання та ін.

У ряді експериментів визначено ступінь пластичності деформованих деталей, що взаємодіють [2]. Це говорить про те, що має місце не пружна, а пластична поведінка матеріалів у тонких поверхневих шарах. З огляду на швидкоплинність деформаційних процесів, врахувати перебіг матеріалів (при повзучості) за короткі проміжки часу неможливо. Реально можливо врахувати модулі пружності штампу і смуги, що змінюються, під впливом високих температур, для чого рекомендується використовувати наведені модулі пружності за теорією Кармана або Шенлі [2].

Як відомо [11] у процесі тертя і зношування контактуючих пар попереду штампу, що рухається, розвивається деформаційно-хвильовий процес на балці-смужці. Хвильова деформація проявляється у вигляді утворення гофрованої поверхні на частині напівпростору, розташованої попереду штампу, що рухається [11]. Як показують експерименти [11], поперечні перерізи деформованих поверхонь є синусоїди або близькі до них криві. При цьому більш тверді кромки штампу, або розташовані на штампі поперечні мікронерівності увійдуть до контакту з відповідними мікронерівностями на смузі. Для певності передня (тверда) кромка штампу зустрічається послідовно з поперечними мікронерівностями на смузі.

Взаємодія кромки штампу з мікронерівностями смуги відбувається циклічно з кроком, що дорівнює відстані між вершинами суміжних мікронерівностей. 2λ.

Ми відволікаємось від особливостей взаємодії смуги зі штампом, тобто не враховуємо можливості самозбудження коливань під штампом і смугою, де джерелом виникнення фрикційних автоколивань може бути змінний характер сил тертя між елементами пари, що контактують. Разом з тим, крім характеристики тертя є інше джерело для імпульсного навантаження деформаційних мікронерівностей, яким є трансформована кінетична енергія штампу, що рухається, в циклічно повторювані імпульси дотичних зусиль за час впливу на вершини деформаційних мікронерівностей. цей імпульсний процес призводить до проходження ударних хвиль по смузі та самої деталі (при їх значній протяжності для лінійної форми деталі, або нескінченної протяжності для круглій або кільцевої деталі). Тому процес проходження ударних хвиль супроводжуватиме весь робочий цикл взаємодії цієї пари. Причому через період чергова мікронерівність взаємодітиме зі штампом. У цьому випадку перша хвиля може пройти один або кілька циклів по смузі і зустрінеється з другою хвилею і далі зустрінеється з наступними хвилями і таке інше. Іншими словами, що виникає деформаційно-хвильовий процес, який відбувається за рахунок стиснення поверхневих шарів деталей попереду штампу (а краще сказати їх зсуву), в моменти раптового застосування навантажень з коефіцієнтом динамічності ($k = 2$), при подальшому проходженні штампу по мікронерівностям, що утворилися, викликає імпульсну взаємодію з мікронерівностями, що призводить до безперервного проходження фронтів поздовжніх хвиль (у тому числі і звукового спектру) в межах балки-смужки і самої деталі в цілому. Таким чином, можна абстрагуватися від чотирьох загально визначених теорій тертя та зношування [5], і розглядати тільки

деформаційно-хвильову та ударно-хвильову теорію, які виявляються за будь-яких взаємодій контактуючих деталей. Так, спочатку проявляється аспект деформаційно-хвильової теорії, що зумовлює прояв ударно-хвильової теорії, причому ці процеси мають місце як при статичних, так і динамічних фрикційних взаємодіях кінематичних пар. Тому, в даному випадку, немає потреби в наявності ударних механізмів та інших деталей, що взаємодіють при ударних навантаженнях. Таким чином, ударно-хвильова теорія тертя та зношування мають більш загальний характер (і ширше застосування) ніж це було анонсовано в [8].

Важливою особливістю при розгляді аспектів прояву ударно-хвильової теорії є наступні моменти – при взаємодії деталей механічна енергія їх руху трансформується в теплову, яка при розсіюванні викликає їхнє нагрівання та зміну фізичних властивостей, таких як модуль пружності, межа міцності, межа плинності, межа витривалості.

Матеріали пари, що труться, переходять в пружно-пластичний або пружно-в'язкий стан, при цьому матеріал на майданчику контакту між штампом і смугою і попереду майданчика контакту стає більш пластичним і легше піддається деформаціям, які можуть бути залишковими. Зауважимо, що при незначній кількості циклів навантаження смуги штампом або смуги роликком (або двох взаємодіючих роликів) буде спостерігатися виражений ефект місцевого зміцнення, такий як при виконанні технологічних операцій холодна прокатка, накатка, волочіння, обробка дробом або інших аналогічних методів поверхневого зміцнення [10, 11]. Коли ж кількість циклів навантаження пари буде досить великою і при цьому виникне перенаклеп взаємодіючих поверхонь, то на цих поверхнях виникають «помітні» хвилі деформації, і їхній ефект буде яскраво виражений, який проявляється у втомному деформаційному зносі з утворенням гофрованих поверхонь на ділянках взаємодії деталей [11]. У процесі розгляду поздовжньої стійкості поверхневих шарів деталей була прийнята розрахункова схема шарнірно опертої балки на пружній підставі, яка прогинається по двох (або трьох) напівхвилях. При такій постановці задачі спостерігається циклічний (поперечний) процес навантаження поверхневих шарів.

В силу невідповідності поперечних деформацій поверхневих і підповерхневих шарів деталі при великій кількості циклів навантаження спостерігається зниження підтримуючого ефекту пружної основи, за аналогією із завданням про раптове додаткове навантаження до стрижня звільненому від поперечних реакцій [4], в нашому випадку пружної основи. Тому прогини поверхневих шарів деталей зростатимуть у зв'язку зі зниженням механічних характеристик поверхневих та підповерхневих шарів при місцевому нагріванні та зниження ефективності пружної основи. Таким чином, поверхневі шари деталей після отримання певної кількості циклічних навантажень втрачають поздовжню стійкість вже при менших поздовжніх навантаженнях $T_c < T_{кр}$.

Оцінимо зміну амплітуд деформаційних хвиль виходячи із співвідношень (21), (23).

Використовуючи формули для h та l_2 [1, 10] з (21) отримаємо

$$A^0 = \frac{2}{k\pi} \cdot \frac{fPl_1k \cdot \sqrt[3]{E_c l}}{\sqrt{P} \cdot E_c \cdot \sqrt[3]{E}} = \frac{2}{\sqrt{k\pi}} \cdot \frac{f \cdot \sqrt{P\sigma_m} \cdot l_1}{E_c} \cdot \sqrt[3]{\frac{E_c l}{E}} \quad (91)$$

З аналізу формули (91) для визначення амплітуд деформаційних хвиль впливає, що амплітуди зростають пропорційно до кореня четвертого ступеня з вертикального навантаження. P та межі плинності σ_m матеріалу балки-смужки, а також кореню квадратному з товщини балки-смужки h та коефіцієнта тертя

ковзання між взаємодіючими деталями f . При цьому амплітуди деформації поверхневих шарів обернено пропорційні кореню квадратному з модуля пружності матеріалу цих шарів E_c (внаслідок нанесення покриття або поверхневого зміцнення), який зменшується на $15 \div 25\%$ і більше при температурному спалаху в результаті розсіювання механічної енергії в процесі взаємодії пари, що контактує (має місце більш плавне зростання амплітуди мікронерівностей). Крім того, амплітуди деформаційних мікронерівностей стрибкоподібно зростуть при «перескоку» деформації пружної лінії балки-смужки з двох напівхвиль ($k = 2$) на одну напівхвилю ($k = 1$), у момент відриву поверхневих шарів від пружної основи і руйнування балки-смужки, що починається при цьому, у зв'язку з порушенням пружного контакту з підповерхневими шарами (E).

У формулі (91) для визначення амплітуд деформаційної хвилі було прийнято статичний варіант навантаження ($V = 0$). Якщо розглядати рухи штампу зі швидкістю $V \neq 0$, то динамічне зусилля

$$T_d = (fP + mV^2), \quad (92)$$

або

$$T_d = \left(1 + \frac{mV^2}{fP}\right) \cdot T_c. \quad (93)$$

Виходячи з цих міркувань динамічні амплітуди деформаційних хвиль можна подати у вигляді

$$A_o^d = \frac{2}{k\pi} \cdot \sqrt{\frac{(fP+mV^2)l_1l_2}{E_c h}} = \frac{2}{\sqrt{k\pi}} \cdot \sqrt{(fP + mV^2)l_1} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_m}{P}} \cdot \sqrt[3]{\frac{E_c I}{E}}, \quad (94)$$

де k – число напівхвиль деформації на ділянці балки завдовжки l_2 .

При обмежених швидкостях ковзання « V » та малій погонній масі поверхневих шарів (для тонких покриттів) « m » значення амплітуди деформації поверхневих шарів зростатимуть незначно (A^o , A^d).

Разом з тим, якщо вплив подвоєної кінетичної енергії елемента погонної маси поверхневого шару задовольнятиме нерівності $mV^2 \gg fP$, то амплітуди хвиль деформації зростатимуть практично пропорційно зростанню швидкості переміщення штампу.

Також для оцінки зниження несучої здатності швидкісної кінематичної пари необхідно порівнювати величини діючих зусиль у виразах (91), (94) з виразами для критичної сили $T_{кр}^E$ (або $T_{кр}^D$, результати розрахунків будуть достовірними, якщо $T_c < T_{кр}^E < T_{кр}^D$).

Перетворюємо вираз для критичної сили $T_{кр}^{D*}$ (16) з урахуванням значень I , l_2 , r , α на вираз:

$$T_{кр}^{D*} = E_c I \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{E}{4E_c I}\right)^2} + \frac{E}{2} \cdot \sqrt[3]{\frac{4E_c I}{E}}. \quad (95)$$

В результаті подальших перетворень отримаємо

$$T_{кр}^{D*} = \frac{3}{4} \cdot E \cdot \sqrt[3]{\frac{4E_c I}{E}}. \quad (96)$$

Так як $I = \frac{bh^3}{12}$, то критична сила $T_{кр}^{D*}$ може бути виражена через товщину ущільненого шару h . Якщо величина h визначено орієнтовно, то виразимо значення h через вертикальне навантаження на штамп P , та межу плинності матеріалу шару σ_m (при цьому b – ширина балки-смужки, приймаємо $b = 1$)

$$T_{\text{кр}}^{D*} = \frac{3}{4} \cdot Eh \cdot \sqrt[3]{\frac{E_c b}{3E}} = \frac{3}{4} \cdot E \cdot \sqrt{\frac{P}{\sigma_m}} \cdot \sqrt[3]{\frac{E_c b}{3E}}. \quad (97)$$

З урахування впливу пружних властивостей балки-смужки та відсічі пружної Вінклерівської основи внесок у загальну стійкість поверхневих шарів буде вдвічі більше у пружної основи, ніж від пружного впливу самої балки. Отже, при зниженні відсічі пружної основи поздовжня стійкість балки-смужки може бути зменшена в межах до 66%.

Якщо слідувати залежності (17), то вираз для критичної сили по Ейлеру набуде вигляду:

$$T_{\text{кр}}^{E*} = \frac{3}{4} \cdot Eh \cdot \sqrt[3]{\frac{E_c b}{3E}} - mV^2. \quad (98)$$

Як видно з виразу (98) при зниженні жорсткості пружного зв'язку основи з поверхневими шарами та збільшенням швидкості руху штамп, значення $T_{\text{кр}}^{E*}$ може суттєво знизитися.

Зазначимо, що обчислення величин A^o , A^d , $T_{\text{кр}}^{E*}$ необхідно проводити з урахуванням значень наведених модулів пружності по Карману – E^* або Шенлі – E^{**} [2].

Також зазначимо, що величина l_1 у формулах (91), (94) приймається рівною довжині плоского штамп, якщо штамп являє собою циліндричний ролик, то довжина його площі контакту згідно [12] знаходиться в межах

$$2 \cdot \sqrt{\frac{2(1-\mu^2)PR}{\pi E_c}} \cdot \frac{\beta}{\alpha} \leq l_1 \leq 2 \cdot \sqrt{\frac{2(1-\mu^2)PR}{\pi E_c}}, \quad (99)$$

де α , β – реологічні параметри балки-смужки ($\alpha > \beta$); R – радіус ролика; μ – коефіцієнт Пуассона.

Якщо у процесі тертя відбудеться саморозігрів деталей, то проявляється в'язкопружні властивості матеріалів цих деталей.

При цьому величина наведеного модуля зменшиться, а довжина площі контакту l_1 для ролика зросте.

З метою отримання достовірних результатів щодо амплітуд деформаційних хвиль необхідно, щоб дотичне навантаження у формулах (91), (94) не перевищувало критичної сили по Ейлеру $T_{\text{кр}}^{E*}$.

Тоді згинальні деформації балки-смужки будуть докритичними, і тому вони будуть прогнозованими, тому що матеріал балки смужки в цьому випадку слідує закону Гука.

Перейдемо до подальшого обґрунтування ударно-хвильової теорії тертя та зношування. Як впливає з роботи [9] та інших більш ранніх робіт автора (спільно з авторським колективом), ці дослідження проводилися на ударних машинах, таких як перфоратори та пневмоударники, з високою частотою імпульсного впливу, що становить для машин першої групи $\tau_1 > 60$ 1/хв, та для машин другої групи $\tau_2 > 1000$ 1/хв. При цьому дослідниками встановлено, що процес роботи бурильної машини супроводжується безперервним проходженням ударних хвиль через ударний механізм та корпус машини зі швидкістю

$$a = \sqrt{\frac{E_c}{\rho}}, \quad (100)$$

(де ρ – щільність матеріалу поверхневих шарів балки-смужки).

Зазначимо, що під час руху поршня ударного механізму із частотами τ_1 , τ_2 (або іншими їх значеннями), на бічних поверхнях деталей, що стикаються, утворюються

деформаційні хвилі, періодичність повторення яких відповідає кроку розташування кільцевих мікронерівностей, віднесеному до лінійної швидкості рухомої деталі.

Враховуючи те, що лінійні швидкості переміщення поршня бурильної машини можуть бути дуже високими, а в ряді випадків збігатися зі швидкостями переміщення фронту ударних хвиль, то чим ближче за величиною виявляться швидкості цих хвильових процесів, тим ближчі ці процеси будуть перебувати станом хвильового резонансу.

Таким чином, при терті і зношуванні рухомих сполук, попереду деталі, що рухається, розвиваються деформаційні мікронерівності, які відразу можуть зруйнуватися, у разі виникнення значних деформацій цих мікронерівностей. Якщо такого руйнування не сталося, то штамп, що рухається назустріч цим мікронерівностям, зрівнює або зрізає їх вершини.

У роботі встановлено, що при терті та зношуванні спільно виявляються ефекти як деформаційно-хвильової так і ударно-хвильової гіпотез тертя та зношування.

Висновки:

1. Розглядаючи завдання взаємодії двох рухомих деталей під впливом «рухомих» дотичних навантажень встановлено, що у деяких діапазонах зміни швидкості взаємодії деталей їх деформації зростають пропорційно цієї швидкості взаємодії.

2. У роботі встановлено, що значне зростання прогинів смуги під штампом (вантажем) має місце тоді, коли швидкість пересування вертикального та дотичного навантажень (ваги штампку та сили тертя) наближається до швидкості переміщення фронту ударних пружних хвиль.

3. Авторами показано, що переміщення рухомої деталі викликає попереду її безперервний хвильовий процес, обумовлений проявом деформації «стиснений» зсув у зоні, що випереджає пляму контакту деталей.

Цей хвильовий процес представляє прояв деформаційно-хвильової теорії при терті та зношуванні.

4. Базуючись на прояві деформаційно-хвильових процесів при терті і зношуванні робимо висновок, що деформаційні мікронерівності, що утворилися, є періодично діючими перешкодами для рухомого штампку. При зустрічі штампку та деформаційних мікронерівностей відбувається ударна взаємодія, яка поширюється вздовж протяжної деталі, викликає безперервний ударно-хвильовий процес, що супроводжується цілою гамою ударно-хвильових взаємодій, що підтверджує прояв ударно-хвильових процесів за будь-яких видів взаємодії рухомих деталей.

5. У цій публікації показано, що при терті та зношуванні деталей має місце прояв як деформаційно-хвильової, так і ударно-хвильової теорії тертя та зношування. При цьому багато положень інших теорій тертя та зношування можуть бути пояснені з позицій деформаційної та ударно-хвильової теорій тертя та зношування.

Список літератури

1. Малиновский Ю.А. Данилина Г.В., Даценко С.Ю., Бондарец А.А. Квазистатические особенности постановки деформационно-волновых задач при трении и изнашивании. *Металлургическая и горнорудная промышленность*. – Днепр, 2018. №3. С. 75-81.
2. Пановко Я.Г. Губанова И.И. Устойчивость и колебания упругих систем. М.: «Наука», 1979. 384 с.
3. Бидерман В.Л. Теория механических колебаний. М.: «Высшая шк.», 1980. 408 с.
4. Пановко Я.Г. Механика деформируемого твердого тела. Современные концепции, ошибки и парадоксы. М.: «Наука». Главная редакция физико-математической литературы, 1985. 288 с.
5. Крагельский И.В. Трение и износ. М.: «Машиностроение», 1968. 480 с.

6. Болотин В.В. Вибрации в технике. Справочник в 6-ти томах. / ред. В.В. Болотин. М.: «Машиностроение», 1978. Т. 1: Колебания линейных систем. 357 с.
7. Светлицкий В.А. Сборник задач по теории колебаний. М.: «Высшая школа», 1973. 456 с.
8. Араманович И.Г. Лунц Г.Л., Ельсгольц Л.Е. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление Теория устойчивости. М.: «Наука», 1988. 416 с.
9. Бажал А.И. Физические основы процесса волнового изнашивания. Проблемы трения и изнашивания. – Киев: Издательство «Техніка», 1975. № 7. С. 6–11.
10. Учитель А.Д., Малиновский Ю.А., Панченко А.Н., Дворецкий Д.Н., Омельченко Е.В., Даценко С.Ю. Интенсификация технологических процессов механического взаимодействия инструмента с заготовкой при выполнении высокоточных и энергоемких технологических операций методами давления и резания / А.Д. Учитель та ін. Металлургическая и горная промышленность. – Днепр: 2019. № 5-6. С. 96–116.
11. Ерлих Л.Б. Кособудский В.А., Вершин Л.И. Волнообразование на обкатываемых поверхностях. М.: «Наука», 1975. 52 с.
12. Галин Л.А. Контактные задачи упругости и вязкоупругости. М.: «Наука», 1980. 304 с.

Стаття надійшла 15.12.2022.

Малиновський Юрій Олександрович – кандидат технічних наук, доцент, Відокремлений структурний підрозділ «Криворізький професійний коледж Національного авіаційного університету», вул. Туполева, 1, м. Кривий Ріг, Україна, 50045, E-mail: malinovsky129@gmail.com, тел.: +38 098 130 73 24, <https://orcid.org/0000-0001-5980-0908>.

Цвіркун Сергій Леонідович – кандидат технічних наук, старший викладач, голова циклової комісії, Відокремлений структурний підрозділ «Криворізький професійний коледж Національного авіаційного університету», вул. Туполева, 1, м. Кривий Ріг, 50045, Україна, E-mail: tserg300@gmail.com., тел.: +38 067 296 69 99, <https://orcid.org/0000-0001-5430-3427>.

Власенков Дмитро Петрович – старший викладач, заступник директора, Відокремлений структурний підрозділ «Криворізький професійний коледж Національного авіаційного університету», вул. Туполева, 1, м. Кривий Ріг, 50045, Україна, E-mail: vlasenkov.d@gmail.com., тел.: +38 067 296 71 75.

Олійник Світлана Юрївна – старший викладач кафедри технології машинобудування Криворізький національний університет, вул. Віталія Матусевича, 11, м. Кривий Ріг, 50027, Україна, E-mail: olynik.syu@knu.edu.ua., тел.: +38 067 981 52 35, <https://orcid.org/0000-0002-6169-8874>.

Yu. O. MALINOVSKIY, S. L. TSVIRKUN, D. P. VLASENKOV, S. Yu. OLIINYK

THE DEFORMATION ASPECT OF SHOCK-WAVE NATURE OF FRICTION AND WEAR

As statistical analysis shows, the main reason for the failure of machines is not their destruction, but the wear of moving joints and working bodies under the influence of frictional forces. However, when creating machines, the movable joint is practically not calculated in terms of resistance to wear. At the same time, there are the following methods of tribotechnical calculation, and they are based on the following groups of theories: geometric; molecular, deformation and combined. All these theories consider processes occurring at contact surfaces. In addition, the currently used approach does not take into account the peculiarities of the deformation processes occurring in front of the mobile part. At the same time, the mobile part (stamp) «accelerates» the wave of deformation of the «launch» on the fixed part, which, as a rule, is not taken into account when considering the processes of friction and wear. We note that these deformation processes during friction and wear are due to shear deformations in front of the moving stamp, and despite established ideas, the hypothesis of flat sections is distorted, as a result of which deformation waves appear on the outer surfaces of the half-spaces. In other words, the displaced layers are not able to move freely along the shear plane, while the so-called «confined shear» occurs, which leads to the deplaning of the outer and inner planar sections. With this view of the matter, the surface layer of the half-space either loses its longitudinal stability or is subjected to cyclic stresses. In both cases, wear and intense scratching of the contact surfaces occurs. In addition, with the interaction of the die (or micro-irregularities formed on it) with the micro-irregularities of the strip in both interacting parts, a continuous wave process is established. Note that with an increase in the die speed V , the dynamic coefficient of the system changes in proportion to the change in the die speed. The research made it possible to establish that for the stable operation of the surface layers of the beam-strip it is necessary that the value of the longitudinal (critical) force overload coefficient is less than the number of half-waves of deformation formed in front of the moving die. In addition, it was established that the deformation-wave processes that occur in front of the moving die lead to the formation of permanent plastic or elastic ridges, which are obstacles for the moving die, and these obstacles are interpreted in the differential equations of motion as impulse loads. The obtained results indicate that elements of both the deformation-wave and shock-wave theories of friction and wear are manifested during the interaction of moving parts. The application of the specified approach makes it possible to clarify the calculation methods for friction and wear both in the case of deformation and in the case of geometric micro-uniformities.

Key words: friction; wear and tear; micro unevenness; compacted layer; stamp; half space; tangential efforts; normal pressure; critical force; deplaning of flat sections; compressed shear.

References

1. Malinovskij Yu.A. Danilina G.V., Dacenko S.Ju., Bondarec A.A. Kvizisticheskie osobennosti postanovki deformacionno-volnovykh zadach pri trenii i iznashivanii. Metallurgicheskaja i gornorudnaja promyshlennost'. – Dnepr, 2018. №3. S. 75-81.
2. Panovko Ja.G. Gubanova I.I. Ustojchivost' i kolebanija uprugih sistem. M.: «Nauka», 1979. 384 s.
3. Biderman V.L. Teorija mehanicheskikh kolebanij. M.: «Vysshaja shk.», 1980. 408 s.
4. Panovko Ja.G. Mehanika deformiruemogo tverdogo tela. Sovremennye koncepcii, oshibki i paradoksy. M.: «Nauka». Glavnaja redakcija fiziko-matematicheskoy literatury, 1985. 288 s.
5. Kragel'skij I.V. Trenie i iznos. M.: «Mashinostroenie», 1968. 480 s.
6. Bolotin V.V. Vibracii v tehnikе. Spravochnik v 6-ti tomah. / red. V.V. Bolotin. M.: «Mashinostroenie», 1978. T. 1: Kolebanija linejnyh sistem. 357 s.
7. Svetlickij V.A. Sbornik zadach po teorii kolebanij. M.: «Vysshaja shkola», 1973. 456 s.
8. Aramanovich I.G. Lunc G.L., El'sgol'c L.E. Funkcii kompleksnogo peremennogo. Operacionnoe ischislenieju Teorija ustojchivosti. M.: «Nauka», 1988. 416 s.

9. Bazhal A.I. Fizicheskie osnovy processa volnovogo iznashivaniya. Problemy trenija i iznashivaniya. – Kiev: Izdatel'stvo «Tehnika», 1975. № 7. S. 6–11.

10. Uchitel' A.D. Malinovskij Yu.A., Panchenko A.N., Dvoreckij D.N., Omel'chenko E.V., Dacenko S.Ju. Intensifikacija tehnologicheskikh processov mehanicheskogo vzaimodejstviya instrumenta s zagotovkoj pri vypolnenii vysokotochnyh i jenergoemkih tehnologicheskikh operacij metodami davlenija i rezanija / A.D. Uchitel' ta in. Metallurgicheskaja i gornaja promyshlennost'. – Dnepr: 2019. № 5-6. S. 96–116.

11. Erlih L.B. Kosobudskij V.A., Vershin L.I. Volnoobrazovanie na obkattyvaemyh poverhnostjah. M.: «Nauka», 1975. 52 s.

12. Galin L.A. Kontaktnye zadachi uprugosti i vjazkouprugosti. M.: «Nauka», 1980. 304 s.

Malinovskiy Yuriy Olexandrovich – candidate of technical sciences, associate professor, Separate structural unit «Krivyi Rih professional college of National Aviation University», Krivyi Rih, Tupolev 1, Ukraine, 50045, E-mail: malinovsky129@gmail.com, tel.: +38 098 130 73 24, <https://orcid.org/0000-0001-5980-0908>.

Tsvirkun Sergij Leonidovich – candidate of technical sciences, senior teacher, chairman of the cycle commission, Separate structural unit «Krivyi Rih professional college of National Aviation University», Krivyi Rih, Tupolev 1, Ukraine, 50045, E-mail: tserg300@gmail.com., tel.: +38 067 296 69 99, <https://orcid.org/0000-0001-5430-3427>.

Vlasenkov Dmitro Petrovich – senior teacher, head's assistant, Separate structural unit «Krivyi Rih professional college of National Aviation University», Krivyi Rih, Tupolev 1, Ukraine, 50045, E-mail: vlasenkov.d@gmail.com., tel.: +38 067 296 71 75.

Oliinyk Svitlana Yuryivna – senior lecturer of the Department of Mechanical Engineering Technology Krivyi Rih National University, Krivyi Rih, Vitaly Matusevicha 11, Ukraine, 50027, E-mail: oliynik.syu@knu.edu.ua., tel.: +38 067 981 52 35, <https://orcid.org/0000-0002-6169-8874>.