

УДК 621.78(043.2)

DOI: 10.18372/0370-2197.2(87).14734

В. І. КРАВЦОВ

*Національний авіаційний університет, Україна***ЧИСЛОВЕ ДОСЛІДЖЕННЯ НЕЛІНІЙНОГО ДЕФОРМУВАННЯ
РЕСОР З УРАХУВАННЯМ ТЕРТЯ МІЖ ЛИСТАМИ**

Розглянуто метод числового дослідження напружено-деформованого стану елемента ресори з урахуванням тертя між листами. Стисло розглядається математична модель, що описує рівновагу та пружне деформування листа ресори як просторово викривленого елемента при складних умовах навантаження. Показано можливість урахування просторовості і нелінійності деформування, підкреслена алгоритмічність методики. Проведено числове дослідження модельного зразку елемента ресори у станах з мастилом між листами та без мастил. Верифікація методики у порівнянні з проведеним експериментом показала достовірність пропонуваніх підходів.

Ключові слова: *листова ресора, числові методи, деформування, навантаження, числовий розв'язок, натурний експеримент, тертя, мастило*

Вступ. Для підвіски транспортних засобів з несучим навантаженням може використовуватися багато типів пристроїв залежно від типу транспортного засобу й виникаючих робочих навантажень. Одним із кращих типів систем підвіски є система листових ресор, яка вимагає менше додаткових компонентів, чим інші системи підвіски, що приводить до створення більш легких і більш дешевих конструкцій. Крім того, робочі характеристики листової ресори визначають як підвіску, так і напрямок руху, оскільки листова ресора зв'язана як з віссю, так і із системою рульового керування транспортного засобу. Листова ресора передає навантаження з рами або кузова на ходову частину й зм'якшує удари, поштовхи при проходженні по нерівностях шляху. Дослідження напружено-деформованого стану (НДС) елементів підвіски є важливою складовою її оптимальних параметрів.

При роботі листової ресори виникає тертя між її листами, що сприяє зміні напружень в залежності від коефіцієнту тертя між листами., а також загасання коливань, що забезпечує більш спокійному ходу транспортного засобу. У той же час занадто велике тертя погіршує якість підвішування. Величина тертя в ресорі оцінюється коефіцієнтом відносного тертя, що дорівнює відношенню сили тертя до сили, що створює пружну деформацію ресори. Звичайно сила тертя збільшується пропорційно прогину, тому що відповідно зростають сили притиснення листів один до одного.

Позитивними властивостями листових ресор є відносно проста технологія їх виготовлення, зручність ремонту й можливість виконувати функцію напрямного пристрою. Недолік листових ресор - висока металоємність і недостатній термін служби.

Дослідження ресор має давню історію, хоча в цей час вони є найменш зрозумілими. Листові ресори мають багато бажаних характеристик підвіски, таких як демпфірування, поворот при перекиданні, високий відсоток присідання, висока бічна твердість тощо. Крім того, ресорна підвіска більш поблажлива при помилках настроювання шасі. Листові ресори - це особливий вид пружин, використовуваних у транспортних підвісних системах. Перевага листової пружини над спіральною пружиною полягає в тому, що кінці пружини можуть направля-

тися по певному шляху, оскільки вона відхиляється, щоб діяти в якості конструктивного елемента на додаток до поглинаючого енергію пристрою. Основна функція листової ресори – не тільки витримувати вертикальне навантаження, але й ізолювати вібрації, створювані експлуатаційними впливами.

При проектуванні листових ресор ураховуються особливі вимоги, що стосуються конфігурації транспортного засобу й допустимих напружень, що виникають за певних умов навантаження. Розрахунки ресори набагато складніше, чим для спіральної пружини. Це пов'язано з кількістю змінних, які можуть застосовуватися до листових ресор, таких як товщина листа, ширина й конусність, коливання кінцевих обмежень або навантаження від центру тощо. Гальмування викликає так зване «згортання» листів, яке прагне зігнути листи у формі «S» і, таким чином, може привести до екстремальних деформацій і, отже, до екстремальних напружень, що мають значення, близькі до границі текучості матеріалу. Чисте вертикальне навантаження приводить до напружень значно нижче, чим при гальмуванні.

Аналіз останніх досліджень і літератури. Ніклас Філіпсон [1] моделював листову ресору звичайним способом для кінематичних і динамічних порівнянь. Чжи Ань [2] вивчав циклічну повзучість і циклічну деформацію. Були початі зусилля для аналізу методом кінцевих елементів багатолістових ресор. Ці ресори були змодельовані й проаналізовані з використанням ANSYS. У роботі [3] оцінено вихід з ладу листової ресори при різних умовах статичного навантаження, вплив передчасного руйнування в автомобільних листових ресорах. Mouleeswaran [4] описує статичний і втомлювальний аналіз сталевих листових ресор і композитної ресори, виготовленої з армованого скловолоконним полімеру, з використанням аналізу даних про термін служби. Розміри існуючих звичайних сталевих листових ресор легкого комерційного транспортного засобу взяті й перевірені проектними розрахунками. Статичний аналіз 2-d моделі звичайної листової ресори також виконується з використанням ANSYS 7.1 і порівнюється з експериментальними результатами. У роботі [5] описано один лист, як пружину змінної товщини зі склопластику з механічними й геометричними властивостями, аналогічними багатолістовій сталевій пружині, був розроблений, виготовлений і випробуваний. У роботі [6] проведено тривимірний контактний аналіз листової ресори автомобіля. Розглянуто статичну тривимірну проблему контакту листової автомобільної пружини, і розв'язок отримано методом кінцевих елементів, виконаним у професійній системі ADINA 7.5. Були розглянуті різні типи математичної моделі, починаючи з найпростішої моделі пучка й закінчуючи складною тривимірною нелінійною моделлю, яка враховує більші зсуви й контактні ефекти між наступними листами. Статичні характеристики автомобільної ресори були отримані для різних моделей, а потім порівнюються з даними експериментальних досліджень.

Таким чином, можна говорити про те, що на цей момент розроблена велика кількість моделей, на основі яких створені методики розрахунків механічних характеристик ресор. Однак усі методи й моделі поєднують кілька загальних особливостей. По-перше, усі вони базуються на досить серйозних допущеннях. У силу різних причин автори часто обмежуються розглядом лінійного деформування, плоским випадком. Робіт з урахуванням тертя між листами взагалі немає. Сьогодні, коли можливості обчислювальної техніки багаторазово зросли із часів

початку роботи над цією проблемою, немає необхідності зберігати всі ті допущення, які лягли в основу багатьох робіт.

Очевидна складність аналізу цих процесів при аналітичному або експериментальному методах досліджень, які вимагають значних часових витрат. Тому поява нових математико-обчислювальних моделей дозволить значно скоротити час на впровадження сучасних технологій. Розв'язок таких задач здається можливим тільки сучасними числовими методами нелінійного аналізу, застосування яких спонукає до вибору модифікації розв'язальних рівнянь, які забезпечують алгоритмічність і ефективність використуваних підходів.

Метою роботи є розробка сучасної методики числового розрахунку напружено-деформованого стану ресори при її нелінійному просторовому деформуванні з урахуванням тертя між листами. Будь-які аналітичні методи розрахунків дозволяють одержувати довідкові дані лише для обмеженого числа задач певних типів; вони не можуть докладно описувати напружено-деформований стан реальних пристроїв, хоча саме ці дані дають уяву про дійсні умови роботи ресор.

Не зважаючи на відносно чисельні експериментальні випробування, опублікованих робіт по розробці математичних моделей, які описують гідродинамічні процеси в зубчастих передачах небагато. Відсутня узагальнююча аналітична модель, яка об'єднає всі види витрат.

Математична модель дослідження. Докладно пропонується метод описано в [7]. Математична модель базується на відомих підходах Лагранжа і Ейлера, які описують рівновагу і пружне деформування елемента, його зовнішню та внутрішню геометрію. На підставі цих передумов сформована система розв'язальних рівнянь 18 порядку, які в загальному випадку нелінійні і які описують просторове деформування елемента. Методика чисельного розв'язку системи рівнянь заснована на спільному використанні методу продовження за параметром й методу Ньютона-Канторовича.

Зважаючи на те, що ресора являє собою пружний елемент зі змінюваною жорсткістю, звичайно при аналітичному її дослідженні розглядається її апроксимована геометрія у вигляді трикутника. Це одне з допущень, яке приводить до досить неточних результатів. У числовому розрахунку пропонується наступне задавання змінної жорсткості. Напружено-деформований стан ресори можна розглядати в її агрегатному стані як гнучкий стержень зі ступінчастою по довжині жорсткістю або із змінною (що точніше), яка змінюється по довжині функціонально. Розглянемо способи задавання змінної жорсткості для числового розрахунку. Нехай A , B , C – жорсткості при вигині і крутінні. Для обчислення A , B , C використовуються рівність: $A = EI_u$, $B = EI_v$, $C = Gi_p$, де E – модуль пружності матеріалу; G – модуль зсуву; I_u , I_v – моменти інерції площі поперечного перерізу, I_p – полярний момент інерції. Нехай довжина ресори дорівнює S . Тоді можна розглядати два варіанти задавання змінної жорсткості: 1) ступінчато змінювана жорсткість на інтервалах $0 \leq s \leq s_1$, $s \leq s_1 \leq s_2$, $s_1 \leq s_2 \leq s_3$, $s_{n-1} \leq s_n \leq s_{n+1}$ (наприклад, $A_1=2A_3$, $A_3=3A_4$, $A_n=kA_{n-1}$, де k -коефіцієнт змінювання значення поточної жорсткості у відношенні до попередньої, причому $A=B=1,2C$); 2) функціонально (безперервно або кусково) змінювані жорсткості на інтервалі $0 \leq s \leq S$ або на будь-якому іншому інтервалі інтегрування (звичайно - це нелінійна функція), тобто $A = f(s)$, $B = f(s)$, $C = f(s)$. Наявність згладжувальної функції дає можливість уникнути невизначеності при числово-

му розв'язку розв'язальних рівнянь. Для першого ж випадку підстановка необхідних значень жорсткості на дільниці інтегрування реалізується програмними методами і числовий розв'язок особливих ускладнень не викликає.

Як відомо, за методикою досліджень, викладеною у (7), навантаження можна прикладати до досліджуваного елемента як завгодно у просторі. Тобто, для задавання дотичного зусилля між листами ресори, що являє собою тертя між ними, досить додати значення цього зусилля у розв'язальні рівняння.

Будемо вважати, що для взаємодії тіл (листів) виконуються наступні умови:

- 1) тіла лінійно-пружні, ізотропні;
- 2) геометрична поверхня кожного тіла така, що будь-яка точка цієї поверхні, що розташована в зоні можливого контакту, є регулярною (у цій точці існує єдина дотична площина до поверхні);
- 3) пружні переміщення взаємодіючих тіл малі в порівнянні з розмірами поверхні контакту;
- 4) тіла допускають апроксимацію пружними півпросторами;
- 5) відомі оператори впливу поверхневих напружень на пружні поверхневі переміщення;
- 6) процес взаємодії тіл супроводжується поверхневим тертям, що підкоряється закону тертя Кулона.

Квазістатична постановка задачі припускає, що процес навантаження тіл відбувається повільно й може бути представлений послідовністю рівноважних станів тіл на різних кроках навантаження [8]. Інерційні й хвильові ефекти при цьому не враховуються. Граничні умови взаємодії тіл на кожному i -ому кроці навантаження задаються наступною системою співвідношень:

$$\left\{ \begin{array}{l} p_{1i}(s) \geq 0; F_1(p_i, \Delta_{1i})_s \geq 0; p_{1i}(s) \cdot F_1(p_i, \Delta_{1i})_s = 0; \\ \sqrt{p_{2i}^2(s) + p_{3i}^2(s)} \leq \mu \cdot p_{1i}(s); \\ \sqrt{F_2^2(p_i, \tilde{\Delta}_{2i})_s + F_3^2(p_i, \tilde{\Delta}_{3i})_s} \cdot p_{2i}(s) + \mu \cdot p_{1i}(s) \cdot F_2(p_i, \tilde{\Delta}_{2i})_s = 0 \\ \sqrt{F_2^2(p_i, \tilde{\Delta}_{2i})_s + F_3^2(p_i, \tilde{\Delta}_{3i})_s} \cdot p_{2i}(s) + \mu \cdot p_{1i}(s) \cdot F_3(p_i, \tilde{\Delta}_{3i})_s \\ s \in \Omega; i = \overline{1, n}. \end{array} \right. \quad (1)$$

де Ω – обмежена плоска область, що містить у собі невідому заздалегідь ділянку контакту; $p_1(s) = (p_{1i}(s), p_{2i}(s), p_{3i}(s))$ – невідома вектор-функція, що знаходиться з простору $L_2^3(\Omega)$ та задає розподіл питомі нормальні і дотичні контактні навантаження, що передаються від нижнього тіла до верхнього тіла через точки області Ω на i -ому кроці навантаження; $\Delta_{1i}, \Delta_{2i}, \Delta_{3i}$ – компоненти вектора жорсткого зсуву верхнього тіла відносно нижнього на i -ому кроці навантаження; позитивна константа μ – коефіцієнт тертя. Тут і далі індекси 1, 2 і 3 відповідають напрямкам осей z, x і y прямокутній системи координат zxy , початок якої збігається із точкою первісного торкання тіл, а вісь z спрямована усередину верхнього тіла (осі x і y розташовані в загальній для тіл дотичній площині). Остаточним розв'язком розглянутої квазістатичної контактної задачі є функції $p_{1n}(s), p_{2n}(s), p_{3n}(s)$, що знайдені на останньому n -ому кроці навантаження.

За такими умовами було проведено числове дослідження умовного елемента ресори, що складається з 3 листів довжиною S , $S-S/3$, $S-2S/3$ (рис.1)

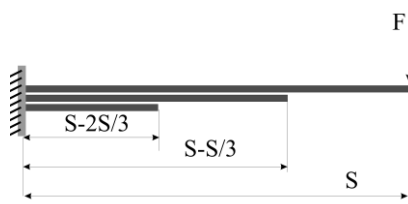


Рис. 1. Схема навантаження елемента ресори

При цьому жорсткості листів відносно глобальних осей були EI_x, EI_y, EI_z . Навантаження F здійснювалося дискретно через кожні $F/10$ (але це не означає кількість кроків числового обчислювання). За результатами числового розрахунку була отримана крива навантаження у безрозмірних величинах з урахуванням коефіцієнту тертя метал-метал та коефіцієнту тертя метал-метал зі змашуванням (рис. 2).



Рис. 2. Деформування елемента ресори

Цю задачу було верифіковано експериментально за тими ж умовами навантаження, що і при числовому розрахунку. Навантаження здійснювалося двічі: без мастила, та з мастилом між листами. Фото деформування елемента ресори від початку до кінцевого стану відображено на рис. 2.

Результати числового розрахунку та експеримента для порівняння відображені на графіку (рис.3). З рис.3. видно, що деформування елемента ресори з мастилом значно більше, ніж без нього. Це вказує на необхідність враховування тертя між листами при проектуванні та оптимізації параметрів листових ресор.

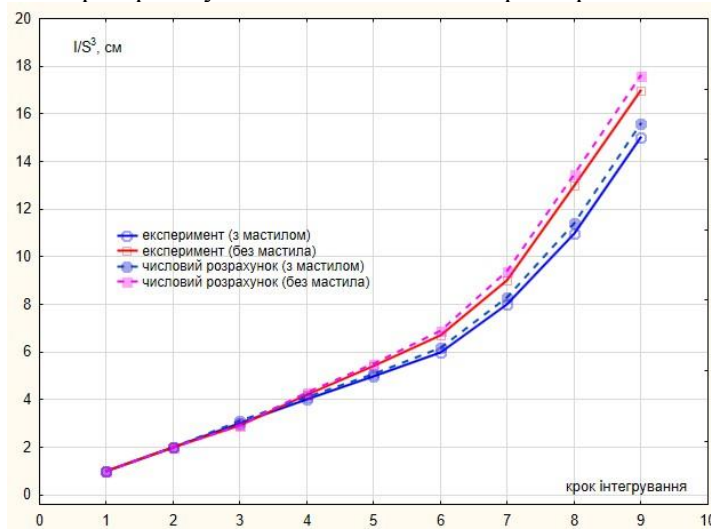


Рис 3. Криві навантаження за результатами числового та натурального експериментів

Висновки. Аналізуючи процес деформування елемента ресори за результатами числового розв'язку, а також експерименту, можна зробити висновок, що на початку дії навантаження деформування відбувається лінійно, а з ростом навантаження – нелінійно. Окрім того підтверджується достовірність метода у співпадінні результатів числового розв'язку та експерименту. Застосовуючи запропоновану методику, можна без значної перебудови обчислювальних алгоритмів змінювати характер дії навантажень, одержувати необхідні параметри напружено-деформованого стану ресори з урахуванням тертя між листами. Запропонований алгоритм передбачає можливість зміни дії навантаження на будь-якому кроці числового інтегрування через „запам'ятовування” попереднього кроку, а також на будь-якому інтервалі сукупності точок дискретизації. Простота використання, наочність, швидкість отримання результатів роблять методику зручною для використання інженерами при проектуванні нових типів ресор, а також прогнозуванні їх параметрів напружено-деформованого стану.

Список літератури

1. Niklas Philipson “Leaf spring modelling” ideon Science Park SE-22370 Lund, Sweden// Journal of Material Processing Technology -2009/-№18.- 58-61.
2. Zhi'an Yang “Cyclic Creep and Cyclic Deformation of High-Strength Spring Steels and the Evaluation of the Sag Effect:Part I. Cyclic Plastic Deformation Behavior” Material and Material Transaction A Vol 32A, July 2001—1697.
3. C.K. Clarke, G.E. Borowski “Evaluation of Leaf Spring Failure” ASM International, Journal of Failure Analysis and Prevention, Vol5 (6) Pg. No.(54-63).
4. Mouleeswaran Senthil Kumar and Sabapathy Vijayarangan (2007). Analytical and experimental studies on fatigue life prediction of steel and composite multi-leaf spring for light passenger vehicles using life data analysis. Materials Science 13(2) 141-146.
5. HA Al-Qureshi (2001). Automobile leaf springs from composite materials. Journal of Material Processing Technology 118 No.(72-84).
6. A. Skrtz, T.Paszek,(1992) “Three dimensional contact analysis of the car leaf spring”, Numerical methods in continuum mechanics 2003, Zilina, Skrtz republic.
7. Кравцов В.И. Механика гибких морских конструкций / В.И. Кравцов. - Киев: Наукова думка, 1999. – 132с.
8. Стреляев Ю.М. // Вісник ЗНУ. Фізико-математичні науки. – 2014. – № 2. – С. 161-172.

Стаття надійшла до редакції 28.05.2020.

Кравцов Віктор Іванович - доктор техн. наук, професор, професор кафедри машинознавства, стандартизації та сертифікації Національного авіаційного університету. Напрямок наукової діяльності - нелінійна механіка у прикладних задачах машинознавства. Vi_kr@ukr.net, 066-564-23-33

V.I. KRAVTSOV

**NUMERICAL RESEARCH OF NONLINEAR DEFORMATION
OF THE SPRING TAKING INTO ACCOUNT FRICTION
BETWEEN SHEETS**

A method for the numerical study of the stress-strain state of the spring element, taking into account friction between sheets, is considered. A literature review is given in this area of research, which has shown that many factors are not yet fully taken into account in the operation of leaf springs. Typically, calculations are carried out with many assumptions, and friction between sheets is almost never taken into account. This article briefly discusses a mathematical model that can be considered universal for flexible structures: it describes the elastic equilibrium and deformation of spring leaves as a spatially curved element under difficult load conditions. In this case, the load can be arbitrarily specified in a quasistatic space concentrated, momentary or distributed. In addition, unlike many methods, torsion around from any coordinate axes is also taken into account. The algorithmic nature of the technique is shown, which allows us to move from one task to another without significant restructuring of the solution. Practical results are shown in a numerical study of a model sample of a spring element in two states: with grease between the sheets and without grease. Verification of the methodology in comparison with the experiment showed the reliability of the proposed approaches. The results of the study showed that friction between the leaves of the spring significantly affects its stress-strain state. Taking this factor into account will make it possible to more accurately predict the designed spring to create new designs.

Keywords: leaf spring, numerical methods, deformation, load, numerical solution, full-scale experiment, friction, lubrication

Reference

1. Niklas Philipson “Leaf spring modelling” ideon Science Park SE-22370 Lund, Sweden// Journal of Material Processing Technology -2009/-№18.- 58-61.
2. Zhi’an Yang “Cyclic Creep and Cyclic Deformation of High-Strength Spring Steels and the Evaluation of the Sag Effect:Part I. Cyclic Plastic Deformation Behavior” Material and Material Transaction A Vol 32A, July 2001—1697.
3. C.K. Clarke, G.E. Borowski “Evaluation of Leaf Spring Failure” ASM International, Journal of Failure Analysis and Prevention, Vol5 (6) Pg. No.(54-63).
4. Mouleeswaran Senthil Kumar and Sabapathy Vijayarangan (2007). Analytical and experimental studies on fatigue life prediction of steel and composite multi-leaf spring for light passenger vehicles using life data analysis. Materials Science 13(2) 141-146.
5. HA Al-Qureshi (2001). Automobile leaf springs from composite materials. Journal of Material Processing Technology 118 No.(72-84).
6. A. Skrtz, T.Paszek,(1992) “Three dimensional contact analysis of the car leaf spring”, Numerical methods in continuum mechanics 2003, Zilina, Skrtz republic.
7. Кравцов В.И. Механика гибких морских конструкций / В.И. Кравцов. - Киев: Наукова думка, 1999. – 132с.
8. Стреляев Ю.М. // Вісник ЗНУ. Фізико-математичні науки. – 2014. – № 2. – С. 161-172.