

УДК 621.09

DOI: 10.18372/0370-2197.4(85).13869

В. М. ГУРСЬКИЙ<sup>1</sup>, І. В. КУЗЬО<sup>1</sup>, О. В. ГЕРАСИМОВА<sup>2</sup>, Д. М. МАРЧЕНКО<sup>3</sup><sup>1</sup>Національний університет «Львівська політехніка», Львів<sup>2</sup>Національний авіаційний університет, Київ<sup>3</sup>Східноукраїнський національний університет ім. В. Даля, Северодонецьк, Україна

## АЛГОРИТМ ОПТИМІЗАЦІЙНОГО РОЗРАХУНКУ ВІБРОУДАРНИХ СИСТЕМ

*Розроблено алгоритм чисельного розрахунку віброударних систем підвищеної ефективності функціонування із накладеними технологічними та динамічними обмеженнями. Запроваджено показники, що враховують визначальні енергетичні, технологічні та динамічні характеристики резонансних вібраційних систем. Встановлено незалежні коефіцієнти синтезу, що дають змогу ефективно розв'язувати поставлені задачі та визначати принципові пружні характеристики машин різного класу. Наведено особливості використання чисельних методів для сумісного розв'язування систем нелінійних диференціальних рівнянь та оптимізації з обмеженнями в межах єдиного алгоритму.*

**Ключові слова:** віброударна система, оптимізація, параметричний синтез, алгоритм, чисельні методи.

**Вступ.** Сучасні програмні комплекси математичного аналізу дають змогу формувати цілісні методики розрахунку складних динамічних систем, що передбачають безпосередньо розв'язування систем нелінійних диференціальних рівнянь, їхній функціональний аналіз, а також розв'язування більш складних завдань, зокрема синтезу. Останній є найбільш принциповим, оскільки є базою для проектування технологічних машин [1]. Доцільність використання нових програм обумовлена тим, що вони дозволяють застосовувати вбудовані чисельні методи, які можуть бути задіяні під час безпосереднього аналізу, графічного представлення результатів, а також на рівні програмування цілісних алгоритмів. Під час цього можна враховувати різноманітні чинники, що гарантують отримання нових ефективних конструкцій [2, 3] і задовольняють поставлені технологічні вимоги.

**Постановка завдання.** Відсутність цілісних методик оптимізаційного синтезу пружно-силових параметрів існуючих резонансних вібраційних машин є безумовно науковою проблемою, оскільки їхніми результатами можуть бути конкретні практичні рекомендації щодо можливості модернізації машин, а також отримані нові, науково обґрунтовані положення, що відображають перспективні та доцільні напрямки дослідження. Розроблення нових розрахункових алгоритмів оптимізаційного синтезу складних віброударних систем, що враховують цільові критерії ефективності функціонування, технологічні та динамічні особливості машин є актуальним науковим завданням, що розглядається. Внаслідок розв'язування комплексу задач параметричного синтезу передбачається визначити оптимальні параметри асиметричних кусково-лінійних пружних характеристик для реалізації віброударних резонансних систем [4] підвищеної ефективності функціонування, що задовольняють визначеним вимогам технологічного та динамічного характеру.

**Виклад основного матеріалу.** Основними засобами, що лежать в основі побудови віброударних машин є структурне виконання та значення відповідних пружно-інерційних параметрів. Для побудови резонансних систем у типовому

виконанні використовують двомасові структури, а реалізація віброударних режимів базується на застосуванні асиметричних пружних характеристик з використанням додаткових обмежувачів руху [5]. Встановлено, що віброударні системи можуть бути реалізовані впровадженням різноманітних конструктивних засобів, переслідуючи в кінцевому випадку відповідні технологічному призначенню системи кінематичні характеристики руху робочої маси [6]. З точки зору технологічної доцільності застосування віброударних машин є обов'язковим у енергоємних виробництвах гірничої, будівельної, переробної галузей. Тому, технологічні режими роботи машин, як правило наперед відомі. Зокрема, одним із визначальних параметрів віброударних режимів є коефіцієнт асиметрії пришивлення робочої маси  $k_a$ , також сила та тривалість удару по відношенню до оброблюваного середовища чи деталі [6; 7].

Для реалізації машин підвищеної ефективності функціонування доцільно застосовувати цільові критерії ефективності функціонування, що наслідують з їхніх енергетичних показників. Залежно від моделі, що розглядається (технологічна, енергетична, тощо), використовують різні види критеріїв [7–9]. Проте, в практиці оптимізації динамічних систем існує невідповідність між критеріями, що приводить до більш складних та багатокрокових розрахунків, пов'язаних із вибором та подальшим уточненням вагових коефіцієнтів [10; 11]. Для уникнення відповідних проблем, пов'язаних із розв'язком Парето-оптимальних [12] задач простіше розглянути типову задачу оптимізації за одним цільовим критерієм, а комплекс вимог технологічного та динамічного характеру подати у вигляді додаткових обмежень.

У попередньому, наближеному підході, розглядається механічна модель коливної системи з двома ступенями вільності з еталонною характеристикою силового електромагнітного збурення для визначення сутності віброударного режиму та вивчення його принципів характеристик:

$$\left. \begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1(t) + b \cdot (\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t)) + \begin{cases} c_1 \cdot (x_1(t) - x_2(t)), \\ \text{якщо } x_1(t) - x_2(t) \geq 0 \\ c_2 \cdot (x_1(t) - x_2(t)), \\ \text{якщо } x_1(t) - x_2(t) < 0 \end{cases} &= f(t); \\ m_2 \ddot{x}_2(t) - b \cdot (\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t)) - \begin{cases} c_1 \cdot (x_1(t) - x_2(t)), \\ \text{якщо } x_1(t) - x_2(t) \geq 0 \\ c_2 \cdot (x_1(t) - x_2(t)), \\ \text{якщо } x_1(t) - x_2(t) < 0 \end{cases} &= -f(t). \end{aligned} \right\}$$

тут враховано наступні параметри системи:  $m_1, m_2$  – значення мас;  $\omega$  – частота збурення;  $z$  – резонансне налагодження;  $b = 2 \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \xi \omega$  – коефіцієнт пропорційності в'язкого тертя;  $\xi$  – безрозмірний коефіцієнт демпфування;  $f(t)$  – закон зміни зусилля збурення;  $c_1, c_2$  – коефіцієнти жорсткості.

Під час синтезу пружні параметри визначатимуться за новими співвідношеннями [8]:

$$c_1(\Theta) = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \left( \Theta \frac{\omega}{z} \right)^2, \quad c_2(\Theta, \Lambda) = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \left( \Theta \Lambda \frac{\omega}{z} \right)^2,$$

де  $\Theta$ ,  $\Lambda$  – незалежні безрозмірні коефіцієнти частот вільних коливань, що встановлюють сутність вібраційної системи (за  $\Theta = \Lambda = 1$  система вироджується у лінійну, а за  $\Theta = 1$  і  $\Lambda > 1$  у традиційну віброударну). Відношення пружних параметрів у кінцевому випадку визначається як  $c_2/c_1 = \Lambda^2$ .

При цьому, модель (1) відносно шуканих розв'язків, а це кінематичні параметри системи, набуває функціонального виду. Отримані залежності входять для оцінки енергетичних, технологічних і динамічних характеристик системи.

Сутність забезпеченої асиметричної пружної характеристики є в тому, що для неї встановлене фіксоване значення приведеної частоти вільних коливань, не порушуючи при цьому цінних переваг віброударних систем [9]:

$$\omega_0(\Theta, \Lambda) = \frac{2\omega\Theta\Lambda}{z(\Lambda + 1)}.$$

Цільовою функцією оптимізаційної задачі приймається енергетичний показник у вигляді відношення максимуму пришвидшення робочої маси  $a_{1\max}$  до споживаної потужності вібраційної системи [8]:

$$\zeta_a(\Theta, \Lambda) = \frac{a_{1\max}}{P} \rightarrow \max,$$

де дійсне значення механічної потужності

$$P(\Theta, \Lambda) = \text{stdev}[f(t) \cdot (\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t))].$$

Встановлюються технологічні обмеження на параметри пришвидшення робочої маси у вигляді їхніх граничних значень:

$$\left. \begin{aligned} k_{a\min} < k_a(\Theta, \Lambda) < k_{a\max}, \\ a_{1\min}^{\min} < |a_{1\min}(\Theta, \Lambda)| < a_{1\min}^{\max}. \end{aligned} \right\}$$

де  $a_{1\min}$  – значення пришвидшення у від'ємній області часової діаграми.

Також закладаються динамічні особливості реалізованих систем, що пов'язані із функціонуванням системи на основному резонансі ( $\omega_0 = \omega/z$ ) чи субгармоніці для систем із імпульсним збуренням ( $\omega_0 = 2\omega/z$ ):

$$\omega_{0\min} < \omega_0(\Theta, \Lambda) < \omega_{0\max}.$$

Задача (4) зводиться до оптимізаційної з відповідними обмеженнями (технологічними (6) та динамічним (7)) та розв'язується сумісно з системою нелінійних диференціальних рівнянь (1). Для розв'язку системи (1) із кусково-лінійними функціями доцільно використовувати методи Radau, BDF, Adams.

В загальному випадку розв'язок оптимізаційної задачі здійснюється з використанням відповідного методу, або ж перебором за відповідним алгоритмом, втіленого у програму. Рациональність відповідного підходу повинна аргументуватися часом, затраченим на отримання достовірного розв'язку. Однією із проблем обчислювальних методів розрахунку, вбудованих у математичні програми є залежність результату від вибору початкових наближень шуканих параметрів. Ця проблема особливо актуальна для пошуку оптимальних параметрів, зокрема у програмному засобі Mathcad [13]. Тому, розробники пропонують пошук у проблемних випадках (встановлення глобального оптимуму задачі) здійснювати в ручному режимі. Проблема в тому, що за наявності локальних оптимумів вбудований алгоритм програми “зависає” на локальному значенні оптимуму, що знаходиться найближче до вибраних початкових наближень та задовольняє накла-

деним обмеженням. Окрім того, для дієвості запропонованого алгоритму вибрані початкові наближення повинні задовольняти обмежувальним умовам, задіяним в алгоритмі задачі. Тому, розв'язування задачі пропонується здійснювати у два етапи (рис. 1).

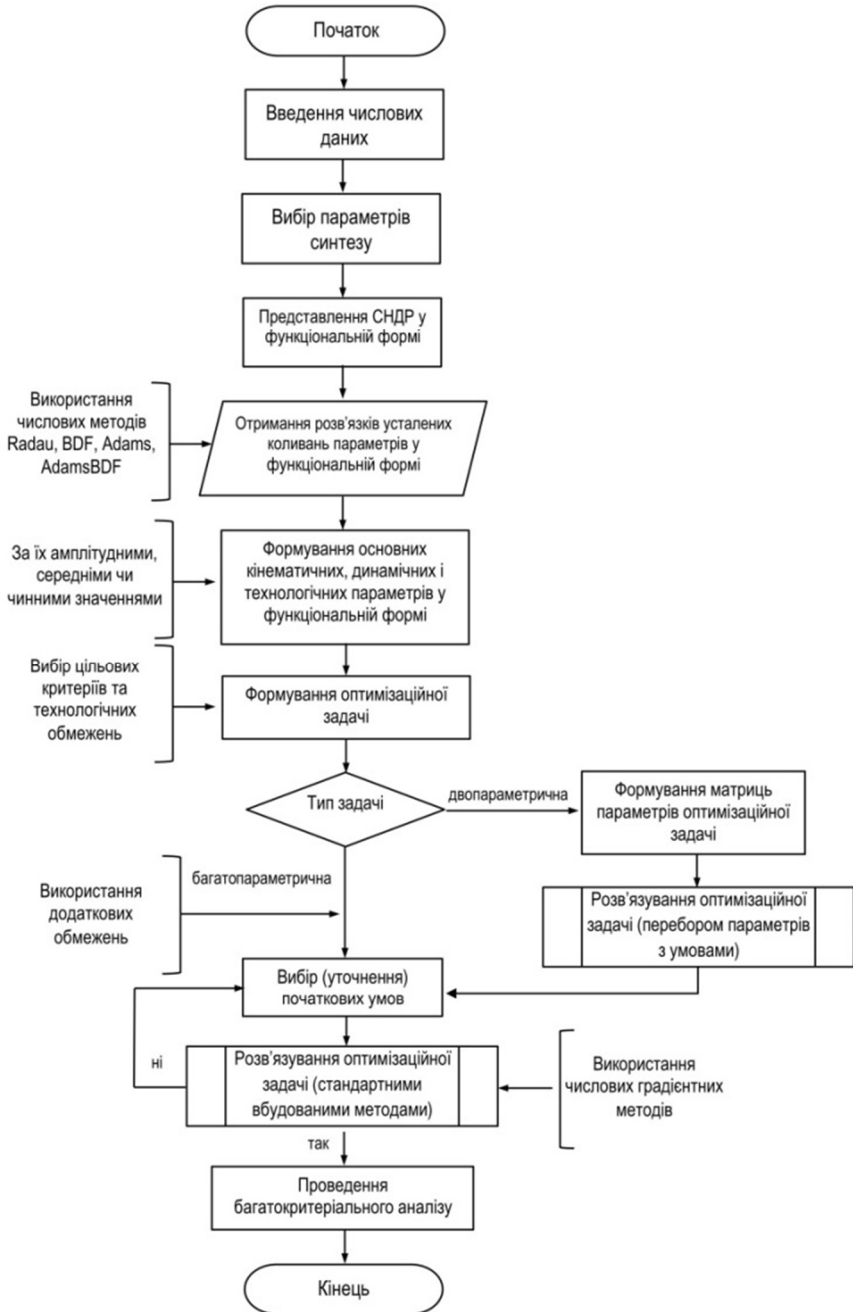


Рис. 1. Алгоритм розрахункового методу оптимізаційного синтезу вібраційних технологічних машин

На першому етапі, для усунення проблеми пошуку глобального оптимуму у двопараметричній задачі синтезу, можна використати підпрограму перебору параметрів за умовами. Отримані параметри можна використати як початкові на-

ближення під час другого етапу оптимізації з використанням спеціальних чисельних методів, зокрема спряжених градієнтів. Для якісного розв'язування багатопараметричних задач із багатьма локальними оптимумами доцільно додатково накладати додаткові обмеження, що дозволяють штучно мінімізувати кількість можливих розв'язків. Таким обмеженнями доцільно приймати фіксоване значення частоти вільних коливань (7), а також фіксовані значення шуканих кінематичних параметрів (6), тощо. Надалі, отримані параметри можна застосовувати в більш складних динамічних моделях, проводячи їхній багатокритеріальний чи уточнений аналіз із врахуванням динаміки приводу. Запропонований алгоритм придатний до оптимізаційних задач як лінійних, так і нелінійних систем. Зокрема, для синтезу традиційним способом потрібно приймати значення коефіцієнтів синтезу  $\Theta = 1$  і  $\Lambda \neq 1$ . Запропонований підхід і алгоритм його реалізації формує цілісну концепцію оптимізаційного синтезу та багатокритеріального аналізу резонансних вібраційних систем з обґрунтуванням пружно-силових параметрів, схем і умов збурення з урахуванням вимог технологічного характеру.

**Висновки.** Розроблено алгоритм, що базується на принциповому новому підході до розрахунку різного класу резонансних вібраційних систем, які лежать в основі побудови машин технологічного призначення. При цьому запропоновано оптимізаційний розрахунок за визначальним показником ефективності функціонування вібраційної системи. Перевагами даного підходу є його гнучкість та можливість отримувати конкретні значення шуканих параметрів і показників. Недоліком – необхідність корегувати параметри в «ручному» режимі з огляду на те, що немає гарантії отримання оптимального розв'язку. Тому, на наступному етапі дослідження буде проводитися розробка глобального критерію, спрощення процедури оптимізаційного розрахунку, а також розширення показників динамічної оцінки віброударних режимів.

#### Список літератури

1. Виба Я. А. Оптимизация и синтез виброударных машин. Рига: Зинатне, 1988. – 252 с.
2. Носко П. Л. Оптимальное проектирование машиностроительных конструкций: Восточноукраинский гос. ун-т. - Луганск, 1999. – 392 с.
3. Гутиря С. С. Системное моделирование качества механизмов и машин / С. С. Гутиря // Труды Одесского политехнического университета. – 2003. – Вып. 2 (20). – С. 14-21.
4. Сидоренко І. І. Вимушені коливання механічної системи з двома ділянками комбінованої пружної характеристики / І. І. Сидоренко, С. С. Гутиря // Вісник Східноукраїнського університету. – 2008. – С. 77–83.
5. Баженов В. А. Влияние конструктивных параметров виброударной системы на ее динамику / В. А. Баженов, О. С. Погорелова, Т. Г. Постникова // Проблемы прочности. – 2011. – № 1. – С. 122-133.
6. Динамика вибрационных машин и определение эксплуатационных нагрузок / А. В. Грабовский, И. А. Кириченко, Е. Н. Барчан и др. // Вестник Нац. техн. ун-та "ХПИ" : сб. науч. тр. Темат. вып. : Машиноведение и САПР. – Харьков : НТУ "ХПИ". – 2013. – № 23 (996). – С. 59-78.
7. Назаренко І. І. Оцінка вкладу вищих гармонік в робочий процес машин різного технологічного призначення / І. І. Назаренко, А. Г. Свідерський, М. М. Ручинський // Вібрації в техніці та технологіях. – 2011. – Вип. 1. – С. 41–45.
8. Гурський В. М. Багатокритеріальний аналіз і синтез нелінійних резонансних вібраційних машин: монографія. Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2017. – 308 с.
9. Ловейкін В. С. Дискретно-континуальні системи ударно-вібраційного типу: моделювання та кінематично-силовий аналіз взаємодії робочого органа машини з оброблюваним сере-

довищем / В. С. Ловейкін, Ю. В. Човнюк, К. І. Почка // Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. – 2012. – Вип. 46. – С. 45-62.

10. Маляр М. М. Визначення та цілеспрямована зміна вагових коефіцієнтів при багатокритеріальному виборі / М. М. Маляр // Вісник Нац. техн. ун-ту "ХПІ" : зб. наук. пр. Темат. вип. : Системний аналіз, управління та інформаційні технології. – Харків : НТУ "ХПІ". – 2010. – № 9. – С. 51-56.

11. Мірських Г. О. Комбіновані методи визначення вагових коефіцієнтів в задачах оптимізації та оцінювання якості об'єктів / Г. О. Мірських, Ю. Ю. Реугська // Вісник Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут". Серія : Радіотехніка. Радіоапаратобудування. – 2011. – Вип. 47. – С. 199-211.

12. Гутиря С. С. Кваліметричний аналіз технічного рівня запобіжних муфт / С. С. Гутиря, В. П. Ягліньський // Технологический аудит и резервы производства. – 2014. – № 1. – С. 11-13.

13. Макаров Е. Инженерные расчеты в Mathcad 15: Учебный курс. СПб.: Питер, 2011. – 400 с.

Стаття надійшла до редакції 19.09.2019.

**Гурський Володимир Миколайович** – д-р техн. наук, доцент кафедри механіки та автоматизації машинобудування Національного університету «Львівська політехніка», [vol.gursky@gmail.com](mailto:vol.gursky@gmail.com)

**Кузьо Ігор Володимирович** – д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри механіки та автоматизації машинобудування Національного університету «Львівська політехніка», [ikuzio@polynet.lviv.ua](mailto:ikuzio@polynet.lviv.ua)

**Герасимова Ольга В'ячеславівна** – аспірант кафедри машинознавства Національного авіаційного університету, [dellta\\_tt@ukr.net](mailto:dellta_tt@ukr.net)

**Марченко Дмитро Миколайович** - доктор технічних наук, професор, перший проректор Східноукраїнського національного університету ім. В. Даля, Северодонецьк, Україна

V. M. GURSKY, I. V. KUZIO, O. V. HERASYMOVA, D. M. MARChENKO

## ALGORITHM OF OPTIMAL CALCULATION OF THE VIBRO-IMPACT SYSTEMS

The purpose of the study is implementation an algorithm for optimization and calculation of vibration impact systems, which involves the use of an indicator of performance as a target function. The algorithm is based on the use of functional dependencies of indicators that take into account the determining energy, technological and dynamic characteristics of different classes of resonant vibration systems. The characteristics of the acceleration of the working mass are related to the technological indicators, the dynamic indicators include the provision of modes of operation on the main resonance or subharmonic. We also used independent dimensionless frequency coefficients of free oscillations caused by the use of an asymmetric piecewise linear elastic characteristic. The joint solution of the systems of nonlinear differential equations and the optimization problem with constraints is on the base of the algorithm with modern numerical methods. In particular, it is advisable to use Radau, BDF methods for systems of differential equations. It is suggested that two-step optimization problems be solved in two steps that involve the use of condition-based parameter-matching programs. The resulting solutions are used as initial values in the second stage of optimization, which also uses standard gradient methods. It is advisable to impose additional constraints to minimize the number of resolutions for multiple-parameter tasks. Elastic characteristics of the vibration systems for different classes was obtained as a result of solving the optimization problems

**Key words:** Vibro-Impact System, Optimization, Parametric Synthesis, Algorithm, Numerical Methods.

### References

1. Vyba Ya. A. *Optymyzatsyia y syntez vybroudamykh mashyn*. Ryha: Zynatne, 1988. – 252 s.
2. Nosko P. L. *Optymalnoe proektyrovanye mashynostroytelnykh konstruksii: Vostochnoukraynskyi hos. un-t. - Luhansk, 1999. – 392 s.*
3. Hutyria S. S. *Systemnoe modelyrovanye kachestva mekhanyzmov y mashyn / S. S. Hutyria // Trudy Odesskoho polytekhnycheskoho unyversytetu. – 2003. – Vьp. 2 (20). – S. 14–21.*
4. Sydorenko I. I. *Vymusheni kolyvannia mekhanichnoi systemy z dvoma diliankamy kombinovanoi pruzhnoi kharakterystyky / I. I. Sydorenko, S. S. Hutyria // Visnyk Skhidnoukraynskoho unyversytetu. – 2008. –C. 77–83.*
5. Bazhenov V. A. *Vlyaniye konstruktivnykh parametrov vybroudamoi systemy na ee dynamyku / V. A. Bazhenov, O. S. Pohorelova, T. H. Postnykova // Problemy prochnosti. – 2011. – № 1. – S. 122–133.*
6. *Dynamyka vybratsyonnykh mashyn y opredelenye ekspluatatsyonnykh nahruzok / A. V. Hrabovskiy, Y. A. Kyrychenko, E. N. Barchan y dr. // Vestnyk Nats. tekhn. un-ta "KhPY" : sb. nauch. tr. Temat. vьp. : Mashynovedenye y SAPR. – Kharkov : NTU "KhPY". – 2013. – № 23 (996). – S. 59-78.*
7. Nazarenko I. I. *Otsinka vkladu vyshchykh harmonik v robochyi protses mashyn riznoho tekhnolohichnoho pryznachennia / I. I. Nazarenko, A. H. Sviderskyi, M. M. Ruchynskiy // Vibratsii v tekhnitsi ta tekhnolohiiakh. – 2011. – Vyp. 1. – S. 41–45.*
8. Hurskyi V. M. *Bahatokryterialnyi analiz i syntez nelineinykh rezonansnykh vibratsiinykh mashyn: monohrafiia*. Lviv: Vydavnytstvo Lvivskoi politekhniki, 2017. – 308 s.
9. Loveikin V. S. *Dyskretno-kontynualni systemy udarno-vibratsiynoho typu: modeliuвання ta kinematychno-sylovyi analiz vzaiemodii robochoho orhana mashyny z obrobluванym seredovyshchem / V. S. Loveikin, Yu. V. Chovniuk, K. I. Pochka // Avtomatyzatsiia vyrobnychykh protsesiv u mashynobuduvanni ta prykladobuduvanni. – 2012. – Vyp. 46. – S. 45-62.*
10. Maliar M. M. *Vyznachennia ta tsilespriamovana zmina vahovykh koefitsientiv pry bahatokryterialnomu vybori / M. M. Maliar // Visnyk Nats. tekhn. un-tu "KhPI" : zb. nauk. pr. Temat. vyp. : Systemnyi analiz, upravlinnia ta informatsiini tekhnolohii. – Kharkiv : NTU "KhPI". – 2010. – № 9. – S. 51-56.*
11. Mirskykh H. O. *Kombinovani metody vyznachennia vahovykh koefitsientiv v zadachakh optymizatsii ta otsiniuvannia yakosti obektiv / H. O. Mirskykh, Yu. Yu. Reutska // Visnyk Natsionalnoho tekhnichnoho unyversytetu Ukrainy "Kyivskiy politekhnichnyi instytut". Seriia : Radiotekhnika. Radioaparotobuduvannia. – 2011. – Vyp. 47. – S. 199-211.*
12. Hutyria S. S. *Kvalimetrychnyi analiz tekhnichnoho rivnia zapobizhnykh muft / S. S. Hutyria, V. P. Yahlinskyi // Tekhnolohycheskyi audyt y rezervy proyzvodstva. – 2014. – № 1. – S. 11–13.*
13. Makarov E. *Ynzhenerye raschetы v Mathcad 15: Uchebnyi kurs*. SPb.: Pyter, 2011. – 400 s.