

УДК 621.891

DOI: 10.18372/0370-2197.1(90).15252

В. І. КРАВЦОВ, М. А. ГЛОВИН, І. В. КОСТЕЦЬКИЙ

Національний авіаційний університет, Україна

**НАПРУЖЕНО-ДОФОРМІВНИЙ СТАН КОЛЕСА ПРИ КОЧЕННІ З
УРАХУВАННЯМ ПЛОЩИНИ КОНТАКТУ З ОПОРНОЮ ПОВЕРХНЕЮ**

Показано можливості методу чисельного розв'язку диференціальних рівнянь високого порядку для вирішення завдань трибології. Метод описує просторове нелінійне деформування пружного елемента довільної кривизни при довільному векторі діючих статичних або квазістатичних навантажень. Для ілюстрації методу наведено приклад розв'язку задачі з визначення напружено-деформівного стану колеса при коченні з урахуванням площини контакту з опорною поверхнею. Описані алгоритми дозволяють, на відміну від раніше відомих, вирішувати принципово нові типи завдань пружного деформування елементів трибоспрямлення, уніфікувати типи конструкцій, які досліджуються, ефективно переходити від однієї розрахункової схеми до іншої залежно від фізико-геометричних параметрів і умов навантаження, отримувати вихідні дані в зручному для користувача вигляді.

Ключові слова: *колесо, тертя кочення, методика, диференціальні рівняння, чисельний метод, площа контакту, навантаження, напружено-деформівний стан, зусилля.*

Вступ. Сучасні теорії руху колеса існують у двох варіантах. У першому, класичному, найбільш простому й розповсюдженому варіанті вважається, що сила і момент опору коченню змінюються у відповідності із стрибкоподібною характеристикою кулонова тертя. У другому, більш складному варіанті вважається, що сила і момент - величини змінні, які прийнято визначати через виникаючі напруження в площині контакту колеса й основи. Складний варіант береться за основу у випадку, коли необхідна підвищена точність при моделюванні руху колеса. В ускладненому варіанті всі існуючі на сьогоднішній день теорії припускають визначення сили і моменту опору коченню колеса прямо, через напруження, що виникають у площині контакту. Відрізняються вони один від одного головним чином у виборі методу їх визначення. Складність такого підходу полягає в тому, що необхідно стежити за динамікою зміни площини контакту і виникаючих напружень, установлюючи при цьому спочатку закони їх розподілу. Розв'язок перерахованих задач досить трудомісткий навіть без урахування динаміки процесу і відноситься до самих складних аспектів контактної взаємодії згідно із класифікацією, яку надала академік І. М. Горячева [1].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Огляд розв'язків контактних задач із частковим проковзуванням, заснованих на прямому визначенні сил опору через виникаючі напруження, наведений у роботі [2]. При розв'язанні обчислювальних задач транспортної динаміки часто використовуються Magic Formula Пасейки [3]. Теорією руху колеса займалися такі відомі вітчизняні вчені, як М.В. Келдиш, А.Ю. Ішлинський, В.Ф. Журавльов, І.В. Новожилов, Ю.І. Неймарк, Н.А. Фуфасєв, М.А. Левин, В.Г. Вильке та ін. Проте теорії, що існують, не настільки зручні для проведення теоретичних досліджень, вони передбачають великий обсяг чисельних розрахунків і не мають універсальності, що не завжди влаштовує розроблювачів нової техніки.

Мета роботи та постановка задачі. У даній статті передбачається використання методів теорії пружності, складного програмного забезпечення й великого обсягу чисельних розрахунків на комп'ютері. Методи реалізовані на формуванні математичної моделі, яка базується на відомих підходах Лагранжа і Ейлера, що описують рівновагу й пружне деформування елемента, його зовнішню й внутрішню геометрію [4]. Коротко це виглядає в такий спосіб. Сформульована в області зміни довжини ділянки, що розглядається, система розв'язальних рівнянь має загальний вісімнадцятий порядок. На краю зміни змінної інтегрування задається шість незалежних крайових умов і шість рівнянь зв'язку. Для замикання системи рівнянь достатньо на краях області інтегрування задати шість незалежних крайових умов. Методика розв'язку поставленої задачі заснована на спільному використанні методу продовження по параметру і методу Ньютона-Канторовича. Вибираючи стан розглянутого елемента, який є як породжуючий, варіацією параметра навантаження системи рівнянь (його чисельне значення є аналогом фізичного), розв'язання можна продовжити на величину його зміни. Практична реалізація методу здійснюється у вигляді прикладних програм. При цьому час рахунку залежно від складності задачі не перевищує 2-5 хв. для ПЕОМ із оперативною пам'яттю 4 Гб і частотою 2800 МГц. За допомогою цієї методики можливе дослідження пружної кривої будь-якої просторової геометрії. Для завдання геометрії осьової лінії необхідно знати її функцію й похідні кривизни щодо глобальних осей. У статті, що розглядається, геометрією кривої буде частина ділянки кола колеса.

Виклад основного матеріалу. Пара «колесо - опорна поверхня» відноситься до фрикційних пар, тому при розв'язанні поставлених задач скористаємося наступними допущеннями й умовностями, застосовуваними в теорії фрикційних передач:

1. Основу, по якій перекочується колесо, будемо вважати абсолютно твердою.
2. Форму контакту циліндричного колеса із твердою основою будемо вважати близькою до прямокутної.
3. Для спрощення задачі будемо розглядати площу контакту як лінію контакту, тобто просторова задача, що описується системою розв'язальних рівнянь [4] через виключення параметрів навантаження по одній з осей автоматично перетворюється на плоску.
4. Припускаємо, що при притисненні колеса до твердої основи розподіл нормальних тисків у поздовжньому напрямку контакту близький до параболічного закону.

Реальний закон зміни нормальних тисків у контакті колеса з основою залежить від конструкції колеса, його пружних характеристик, умов кочення. У методиці, що розглядається, передбачене завдання необхідної довільної форми зміни епюри нормальних тисків. Якщо дія тиску розповсюджується на деякій ділянці ds інтервалу $0 \leq s \leq S$ (S – довжина елемента, який інтегрується), то задавши умову, при якій параметр навантаження $\lambda = f(s)$, можна прикласти навантаження будь-якої інтенсивності на одному або декількох ділянках інтегрування. При цьому для досягнення безперервності функції навантаження прикладаються не стрибкоподібно, а плавно, змінючись на ділянках $0 \leq \lambda_n \leq \lambda$ і $0 \leq \lambda_k \leq \lambda$, де λ_n і λ_k мінімально допустимі для збіжності обчислювального процесу значення параметра навантаження на початковому і кінцевому ділянках відповідно. Функція переходу від λ_n до λ і від λ до λ_k як правило, лінійна, але при необхідності, якщо потрібний додаток зосередженого навантаження на досить

малій ділянці, вона може бути нелінійною (наприклад, експонентною). Схематично ці методи показані на рис. 1. Величина зосередженого навантаження в цих випадках визначається відомими з опору матеріалів методами, тобто, в першому випадку (рис. 1, а) $P = \lambda_H ds_H + \lambda_K ds_K + \lambda ds$, другому (рис. 1, б) – $P = \int \lambda ds$.

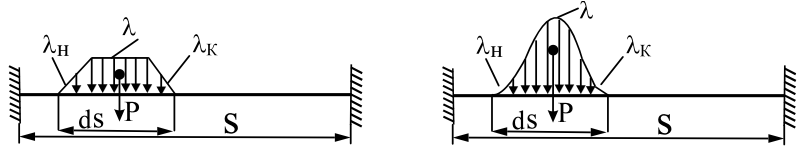


Рис. 1. Способи прикладення навантажень на ділянку інтегрування лінійною (а) і нелінійною (б) функціями

Таких ділянок може бути скільки завгодно на всьому інтервалі інтегрування. Таким чином, використовуючи розроблену методику, можна задавати довільні навантаження як за характером дії, так і за напрямком у будь-якій точці елемента.

Для подальшого викладення матеріалу будемо розглядати геометрію колеса, що зображена на рис. 2

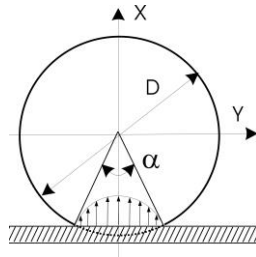


Рис. 2. Геометрія колеса

Кут a є центральним кутом, що стягує дугу кола, по якій відбувається деформація колеса. Приблизно кут деформації звичайно визначається за формулою:

$$\sin(0,5a) \approx 0,5a = f \text{ або } a = 2f \quad (1)$$

Однак, в дійсності залежності сили тертя й коефіцієнта тертя кочення від радіуса диска з урахуванням деформації тіл більш складні. Тому більш точне урахування значення деформації колеса має важливе значення для дослідження процесу тертя при коченні. Якщо визначити зусилля і моменти, то можна легко розрахувати і напруження за геометричними параметрами, що є в наяві. При визначенні внутрішніх силових факторів і деформацій необхідно розглядати динаміку всього процесу, враховуючи непостійність величини площини контакту у процесі роботи колеса. Методика, про яку йде мова у цій статті, дає можливість визначати деформацію колеса у місці контакту з урахуванням зміни геометрії колеса. Опишемо реалізацію цієї можливості.

Зміна геометрії колеса під дією навантаження обумовлює і зміну площини контакту. При числовому розв'язанні задачі час t формально еквівалентний кроку інтегрування, оскільки процес навантаження будемо вважати квазістатичним. Таким чином, прийнявши крок інтегрування ds досить малим, можна здійснити контроль напружено-деформованого стану колеса на всьому етапі. При цьому обчислювальний алгоритм можна побудувати таким чином, що довжина лінії контакту буде «ковзаючою» як з математичної, так і з фізичної точки зору. Тоб-

то, довжина ділянки інтегрування, може збільшуватися або зменшуватися по мірі деформування. Принципова схема такого підходу показана на рис. 3.

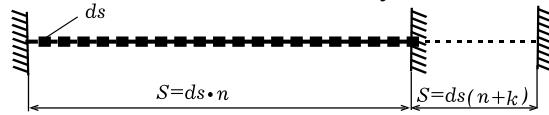


Рис. 3. Моделювання процесу збільшення довжини лінії контакту, що застосовується в обчислювальному алгоритмі

Тут S – довжина ділянки колеса, що розглядається, n – кількість кроків інтегрування, k – кількість додаткових кроків інтегрування.

Нехай фізико-механічні характеристики колеса мають наступні значення (рис. 2): D – діаметр колеса ($D = 630$ мм); d – умовний діаметр обода ($d = 61$ мм). Тоді осьові моменти інерції

$$I_x = I_y = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{64} = \frac{\pi(0,63^4 - 0,061^4)}{64} = 71 \cdot 10^{-4} \text{ м}^4. \quad (2)$$

Будемо вважати, що матеріал колеса – сталь-13Г2АФ (коефіцієнт Пуансона $E = 2 \cdot 10^5$ Мпа (МН/м^2)).

Для підстановки значень жорсткості в обчислювальні підпрограми приймаємо: $A = B = EI_x = EI_y = 2 \cdot 10^{11}$ Нм². Навантаження відбувалося за параболическим законом розподілу (див. рис. 2).

За даними параметрами було отримано розв'язок, у якому відомі всі показники напружено деформованого стану колеса у будь-якій його точці.

З'ясуємо, наприклад, як змінюються значення зусиль по мірі деформування колеса. На рис. 4, а за результатами розв'язку показано зміну лінії контакту в залежності від навантаження на декількох кроках інтегрування.

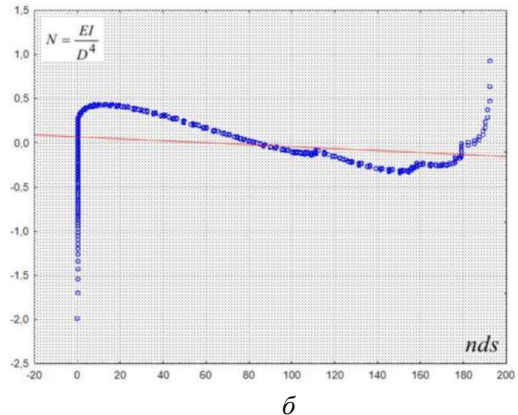
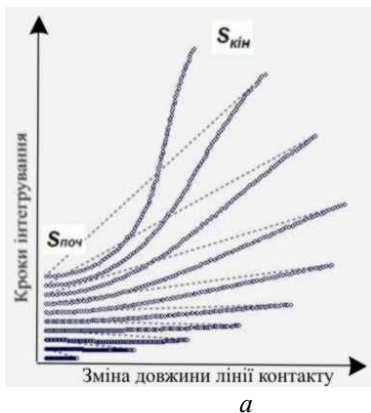


Рис.4. Зміна довжини лінії контакту в залежності від навантаження (а) та зусилля у безрозмірних значеннях, що отримані на довільній ділянці колеса (б)

На рис. 4, б показано значення подовжніх зусиль N на окремо взятій ділянці інтегрування. Аналіз графіків показує, що процес відбувається у значній нелінійності, тому аналітичне розв'язання таких задач неможливе.

На рис. 4, б показано лише значення внутрішнього зусилля N , оскільки інші складові повного вектора моменту дорівнюють нулю внаслідок деформування в одній площині. Тут потрібно підкреслити, що кількість кроків інтегрування не завжди пропорційна довжині ділянки контакту - іноді при числовому рахунку буває доцільно для прискорення рахунку або для проходження нестійких точок

змінювати величину кроку. Тому контроль величини зони контакту або якого-небудь іншого вигляду деформування здійснюється тільки виходячи з координат, що отримуються числовим розрахунком.

Висновки. Обчислювальні алгоритми, що показані у даній статті, дозволяють змоделювати пружні процеси, виявити всі елементи напружено-деформованого стану в зоні контакту при коченні. Слід зазначити, що обсяг матеріалу не дозволив надати приклад деформування у просторі, тобто розглядати просторову задачу, але при необхідності за даною методикою це можливо. Визначення чинників, що впливають на забезпечення встановлених параметрів роботи трибоспряження та встановлення шляхів цілеспрямованого керування цими чинниками, дозволить скоротити і оптимізувати дослідження щодо покращення їх якості.

Список літератури

1. Горячева И.Г. Механика фрикционного взаимодействия. М.: Наука, 2001. 478 с.
2. Hills D.A. Nowell D. Mechanics of fretting fatigue. Dordrecht etc.: Kluwer, 1994. 236 p.
3. Pacejka H.B. Tire and Vehicle Dynamics. SAE.: NSAE0013, 2005. 620 p.
4. Кравцов В.І., Кіндрачук М.В., Діденко О.Л., Бурбела Ю.Б. Деформування опорної поверхні підшипника ковзання турбокомпресора в залежності від її жорсткості// Проблеми трибології, №4- 2015.

Стаття надійшла до редакції 26.02.2021.

Кравцов Віктор Іванович – доктор техн. наук, професор, професор кафедри машинознавства, стандартизації та сертифікації, Національний авіаційний університет, пр. Любомира Гузара, 1, м. Київ, Україна, 03058, тел.: +38 044 406 77 73, E-mail: vi_kr@ukr.net

Гловин Михайло Андрійович - студент, Національний авіаційний університет, пр. Любомира Гузара, 1, м. Київ, Україна

Костецький Іван Володимирович - студент, Національний авіаційний університет, пр. Любомира Гузара, 1, м. Київ, Україна

V. I. KRAVTSOV, M. A. GLOVIN, I. V. KOSTETSKY

STRESS-STRAIN STATE OF THE WHEEL WHEN ROLLING, TAKING INTO ACCOUNT THE PLANE OF CONTACT WITH THE SUPPORTING SURFACE

The possibilities of the method for the numerical solution of high-order differential equations for solving tribology problems are shown. In particular, the problem of deformation of a section of a wheel during rolling is considered, taking into account the contact zone. The technique for solving the problem is based on the general use of the parameter continuation method and the Newton-Kantorovich method, it describes the spatial nonlinear deformation of an elastic element of arbitrary curvature with an arbitrary vector of acting static or quasi-static loads, while this article considers only the plane problem. Methods of representation of loads on the section under consideration are given. Also considered is the consideration of the variability of the line of contact of the wheel, depending on its deformation. To illustrate the method, an example of solving the problem from determining the stress-strain state of a wheel during rolling is given, taking into account the plane of contact with the supporting surface. The given graphs are built automatically using application programs that solve the problem. The described algorithms allow, in contrast to the previously known ones, to solve fundamentally new types of problems of elastic deformation of triboconjugation elements, to unify the types of structures that are investigated, to efficiently switch from one design scheme to another depending on physical and geometric parameters and load conditions, to obtain output data in user-friendly form. Determination of the factors that affect the provision of the established parameters of the tribo-conjugation and the establishment of ways of purposeful management of these factors will reduce and optimize the study to improve their quality.

Key words: wheel, rolling friction, technique, differential equations, numerical method, contact area, loading, stress-strain state, forces.

Referenses

1. Goryacheva I.G. Mekhanika friktsionnogo vzaimodeystviya. M.: Nauka. 2001. 478 s.
2. Hills D.A. Nowell D. Mechanics of fretting fatigue. Dordrecht etc.: Kluwer, 1994. 236 p.
3. Pacejka H.B. Tire and Vehicle Dynamics. SAE.: NSAE0013, 2005. 620 p.
4. Kravtsov V.I., Kindrachuk M.V., Didenko O.L., Burbela Yu.B. Deformuvannya opornoї poverkhni pidshipnika kovzannya turbokompresora v zalezhnosti vid її zhorstkosti // Problemi tribologii. №4- 2015.