

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ РАЗРАБОТКИ МЕТОДОВ ЗАЩИТЫ ИНФОРМАЦИИ В КОНФЛИКТУЮЩИХ СИСТЕМАХ

Институт комп'ютерних технологій
Національного авіаційного університету

Выполнена оценка эффективности разработки методов защиты при неопределенности условий информационного противодействия, оптимальных равновесных затратах оперирующих сторон, наличии погрешностей исходных данных задач и конкуренции на рынке производителей методов защиты и нападения в конфликтующих информационных системах

Введение

В работе [1] доказана оптимальность равновесных затрат оперирующих сторон информационного противоборства по критерию максимального правдоподобия. Построены математические модели баланса средств нападения и защиты в конфликтующих системах. Показано, что полученное оптимальное решение может служить основой для оптимальных решений трех основных задач конфликта: какие методы оперирующим сторонам следует разрабатывать при ограниченных ресурсах для получения максимального эффекта, в каких объемах применять эти методы, как определить минимальные ресурсы, которые необходимо затратить на разработку методов нападения и защиты (МНЗ). В работе [2] определяется влияние неопределенности условий информационного противодействия, погрешностей исходных данных задач и конкуренции на определение оптимальных равновесных затрат. Доказаны теоремы об условиях несмещенности, состоятельности и эффективности оптимальной оценки равновесных затрат оперирующих сторон при воздействии помех и наличии погрешностей, о свойстве оптимальности равновесных затрат оперирующих сторон по критерию максимального правдоподобия в условиях конкуренции n разработчиков методов защиты и m разработчиков методов нападения.

В работе [3] обоснованы критерии оценки защищенности телекоммуникационных систем на основе характеристик систем связи.

Данная работа является логическим продолжением работ [1, 2]. В ней определяются оптимальные затраты разработчиков МНЗ по критерию максимума эффекта, минимальные ресурсы, которые необходимо затратить на разработку МНЗ.

Цель работы

На основе равновесных затрат оперирующих сторон информационного противоборства необходимо определить оптимальные затраты разработчиков МНЗ по критерию максимума эффекта, доказать теорему о необходимых и достаточных условиях существования и единственности решения задачи оптимизации затрат по критерию максимума эффекта.

Постановка задач

Предполагаются известными зависимости числа МНЗ и числа разработчиков от затрат ресурсов на разработку методов, средние равновесные затраты и ёмкость рынка. Необходимо определить оптимальные затраты разработчиков МНЗ по критерию максимума эффекта; учесть постоянные и переменные издержки производства; определить минимальные ресурсы, которые необходимо затратить на разработку МНЗ.

Решение поставленных задач

Разработчики методов нападения и защиты ориентируются на функции спроса и предложения на рынке, средние равновесные затраты, и ёмкость рынка. Рассмотрим оптимизацию затрат по критерию максимума эффекта при известных

средних равновесных затратах на примере разработки методов защиты. Основным критерием эффективности разработки методов защиты является прибыль.

Зависимость прибыли $\pi(d, d_0)$ от текущих d и равновесных d_0 затрат на создание методов защиты можно представить в виде [1, 2]:

$$\pi(d, d_0) = N_1(d, d_0)(d - Z_1) - Z_{oo} \approx [N_1(d_0) - N'_1(d_0)(d - d_0)](d - Z_1) - Z_{oo} \quad (1)$$

где $N_1(d_0)$, методов/год, ёмкость рынка при равновесных затратах $d = d_0$,

$N'_1(d_0)$ - производная функции спроса на методы защиты в точке $d = d_0$,

Z_1 - переменные издержки производства, усл.ед./метод,

Z_{oo} - постоянные издержки производства, усл.ед./год.

Эффект по критерию (1) обычно определяют для краткосрочного периода при

$$Z_{oo} = const \quad (2)$$

Прибыль $\pi(d, d_0)$ имеет размерность усл.ед./год. Формулу (1) можно представить в виде:

$$D(d, d_0) = N_1(d, d_0)d = Z_{oo} + N_1(d, d_0)Z_1 + \pi(d, d_0) \quad (3)$$

Соотношение (3) является уравнением баланса для дохода.

Задача оптимизации затрат по критерию максимума прибыли сводится к поиску оптимальных затрат

$$d_{opt} = \arg \max_d \pi(d, d_0), \quad (4)$$

При которых имеем максимум прибыли

$$\max_d \pi(d, d_0) = \pi_{\max}(d_{opt}, d_0). \quad (5)$$

Теорема о необходимых и достаточных условиях существования и единственности оптимального решения задачи определения оптимальных затрат по критерию максимума прибыли.

Если:

1. Прибыль от производства $N_1(d, d_0)$ методов защиты может быть представлена в виде целевой функции оптимизации (1).

2. Производная функции спроса $N'_1(d_0)$ первого порядка по d_0 существует и удовлетворяет необходимому условию:

$$N'_1(d, d_0) > 0, \quad (6)$$

3. Функции $N_1(d, d_0)$ и $N'_1(d, d_0)$ являются монотонными функциями, то оптимальное решение d_{opt} уравнения (4) существует, является единственным и определяется уравнением

$$d_{opt} = \frac{Z_1 + d_0}{2} + \frac{N_1(d_0)}{2N'_1(d_0)} \quad (7)$$

Доказательство. Выполним дифференцирование $\pi(d, d_0)$ уравнения (1) по d и получим уравнение оптимизации $N'_1(d_0)(2d - (Z_1 + d_0)) - N_1(d_0) = 0$. (8)

Решая уравнение относительно d , получим оптимальное решение (7).

При выполнении условия 1-3, оптимальное решение уравнения (7) существует и является единственным, что и требовалось доказать.

Таким образом, оптимальные затраты разработчиков методов защиты, которые обеспечивают получение максимальной прибыли, определяются средними равновесными затратами d_0 , переменными издержками Z_1 производства, емкостью рынка методов защиты и нападения $N_1(d_0)$ и производной функции спроса $N'_1(d_0)$ в точке $d = d_0$.

Следствие 1. Нижняя граница допустимых оптимальных затрат определяется условиями

$$d_1 = d_0, N_1(d) = N_1(d_0), \pi(d, d_0) > 0, \quad (9)$$

из которых следует необходимое условие эффективного выхода на рынок методов защиты и нападения

$$Z_1 + \frac{Z_{oo}}{N_1(d_0)} < d_0. \quad (10)$$

Следствие 2. Максимальное значение прибыли определяется соотношением

$$\pi_{\max}(d_{opt}, d_0) = [N_1(d_0) - N'_1(d_0)(d_{opt} - d_0)](d_{opt} - Z_1) - Z_{oo} \quad (11)$$

Следствие 3. При относительно больших переменных затратах и постоянных издержках условие (10) для d_{opt}

может нарушиться и максимальная прибыль может стать отрицательной, то есть превратиться в «убыль».

Следствие 4. Если d_o оценивается по исходным данным с погрешностями [2], то дисперсия оптимальных затрат разработчика методов нападения

$$D[d_{opt}] = \left[\frac{\partial d_{opt}}{\partial d_o} \right]^2 D[d_o] \quad (12)$$

Следствие 5. Дисперсия максимального значения прибыли

$$D[\pi(d_{opt}, d_o)] = \left[\frac{\partial \pi}{\partial d_{opt}} \right]^2 D[d_{opt}] + \left[\frac{\partial \pi}{\partial d_o} \right]^2 D[d_o] \quad (13)$$

Пример 1. Предположим, что известны следующие исходные данные: $N_1(d_o) = 600$, методов/год; $N_1'(d_o) = 2$, (метода)²/усл. ед. год; $Z_1 = 150$, усл.ед./метод, $d_o = 200$, усл.ед./метод, $Z_{00} = 2 \times 10^4$, усл.ед/год. Необходимо определить оптимальные затраты на разработку одного метода и максимальную прибыль.

Используя уравнения (7), (11) получим:

$$d_{opt} = \frac{Z_1 + d_o}{2} + \frac{N_1(d_o)}{2N_1'(d_o)} = \frac{150 + 200}{2} + \frac{600}{2 \times 2} = 325, \text{ усл.ед./метод.}$$

$$\begin{aligned} \pi_{\max}(d_{opt}, d_o) &= [N_1(d_o) - N_1'(d_o)(d_{opt} - d_o)](d_{opt} - Z_1) - Z_{00} = \\ &= [600 - 2(325 - 200)](325 - 150) - 20000 = 41250, \\ &\text{усл.ед/год.} \end{aligned}$$

Значения оптимальных затрат на разработку методов защиты при различных значениях постоянных издержек приведены на рис.1.

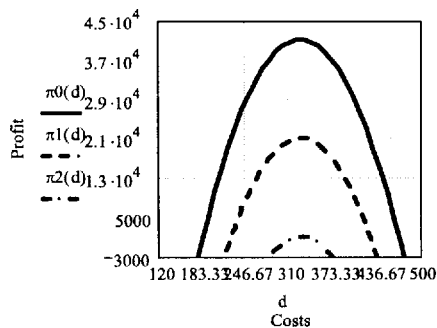


Рис.1. Зависимости $\pi(d, Z_{00})$ ($Z_{00} = 20 \times 10^4$)

Определение максимума прибыли позволяет рассчитать все производные характеристики эффективности:

показатель нормы прибыли

$$k_{\pi_i} = \frac{\pi_{\max}(d_{opt})}{D(d_{opt})}, \quad (14)$$

показатель эффективности постоянных и переменных затрат

$$k_{z_{01}} = \frac{\pi_{\max}(d_{opt})}{z_{01}}, \quad (15)$$

показатель эффективности постоянных затрат (капитальных вложений)

$$k_{z_0} = \frac{\pi_{\max}(d_{opt})}{z_0}, \quad (16)$$

показатель эффективности переменных затрат

$$k_{z_1} = \frac{\pi_{\max}(d_{opt})}{z_1}, \quad (17)$$

где $D(d_{opt})$ – максимальный доход (3) от разработки методов защиты,

Z_{01} – сумма постоянных и переменных затрат на обеспечение производства методов,

Z_{00} – постоянные затраты на обеспечение производства методов,

$$Z_{11} = [N_1(d_o) - N_1'(d_o)(d_{opt} - d_o)]Z_1 \quad (18)$$

переменные затраты на обеспечение производства методов.

Пример 2. Рассчитаем показатели эффективности разработки методов защиты (14)-(17) по исходным данным и результатам примера 1.

$$\begin{aligned} k_{\pi} &= 41250/109380 = 0.3771 = 37.71\%. \\ k_{z_{01}} &= 41250/72500 = 0.569. \\ k_{z_1} &= 41250/52500 = 0.7857. \\ k_{z_0} &= 41250/20000 = 2.0625. \end{aligned}$$

Пример 3. Оценим влияние параметров уравнения (1) на показатели эффективности. Предположим, что может быть использовано три варианта выбора $N_1' = 1$ (1), 2 (2), 3 (3).

На рис.2 приведены зависимости прибыли от затрат. Координаты экстремумов имеют значения (475, 85630), (325, 41250), (275, 26880).

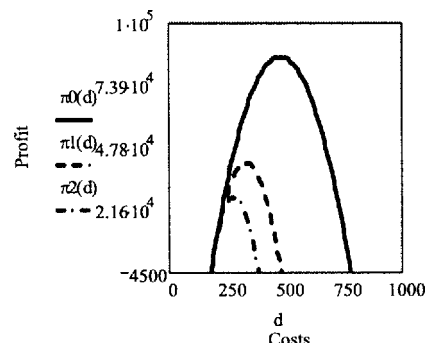


Рис. 2. Зависимости $\pi(d, Z_{00})$ при $N_1' = 1$ (1); 20×10^4 (2); 20×10^4 (3) 2 (2); 3 (3)

Анализ результатов примеров 1-3 показывает, что определение максимальной прибыли позволяет дифференцированную всестороннюю оценку эффективности разработки методов с учетом влияния всех параметров, которые входят в уравнение (1).

Таким образом, определение оптимальных равновесных затрат в условиях конкуренции позволяет разработчику методов нападения принимать оптимальные решения относительно возмещения затрат и максимизации эффекта разработки с учётом переменных и постоянных издержек. Аналогично решается задача оптимизации затрат при разработке методов нападения.

Решение задач оптимизации затрат при разработке методов защиты по всей возможной номенклатуре методов позволяет решить задачу определения числа видов и оптимальных объемов производства методов защиты при ограниченных ресурсах производства [5].

Предположим, что разработчик может предложить P методов защиты. Для каждого j -го вида методов найдены оптимальные затраты (оптимальная цена) производителя $d_{opt,j}$ (7). Обозначим через N_j объём производства методов защиты j -го вида при оптимальных затратах. Доход D_j , получаемый от производства методов j -го вида определяется по формуле

$$D_j = N_j d_{opt,j}, j = 1, P. \quad (19)$$

Суммарный годовой доход D , получаемый от производства P методов,

$$D = \sum_{j=1}^P N_j d_{opt,j} = \sum_{j=1}^P (z_{0,j} + z_{1,j} + z_{2,j}) N_j \text{ усл.ед./год}, \quad (20)$$

где $z_{0,j}$ - постоянные издержки, исчисляемые в расчёте на один j -ый метод, усл.ед./метод,

$z_{1,j}$ - переменные издержки, исчисляемые в расчёте на один j -ый метод, усл.ед./метод,

$z_{2,j}$ - прибыль, исчисляемая в расчёте на один j -ый метод, усл.ед./метод,

N_j - годовой объём производства

методов j -го вида, методов/год.

Предположим, что при производстве P методов суммарные постоянные и переменные издержки ограничены величинами z_0^P, z_1^P :

$$\sum_{j=1}^P z_{0,j} N_j \leq z_0^P, \quad (21)$$

$$\sum_{j=1}^P z_{1,j} N_j \leq z_1^P. \quad (22)$$

Кроме того, суммарная годовая прибыль должна быть больше или равна заданному значению z_2^P

$$\sum_{j=1}^P z_{2,j} N_j \geq z_2^P. \quad (23)$$

Так как $N_j, j = \overline{1, P}$, представляют собой положительные величины, то очевидно должно быть выполнено еще и логическое условие:

$$\forall N_j \geq 0. \quad (24)$$

Если ограничен общий объём производства, то такое условие может быть задано в виде неравенства

$$\sum_{j=1}^P N_j \leq N_P. \quad (25)$$

Задача определения оптимальных объёмов разработки методов, при допустимых ограничениях на ресурсы является прямой задачей линейного программирования в следующей постановке: известна целевая функция (20) и ограничения вида (21) – (25), требуется найти оптимальные значения

$$N_{jopt} = \arg \max D(N_j), j = \overline{1, P}, \quad (26)$$

доставляющие

$$\max_{N_j} D(N_j) = D_{\max}(N_{jopt}), \quad (27)$$

при условии выполнения всех ограничений (21) – (25).

В обратной задаче линейного программирования обычно минимизируют суммарные постоянные и переменные издержки при выполнении ограничений на получаемый доход, прибыль, общий объём производства. Типовая обратная задача линейного программирования может быть поставлена в следующей постановке:

известна целевая функция

$$z(N_j) = \sum_{j=1}^P (z_{0,j} + z_{1,j}) N_j, \quad (28)$$

и ограничения в виде

$$\sum_{j=1}^P d_{opt, j} N_j \geq D_p, \quad (29)$$

$$\sum_{j=1}^P Z_{2, j} N_j \geq Z_2^P, \quad (30)$$

$$\sum_{j=1}^P N_j \leq N_p, \quad (31)$$

$$\forall N_j \geq 0, j = \overline{1, P}, \quad (32)$$

требуется найти оптимальные значения

$$N_{jopt} = \arg \min Z(N_j), j = \overline{1, Q}, \quad (33)$$

доставляющие

$$\min_{N_j} Z(N_j) = Z_{\min}(N_{jopt}) \quad (34)$$

при условии выполнения всех ограничений (29) – (32).

Если ограничение накладывается на величину дохода и

$$D_p = D_{\max}(N_{jopt}), \quad (35)$$

то

$$Z_{\min}(N_{jopt}) = Z_0^P + Z_1^P \quad (36)$$

и оптимальные решения прямой и обратной задачи совпадают.

Использование условий двойственности (35), (36) во многих практически важных случаях позволяет упростить поиск оптимального решения.

Выводы

1. Оптимальные равновесные затраты использованы для определения оптимальных затрат разработчиков методов нападения и защиты, в которых учитываются переменные и постоянные издержки производства. Построена математическая модель (1) прибыли, которая выступает в роли целевой функции оптимизации затрат разработчиков методов защиты.

2. Определены число видов и оптимальные объёмы разработки методов при ограниченных ресурсах и оптимальных затратах на разработку. Задача подготовки оптимального решения ставится как задача линейного программирования. Найдены условия двойственности прямой и обратной задачи линейного программирования.

3. Актуальным направлением предлагаемых подходов линейной теории принятия оптимальных решений в противодействующих информационных систе-

мах является учёт нестационарного характера функций спроса и предложения.

Список литературы

1. *Гузий Н.Н., Игнатов В.А.* Моделирование баланса средств нападения и защиты в конфликтующих системах. Восточноукр. нац. ун – т им. В. Даля. – Луганск, 2007 – №12. – С. 30 – 36.

2. *Гузий Н.Н.* Влияние условий информационного противодействия на затраты оперирующих сторон. Проблемы информатизації та управління. – К.: НАУ, 2007. – Вип. 4(22). – С. 127 – 134.

3. *Конахович Г.С., Голубничий О.Г., Пузиренко О.Ю.* Оцінка ефективності системи захисту інформації в телекомунікаційних системах. Проблемы информатизації та управління. – К.: НАУ, 2007. – Вип. 3(21). – С.127 – 134.

4. *Игнатов В.А., Маньшин Г.С., Трайнев В.А.* Статистическая оптимизация качества функционирования электронных систем. – М.: Энергия, 1974. – 264 с.

5. *Игнатов В.А., Гузий Н.Н.* Прикладные вопросы принятия оптимальных решений в рыночной экономике. "Інформаційні технології в економіці, менеджменті і бізнесі." – К.: Європейський університет. – 2002. – С.57 – 62.