УДК 004.7:519.872(045)

Дишлюк О.М.

АНАЛІТИЧНА МОДЕЛЬ БЕЗПРОВОДОВОЇ ЛОКАЛЬНОЇ МЕРЕЖІ

Інститут комп'ютерних технологій
Національного авіаційного університету

Розглянута безпроводова локальна мережа. Оскільки канал зв'язку в безпроводових мережах має обмежену пропускну здатність та використовується одночасно всіма станціями, то процес функціонування такої мережі можна змоделювати, використовуючи протоколи випадкового множинного доступу. Для опису та побудови аналітичної моделі безпроводової мережі застосовується система масового обслуговування з повторними викликами. Визначено розподіл ймовірностей станів каналу та основні імовірнісно-часові характеристики мережі

Вступ

Впровадження інформаційних технологій у виробничу та економічну діяльність розширює сферу застосування систем передачі інформації. Перш за все для обміну даними використовують комп'ютерні мережі, більша частина яких побудована на стандартах *Fast Ethernet* та *Gigabit Ethernet*. Передача інформації в таких мережах здійснюється по фізичним каналам зв'язку, таким як вита пара, оптоволоконний кабель та радіоканал. Для побудови найпростішої комп'ютерної мережі достатньо застосувати мережеві адаптери та кабель певного типу.

Мережі, які використовують радіоканал, мають назву безпроводові мережі. У порівнянні з звичайними локальними мережами безпроводові мережі мають ряд переваг. Насамперед вони не потребують витрат на прокладання мережевих кабелів, дозволяють зв'язати в єдину мережу *PDA*, ноутбуки, персональні комп'ютери та мобільні телефони.

У зв'язку із широким розповсюдженням безпроводових мереж зростає актуальність дослідження їх функціонування. При дослідженні таких мереж на практиці виникають ситуації, які потребують розуміння суті процесів, що відбуваються в таких мережах.

Аналітичні дослідження безпроводових мереж дозволяють зрозуміти та пояснити, що ж насправді відбувається під час роботи таких мереж, яким чином можна вплинути на їх ефективність та якість функціонування.

Безпроводові мережі часто використовуються для забезпечення доступу до глобальної мережі Інтернет.

Для доступу до середи передачі даних (радіоканалу) використовується метод множинного доступу з контролем несучої та запобіганням колізій (*CSMA/CA*). Цей метод представляє собою механізм «прослуховування перед передачею даних». Станція, що намагається виконати обмін даними, перевіряє, чи присутній в радіоканалі сигнал несучої та очікує її звільнення.

Метод *CSMA/CA* не спрацьовує в тих випадках, коли дві станції одночасно починають передавати інформацію, тоді їх сигнали накладаються та потребують повторної передачі [3].

Для адекватного опису процесу передачі інформації в безпроводових локальних мережах застосуємо систему масового обслуговування з повторними викликами.

Математична модель СМО з повторними викликами

Найбільш загально СМО з повторними викликами описана в роботі [1]. Вона являє собою систему з вхідним потоком Пуассона з параметром λ та випадковим часом обслуговування заявок, який має функцію розподілу $B(x)$, а також має s ($s \geq 1$) незалежних однакових каналів обслуговування. Дана система має $m-s$ $(m \geq s)$ місць в черзі очікування. Заявка, що надходить до системи, починає відразу обслуговуватись, якщо існує вільний канал обслуговування, інакше, якщо в черзі очікування є вільні місця, то вона стає в чергу та очікує обслуговування. Але, можлива ситуація, коли заявка надходить до системи, а всі канали обслуговування та місця в черзі очікування зайняті, тоді вона покидає систему назавжди. В такому випадку ймовірність того, що заявка залишить систему не обслугованою, складає $1-H_0$, в іншому випадку, заявка може вибути з системи та спробувати ще раз потрапити на обслуговування після випадкової затримки із ймовірністю H_0. Заявки, які повертаються та пробують знову потрапити на обслуговування, знаходяться на так званій «орбіті». Кількість місць на орбіті O може бути скінченна або нескінченна. Коли орбіта має скінченну кількість місць і вони всі зайняті, то будь-яка заявка, що до неї надходить, вимушена покинути систему назавжди. Якщо заявка знаходиться на орбіті, то вона пробує знову потрапити в систему на обслуговування на інтервалі часу $(t,t+\Delta t)$ із ймовірністю $\theta\Delta t+o(\Delta t)$, формуючи при цьому незалежний потік заявок з параметром θ. Заявка, потрапивши до системи після повторного звернення, обслуговується як і будь-яка заявка, що вперше надійшла в систему: при наявності вільного каналу вона негайно обслуговується або займає місце в черзі на обслуговування. Якщо всі канали обслуговування та місця в черзі очікування зайняті, то заявка залишає систему назавжди з ймовірністю $1-H_j$ при j – тому незалежному поверненні, або вона знову надходить до орбіти при наявності в ній вільних місць з ймовірністю H_j.

Для дослідження СМО з повторними викликами в розглянутій моделі покладемо, що $m=s$, причому $s=1$, тобто маємо один канал обслуговування, а також маємо нескінченну кількість місць на орбіті $(O=\infty)$. Тоді за допомогою такої моделі СМО можна описати процес функціонування безпроводової локальної мережі із протоколом множинного випадкового доступу.

Аналітична модель безпроводової локальної мережі

Розглянемо аналітичну модель безпроводової мережі, що управляється протоколом випадкового множинного доступу [2]. В якості пристрою обслуговування в таких мережах виступає радіоканал. Він може знаходитися в одному із трьох станів: $k=0$, якщо канал вільний; $k=1$, коли він зайнятий обслуговуванням кадру; $k=2$, коли в мережі реалізується етап сповіщення про конфлікт. Кадр даних, що застав в момент надходження канал вільним, починає негайно обслуговуватися. Якщо за цей час інші кадри не поступали, то початковий кадр після завершення обслуговування покидає систему. Якщо під час обслуговування одного кадру починається передача іншого кадру, то вони вступають у конфлікт. Кадри, що потрапили у конфлікт, а також ті, що поступили на інтервалі сповіщення про конфлікт, переходять до джерела повторних викликів (ДПВ), з якого знову звертаються до каналу із спробою повторної передачі. Повторне звернення відбувається після випадкової затримки, що має експоненціальний розподіл з параметром σ. Число кадрів в ДПВ позначимо через i.

Оскільки інтенсивність надходження повідомлень із зовнішнього джерела не залежить від числа базових станцій, тому будемо вважати, що число вузлів в безпроводовій мережі нескінченне. Вхідний потік моделюється пуасонівським потоком з постійною інтенсивністю λ.

Нехай час обслуговування кадрів і довжини інтервалів повідомлення про конфлікт мають експоненціальний час обслуговування з параметром μ для часу обслуговування і μ_1 для інтервалу повідомлення про конфлікт.

В безпроводових мережах з протоколом випадкового множинного доступу інтенсивність звернення заявок, що потребують повторного обслуговування, регулюється мережевим адаптером. Для стабілізації нестійких мереж інтенсивність σ повторного звернення буде зростати неперервно при будь-якому стані каналу та спадати дискретно в момент закінчення в каналі сигналу повідомлення про конфлікт. Для такої зміни σ, поклавши $\sigma=1/T$ (де T – стан адаптера), конструкцію адаптера виберемо так, що його стан *T(t)* протягом часу *t* буде змінюватися наступним чином: в будь-який момент часу $T(t+\Delta t)=T(t)+\alpha\mu\Delta t$ за виключенням моменту закінчення розповсюдження сигналу повідомлення про конфлікт, коли $T(t+\Delta t)=T(t)-\mu\beta$.

Тут α і β – параметри адаптера. Якщо при спаданні *T(t)* досягає нульового значення, то стан адаптера залишається рівним цьому значенню до моменту його збільшення на β.

Стан такої системи можна визначити вектором (k,i,T), зміна в часі якого утворює однорідний марковський процес $\{k(t),i(t),T(t)\}$.

Даний випадковий процес є марковським, оскільки, знаючи стан, в якому знаходиться система в момент часу *t*, можна визначити імовірнісний розподіл станів, в які вона перейде в момент часу $t+\Delta t$.

Для дослідження математичної моделі введемо наступні позначення:

$$P(k(t)=k,i(t)=t,T\le T(t)<T+dT)=$$
$$=P_k(i,T,t)dT,$$

де k – стан радіоканалу;
i – кількість кадрів в джерелі повторних викликів;
T – стан мережевого адаптера.

Відношення інтенсивності вхідного потоку до середнього часу обслуговування кадру позначимо:

$$\rho=\frac{\lambda}{\mu}.$$

Відношення середнього часу інтервалу повідомлення про конфлікт до середнього часу обслуговування заявки будемо позначати як $\frac{1}{\nu}=\frac{\mu_1}{\mu}$.

Складемо систему рівнянь, що визначає розподіл ймовірностей станів безпроводової мережі $P_k(i,T,t)$. Припустимо, що в момент часу $t+\Delta t$ система буде знаходитися в стані $(0,i,T)$, тобто радіоканал вільний, у ДПВ знаходиться i кадрів і стан адаптера T. В цей стан система за час Δt може перейти, якщо в момент часу t вона знаходилася в одному з трьох станів:

$(0,i,T+\alpha\mu\Delta t)$ – радіоканал вільний, у ДПВ i кадрів, стан адаптера $T+\alpha\mu\Delta t$;
$(1,i,T+\alpha\mu\Delta t)$ – радіоканал зайнятий, у ДПВ i вимог, стан адаптера $T+\alpha\mu\Delta t$;
$(2,i,T-\beta)$ – йде інтервал сповіщення про конфлікт, у ДПВ i кадрів, стан адаптера $(T-\beta)$.

З першого стану в стан $(0,i,T)$ система перейде, якщо за час Δt до радіоканалу не поступить жоден кадр даних. Ця подія може відбутися з імовірністю

$$1-\left[\lambda+\frac{\gamma\mu i}{T}\right]\Delta t+o(\Delta t).$$

Із стану $(1,i,T+\alpha\mu\Delta t)$ у стан $(0,i,T)$ система перейде за час Δt з імовірністю $\mu\Delta t+o(\Delta t)$. Із стану $(2,i,T-\beta)$ у стан $(0,i,T)$ система перейде за час Δt з імовірністю $\mu_1\Delta T+o(\Delta t)$, тобто завершиться інтервал сповіщення про конфлікт. В результаті отримаємо рівняння:

$$P_0(i,T,t+\Delta t)=\mu\Delta tP_1(i,T+\alpha\mu\Delta t,t)+$$
$$+\mu_1\Delta tP_2(i,T-\beta,t)+$$
$$+\left[1-\left(\lambda+\gamma\mu\frac{i}{T}\right)\Delta t\right]\times$$
$$\times P_0(i,T+\alpha\mu\Delta t,t)+o(\Delta t)$$

В момент часу $t+\Delta t$ система знаходиться в стані $(1,i,T)$, тобто в радіоканалі на обслуговуванні знаходиться один кадр, у ДПВ знаходиться i кадрів і стан адаптера T. Цей стан система прийме, якщо в момент часу t вона знаходилася в одному з трьох станів:

$(0,i,T+\alpha\mu\Delta t)$ – канал обслуговування вільний, у ДПВ i кадрів, стан адаптера $T+\alpha\mu\Delta t$;
$(1,i,T+\alpha\mu\Delta t)$ – канал зайнятий, у ДПВ i кадрів, стан адаптера $T+\alpha\mu\Delta t$;
$(0,i+1,T+\alpha\mu\Delta t)$ – канал вільний, у ДПВ $i+1$ кадр, стан адаптера $T+\alpha\mu\Delta t$.

Із стану $(1,i,T+\alpha\mu\Delta t)$ у стан $(1,i,T)$ система перейде за час Δt з імовірністю $1-\left[\lambda+\frac{\gamma\mu i}{T}+\mu\right]\Delta t+o(\Delta t)$, тобто до радіоканалу не поступить жоден кадр даних. Із стану $(0,i,T+\alpha\mu\Delta t)$ у стан $(1,i,T)$ система перейде за час Δt з імовірністю $\lambda\Delta t+o(\Delta t)$, тобто до радіоканалу надійде кадр. Із стану $(0,i+1,T+\alpha\mu\Delta t)$ у стан $(1,i,T)$ система перейде за час Δt з імовірністю $\gamma\mu\frac{(i+1)}{T}\Delta t+o(\Delta t)$, тобто з ДПВ до радіоканалу поступить один кадр.

Отримаємо наступне рівняння:

$$P_1(i,T,t+\Delta t)=\lambda\Delta tP_0(i,T+\alpha\mu\Delta t,t)+$$
$$+\gamma\mu\frac{i+1}{T}\Delta tP_0(i+1,T+\alpha\mu\Delta t,t)+$$
$$+\left[1-\left(\lambda+\gamma\mu\frac{i}{T}+\mu\right)\Delta t\right]\times$$
$$\times P_1(i,T+\alpha\mu\Delta t,t)+o(\Delta t)$$

В момент часу $t+\Delta t$ система буде знаходитись у стані $(2,i,T)$, тобто відбувся конфлікт і почався інтервал сповіщення про конфлікт, у ДПВ знаходиться i кадрів та стан адаптера T. В цей стан система перейде, якщо в момент часу t вона знаходилась в одному із наступних станів:

$(2,i,T+\alpha\mu\Delta t)$ – в радіоканалі йде інтервал сповіщення про конфлікт, у ДПВ i кадрів, стан адаптера $T+\alpha\mu\Delta t$;

$(1,i-2,T+\alpha\mu\Delta t)$ – радіоканал зайнятий, у ДПВ $i-2$ кадри, стан адаптера $T+\alpha\mu\Delta t$;

$(1,i-1,T+\alpha\mu\Delta t)$ – канал зайнятий, у ДПВ $i-1$ кадр, стан адаптера $T+\alpha\mu\Delta t$;

$(2,i-1,T+\alpha\mu\Delta t)$ – йде інтервал сповіщення про конфлікт, у ДПВ $i-1$ кадр, стан адаптера T.

Із стану $(2,i,T+\alpha\mu\Delta t)$ у стан $(2,i,T)$ система перейде за час Δt з імовірністю $1-[\lambda+\mu_1]\Delta t+o(\Delta t)$, тобто до радіоканалу не поступить жоден кадр. Із стану $(1,i-2,T+\alpha\mu\Delta t)$ і $(2,i-1,T+\alpha\mu\Delta t)$ у стан $(2,i,T)$ система перейде за час Δt з імовірністю $\lambda\Delta t+o(\Delta t)$, тобто до радіоканалу надійде кадр. Із стану $(1,i-1,T+\alpha\mu\Delta t)$ у стан $(2,i,T)$ система перейде за час Δt з імовірністю $\gamma\mu\frac{(i-1)}{T}\Delta t+o(\Delta t)$, тобто з ДПВ до каналу обслуговування поступить один кадр.

Отже, отримаємо рівняння:

$$P_2(i,T,t+\Delta t)=\lambda\Delta tP_1(i-2,T+\alpha\mu\Delta t,t)+$$
$$+\lambda\Delta tP_2(i-1,T+\alpha\mu\Delta t,t)+$$
$$+\gamma\mu\frac{i-1}{T}\Delta tP_1(i-1,T+\alpha\mu\Delta t,t)+$$
$$+[1-(\lambda+\mu_1)\Delta t]P_2(i,T+\alpha\mu\Delta t,t)+o(\Delta t).$$

Запишемо систему рівнянь, для побудованої СМО:

$$P_0(i,T,t+\Delta t)=\mu\Delta tP_1(i,T+\alpha\mu\Delta t,t)+$$
$$+\mu_1\Delta tP_2(i,T-\beta,t)+\left[1-\left(\lambda+\gamma\mu\frac{i}{T}\right)\Delta t\right]\times$$
$$\times P_0(i,T+\alpha\mu\Delta t,t)+o(\Delta t),$$
$$P_1(i,T,t+\Delta t)=\lambda\Delta tP_0(i,T+\alpha\mu\Delta t,t)+$$
$$+\gamma\mu\frac{i+1}{T}\Delta tP_0(i+1,T,t)+$$
$$+\left[1-\left(\lambda+\gamma\mu\frac{i}{T}+\mu\right)\Delta t\right]\times$$
$$\times P_1(i,T+\alpha\mu\Delta t,t)+o(\Delta t),$$
$$P_2(i,T,t+\Delta t)=\lambda\Delta tP_1(i-2,T+\alpha\mu\Delta t,t)+$$
$$+\lambda\Delta tP_2(i-1,T+\alpha\mu\Delta t,t)+$$
$$+\gamma\mu\frac{i-1}{T}\Delta tP_1(i-1,T+\alpha\mu\Delta t,t)+$$
$$+[1-(\lambda+\mu_1)\Delta t]P_2(i,T+\alpha\mu\Delta t,t)+o(\Delta t).$$

Виконавши необхідні перетворення, запишемо систему рівнянь, що визначає стаціонарний розподіл імовірностей $P_k(i,T,t)=P_k(i,T)$ станів мережі $(k(t),i(t))$ та мережевого адаптера $T(t)$:

$$\left(\rho+\gamma\frac{i}{T}\right)P_0(i,T)=P_1(i,T)+\frac{1}{v}P_2(i,T-\beta)+$$
$$+\alpha\frac{\partial P_0(i,T)}{\partial T},$$

$$\left(\rho+\gamma\frac{i}{T}+1\right)P_1(i,T)=\rho\cdot P_0(i,T)+ \qquad (1)$$
$$+\gamma\frac{i+1}{T}P_0(i+1,T)+\alpha\frac{\partial P_1(i,T)}{\partial T},$$

$$\left(\rho+\frac{1}{v}\right)P_2(i,T)=\rho\cdot P_2(i-1,T)+$$

$$+\rho\cdot P_1(i-2,T)+\gamma\frac{i-1}{T}P_1(i-1,T)+\alpha\frac{\partial P_2(i,T)}{\partial T}.$$

Для повного опису розподілу $P_k(i,T)$ до системи рівнянь (1) необхідно додати граничні умови при $i=1$, а також умови нормування:

$$\sum_{k=0}^{2}\sum_{i=k}^{\infty}\int_{0}^{\infty}P_k(i,T)dT=1.$$

Основною характеристикою безпроводових локальних мереж зв'язку з адаптивним протоколом множинного доступу є пропускна здатність S, яку визначимо як середнє число кадрів, успішно переданих за одиницю часу. За одиницю часу візьмемо середній час передачі кадру.

В даному прикладі пропускна здатність S безпроводової мережі є точною верхньою границею тих значень ρ, при яких в СМО існує стаціонарний режим.

В умовах великого навантаження $(\rho\to S)$ при заданих значеннях параметрів адаптера α, β та параметрів мережі v, γ величина пропускної здатності S для мережі з адаптивним протоколом випадкового множинного доступу з нескінченним числом вузлів, визначаться рівністю:

$$S=\frac{g}{vg^2+2g+1},\qquad (2)$$

де

$$g=\frac{1+\sqrt{1-v\dfrac{\beta}{\alpha}}}{\dfrac{\beta}{\alpha}-v}\ \text{при}\ \frac{\beta}{\alpha}>v,$$

а розподіл ймовірностей P_k станів каналу має вигляд:

$$P_0=\frac{g+1}{\eta},\ P_1=\frac{g}{\eta},$$
$$P_2=\frac{vg^2}{\eta},\ \eta=vg^2+2g+1\qquad (3)$$

Оскільки в розглянутій мережі кадри не губляться, а успішно передаються (можливо, не з першої спроби) всі кадри, що надходять із зовнішнього джерела, то пропускна здатність S такої мережі дорівнює інтенсивності вхідного потоку від зовнішнього джерела.

Отже, запишемо основні імовірнісно-часові характеристики безпроводової мережі з нескінченним числом базових станцій, що управляється протоколом випадкового множинного доступу.

Сумарне навантаження мережі кадрами даних із зовнішнього джерела та джерела повторних викликів визначається за формулою:

$$g=\frac{1+\sqrt{1-\nu+\dfrac{\beta}{\alpha}}}{\dfrac{\beta}{\alpha}-\nu},$$

де α та β – параметри мережевого адаптера. Для обчислення оптимального відношення параметрів використовується наступна формула:

$$\frac{\beta}{\alpha}=2v\left(\frac{1+\sqrt{v}}{\sqrt{v}}\right).$$

Пропускна здатність мережі, як було зазначено вище, визначається за допомогою формули (2).

Виходячи з формул (3), ймовірність простою каналу буде обчислюватися за формулою:

$$P_0=\frac{g+1}{vg^2+2g+1}.$$

Число кадрів в джерелі повторних викликів $i=\dfrac{x}{S-\rho}$, x – випадкова величина, яка має експоненціальний розподіл з параметром $\dfrac{1}{a}$, де число a залежить від значень параметрів g та v. Для визначення середнього числа кадрів в ДПВ при ρ, що є достатньо близьким до S, необхідно скористатись формулою

$$I=\frac{a}{S-\rho}.$$

Середній час доставки кадру $W=\dfrac{I}{S}$, де за одиницю часу вважається середній час передачі одного кадру. Тоді число спроб на одну успішну передачу $K = \frac{g}{S}$.

Висновки

Отже, за допомогою математичної моделі безпроводової мережі зв'язку було визначено розподіл ймовірностей станів каналу, сумарне навантаження мережі та основні імовірнісно-часові характеристики безпроводової локальної мережі.

Отримані формули дозволяють проводити дослідження не тільки аналітичних моделей, а і статистичних з метою отримання чисельних результатів для імовірнісно-часових характеристик даної СМО та порівняння їх із результатами математичної моделі.

Зазначимо, що особливий інтерес для дослідників являють собою немарковські моделі безпроводових мереж зв'язку, оскільки обслуговування у даному випадку представляє собою передачу одного кадру даних. Тому при побудові математичної моделі безпроводової локальної мережі час обслуговування одного кадру даних може визначатись за неекспоненціальним розподілом, використання якого є доцільним і адекватним для відображення процесу функціонування мережі. Тоді випадковий процес, що описується в системі, або марковізується або застосовується метод статистичного моделювання.

Список літератури

1. *Yang T., Templeton J.G.C.* A survey on retrial queues // Queueing Systems. – 1987. – №3. – P.201–233.

2. *Кузнецов Д.Ю., Назаров А.А.* Адаптивные сети случайного доступа. – Томск: Дельтаплан, 2002. – 254 с.

3. *Рошан П., Лиэри Д.* Основы построения беспроводных локальных сетей стандарта 802.11.: Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2004. – 304 с.