Пономаренко Л.А., д-р техн. наук
Паладюк В.В

ДОСЛІДЖЕННЯ МОДЕЛЕЙ ПРОЦЕСІВ ОБСЛУГОВУВАННЯ ВИКЛИКІВ У МЕРЕЖАХ БЕЗ ЧЕРГ

Досліджено моделі процесів обслуговування викликів у бездротових мережах зв'язку при різних стратегіях доступу. Розглянуто моделі, у яких використовується найбільш відома CAC (Call Admission Control – управління доступом викликів), заснована на GC-схемі (Guard Channels - сторожові канали; канали, зарезервовані лише для h-викликів) доступу до загальних каналів базової станції стільника. Далі дослідимо модель ізольованого стільника, у якій прийнята стратегія керування доступом різнотипних викликів у канали базового стільника, заснована на виділенні індивідуальних каналів для h-викликів. Запропонуємо також узагальнення цієї стратегії доступу до каналів

Розрахунок параметрів моделі стільника з резервуванням каналів для хендовер-викликів

При перетинанні границі деякого стільника користувач, що рухається, звільняє канал даного стільника й вимагає вільний канал у сусідньому стільнику. Це явище називається хендовер. Якщо в сусідньому стільнику є хоча б один вільний канал, то обслуговування хендовер-виклику (h-виклику) відновлюється непомітно для користувача; у протилежному випадку хендовер-виклик втрачається. Звичайно, втрати h-викликів вважаються більш небажаними, ніж блокування нових викликів (o-викликів). Одним з ефективних превентивних способів для зменшення втрати хендовер-викликів є виділення спеціально для них певної кількості каналів. У літературі ці канали називаються сторожовими (*Guard Channels*).

Розглянемо модель роботи ізольованого стільника бездротової стільникової комунікаційної мережі. Стільник містить N каналів, $1 < N < \infty$. На ці канали надходять пуасоновські потоки нових викликів (з інтенсивністю $\lambda 1$) і хендовер-викликів (з інтенсивністю $\lambda 2$). Якщо в момент надходження h-виклику є хоча б один вільний канал, то він приймається в систему й для його обслуговування призначається один з вільних каналів, у протилежному випадку h-виклик втрачається. Новий виклик приймається лише тоді, коли є не менше ніж g+1 вільних каналів; у протилежному випадку новий виклик блокується.

Функціонування стільника описується двовимірним ланцюгом Маркова (ЛМ), тобто стан стільника в довільний момент часу описується двовимірним вектором $n = (n_1, n_2)$, де $n_1(n_2)$ вказує число нових (хендовер) викликів у каналах. Тоді фазовий простір станів відповідного ЛМ визначається так:

$$S := \{ \mathbf{n} : n_1 = \overline{0, N-g},\ n_2 = \overline{0, N},\ n_1 + n_2 \le N \}. \quad (1)$$

Стаціонарний розподіл визначається як єдиний розв'язок відповідної системи рівнянь рівноваги (СРР) даного ЛМ із простором станів (1) і твірною матрицею (2).

Елементи твірної матриці даного ЛМ, $q(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{n}')$; $\boldsymbol{n}, \boldsymbol{n}' \in S$, визначаються з наступних співвідношень:

$$q(n, n') = \begin{cases} \lambda_1, \text{якщо } n_1 + n_2 \le N - g - 1, n' = n + e_1, \\ \lambda_1, \text{якщо } n' = n + e_2, \\ n_i \mu_1, \text{якщо } n' = n - e_1, i = 1,2, \\ 0, \text{в інших випадках,} \end{cases} \quad (2)$$

де $\boldsymbol{e_1} = (1, 0)$, $\boldsymbol{e_2} = (0, 1)$.

Використовуючи стандартну техніку теорії скінченновимірних ланцюгів Маркова, знаходимо, що шукана СРР має такий вигляд:

$$p(\boldsymbol{n})(\lambda_1(1 - \delta_{n_1+n_2,N}) + \lambda_2 I(n_1 + n_2 \le N - g - 1) + \sum_{i=1}^{2} n_i \mu_i) =$$
$$\sum_{i=1}^{2} \lambda_i p(\boldsymbol{n} - \boldsymbol{e}_i) I(n_i > 0) + \sum_{i=1}^{2} (n_i + 1) \mu_i p(\boldsymbol{n} + \boldsymbol{e}_i)(1 - \delta_{n_1+n_2,N-1}),$$

де $\delta_{i,j}$ – символ Кронекера, $I(A)$ – індикарна функція події A.
Нормувальна умова:

$$\sum_{\mathbf{n} \in S} p(\mathbf{n}) = 1 \cdot$$

Всі бажані показники QoS можуть бути обчислені за допомогою стаціонарного розподілу. Основними показниками

QoS різнотипних викликів є ймовірності їх втрат (блокувань) і середнє число зайнятих каналів базової станції стільника.

Імовірність втрати хендовер-викликів і ймовірність блокування нових викликів позначаються $P_h(N, g)$ і $P_o(N, g)$, відповідно.

Ці величини визначаються через стаціонарний розподіл вихідної моделі. Відповідно до даного САС *o*-виклик, що надійшов, втрачається, якщо в момент його надходження число вільних каналів *BS* (*Base Station* - базова станція) менше, ніж *g*. Тоді одержуємо, що ймовірність блокування *o*-викликів визначають так:

$$P_o(N,g) := \sum_{\mathbf{n}\in S} p(\boldsymbol{n}) I(n_1 + n_2 \geq N - g) \quad (3)$$

Втрата *h*-виклику відбувається лише тоді, коли в момент його надходження всі канали BS зайняті, тоді маємо, що ймовірність втрати *h*-викликів визначається так:

$$P_h(N,g) := \sum_{\mathbf{n}\in S} p(\boldsymbol{n}) I(n_1 + n_2 = N) \quad (4)$$

або $P_h(N,g) = \sum_{\mathbf{n}\in S_d} p(\boldsymbol{n}),$

де $S_d := \{\boldsymbol{n} \in S\colon n_1 + n_2 = N\}$ – множина діагональних станів ФПС (1).

Іншою важливою характеристикою стільника (з погляду адміністрування) є коефіцієнт утилізації каналів *BS* стільника, тобто середнє число зайнятих каналів. Цю величину позначимо $\widetilde{N}_{av}(N,g)$. Вона визначається як математичне сподівання величини:

$$\widetilde{N}_{av}(N,g) := \sum_{i=1}^{N} i \sum_{n\in S} p(\mathbf{n}) \delta_{n_1+n_2,i} . \quad (5)$$

Із співвідношень (2) видно, що розглянутий мікростан є строго безперервним по другій компоненті й слабо безперервним по першій компоненті.

Із цією метою розглядається наступне розщеплення ФПС (1):

$$S = \bigcup_{k=0}^{N-g} S_k, \quad S_k \cap S_{k'} = \varnothing, \quad k \neq k', (6)$$

де $S_k := \{\boldsymbol{n} \in S;\ n_1 = k\}$, тобто клас станів S_k містить ті стани $\boldsymbol{n}$ із ФПС (1), у яких число *o*-викликів дорівнює *k*.

Класи станів S_k поєднуються в окремі укрупнені стани $<k>$, і вводиться наступна функція укрупнення у ФПС *S*:

$$U(\mathbf{n}) = < k >, \text{якщо } \mathbf{n} \in S_k, k = \overline{0, N-g} \quad (7)$$

Функція укрупнення (7) визначає укрупнену модель, що є одновимірним ланцюгом Маркова із простором станів $\widetilde{S} := \{< k >\colon\ k = \overline{0, N-g}\}$. Тоді згідно алгоритму фазового укрупнення (АФУ) стаціонарний розподіл вихідної моделі приблизно визначається так:

$$p(n_1, n_2) \approx \rho^{n_1}(n_2) \pi(< n_1 >),\ \mathbf{n} \in S_{n_1},\ n_1 = \overline{0, N-g},$$

$$n_1 = \overline{0, N-g}, \quad (8)$$

де $\{\rho^{n_1}(n_2)\colon n_1, n_2 \in S_{n_1}\}$ і $\{\pi(< n_1 >)\colon < n_1 > \in \widetilde{S}\}$ є стаціонарними розподілами усередині класу S_{n_1} й укрупненої моделі, відповідно.

Стаціонарна ймовірність стану (*k*, *m*) усередині класу S_k позначається $\rho^k(m)$, де $k = \overline{0, N-g}, m = \overline{0, N-k}$. Тоді стаціонарний розподіл відповідного одновимірного процесу розмноження й загибелі задається за допомогою відомих формул Ерланга для системи $M|M|N\text{-}k|0$ із навантаженням υ_2 ерл., $\upsilon_2 := \lambda_2 / \mu_2$:

$$\rho^k(m) = \frac{\upsilon_2^m}{m!} \rho^k(0),\ k = \overline{0, N-g},\ m = \overline{0, N-k} \quad (9)$$

де

$$\rho^k(0) = \left(\sum_{m=0}^{N-g} \frac{\upsilon_2^m}{m!} \right)^{-1}. \quad (10)$$

З урахуванням (2), (9) і (10) одержуємо, що елементи твірної матриці укрупненої моделі $q(x, y), x, y \in \widetilde{S}$, визначаються так:

$$q(x,y) = \begin{cases} \lambda_1 \rho^k(0) \sum\limits_{i=0}^{N-g-k-1} \frac{\upsilon_2^i}{i!}, \text{якщо } k' = k+1, \\ k\mu_1, \text{ якщо } k' = k-1, \\ 0 \text{ в інших випадках}. \end{cases} \quad (11)$$

Тоді з (11) легко визначається стаціонарний розподіл $\pi(\langle k \rangle)$, $\langle k \rangle \in \widetilde{S}$, укрупненої моделі, що також описується одновимірним процесом розмноження й загибелі:

$$\pi(< k >) = \frac{\upsilon_1^k}{k!} \prod_{i=1}^{k} \Lambda(i) \pi(< 0 >), \quad (12)$$

де

$$\pi(<0>) = \left(1 + \sum_{k=1}^{N-g} \frac{\upsilon_1^k}{k!} \prod_{i=1}^{k} \Lambda(i)\right), \quad (13)$$

$$\Lambda(i+1) = \rho^i(i,0) \sum_{j=0}^{N-g-1-i} \frac{\upsilon_2^j}{j!}, \; i = \overline{0, N-g-1}. \quad (14)$$

Отже, за допомогою формул (14) - (16), (18) - (20) визначається стаціонарний розподіл ($p(\boldsymbol{n})$, $\boldsymbol{n} \in S$) вихідного двовимірного ЛМ із простором станів (1).

Опускаючи проміжні математичні перетворення, випишемо кінцеві формули для обчислення зазначених величин.

$$P_o(N,g) = \sum_{k=0}^{N-g} \sum_{m=N-g-k}^{N-k} \rho^k(k,m)\pi(<k>) \quad (15)$$

$$P_h(N,g) = \sum_{k=0}^{N-g} E_B(\upsilon_2, N-k)\pi(<k>) \quad (16)$$

$$\widetilde{N}_{av}(N,g) = \sum_{k=1}^{N-g} k \sum_{i=0}^{k} \rho^i(k-i)\pi(<i>) + \sum_{k=N-g+1}^{N} k \sum_{i=0}^{N-g} \rho^i(k-i)\pi(<i>)$$

де $E_B(\upsilon, s)$ – В-формула Ерланга, тобто

$$E_B(\upsilon, s) = \frac{\upsilon^s}{s!}\left(\sum_{k=0}^{s} \frac{\upsilon^s}{s!}\right)^{-1}. \quad (17)$$

Підводячи підсумки, можна запропонувати наступний алгоритм розрахунку величин $P_o(N, g)$, $P_h(N, g)$, $\widetilde{N}_{av}(N,g)$.

Крок 1. Для $k = \overline{0, N-g}$ і $m = \overline{0, N-k}$ обчислити $\rho^k(m)$ з (9), (10).

Крок 2. Для $k = \overline{0, N-g-1}$ обчислити $\Lambda(k+1)$ з (14).

Крок 3. Для $k = \overline{0, N-g}$ обчислити $\pi(<k>)$ з (12), (13).

Крок 4. Обчислити $P_o(N,g)$, $P_h(N,g)$ і $\widetilde{N}_{av}(N,g)$ з формул (15) - (17).

Зауваження. Із формул (15), (16), зокрема, одержуємо, що

$$P_o(N,0) = P_h(N,0) = \sum_{k=0}^{N} E_B(\upsilon_2, N-k)\pi(<k>)$$

Важливо відзначити, що кінцеві результати не залежать від навантажувальних параметрів трафіків (тобто λ_i, μ_i), а визначаються тільки через їхні співвідношення, тобто через $\upsilon_i = \lambda_i/\mu_i$.

Розрахунок параметрів моделі стільника з індивідуальними каналами для хендовер-викликів

Тепер розглянемо іншу схему надання пріоритету *h*-викликам у мережах без черг. Якісний опис запропонованої стратегії САС полягає в наступному. Певна кількість каналів із загального пула каналів виділяється лише для обслуговування *h*-викликів, а канали, що залишилися, спільно й рівноправно використовуються *o*- *і h*-викликами.

Рівно r каналів із загального числа N каналів виділяються лише для обслуговування *h*-викликів, $0 \le r \le N-1$, а інші $N-r$ каналів використовуються спільно *o*- і *h*-викликами згідно з повнодоступною схемою САС, тобто весь пул із N каналів ділиться на дві зони: індивідуальну зону з r каналів (лише для *h*-викликів) і загальну з $N-r$ каналів (для *o*- і *h*-викликів). Іншими словами, якщо в момент надходження *h*-виклику є хоча б один вільний канал (або в індивідуальній, або в загальній зоні), то він приймається на обслуговування; у іншому випадку хендовер-виклик втрачається. *О*-виклик, що надійшов, приймається лише тоді, коли є хоча б один вільний канал у загальній зоні; у іншому випадку новий виклик блокується.

Відзначимо, що процес заняття каналів *h*-викликами відбувається у такий спосіб. Якщо в момент надходження *h*-виклику є вільний канал в обох зонах, то він займає канал індивідуальної зони, тобто *h*-виклики в першу чергу займають свою зону, і лише при відсутності вільного каналу у власній зоні вони використовують канали загальної зони. Тут також передбачається, що після завершення обслуговування *h*-виклику звільнений канал, що перебуває в індивідуальній зоні, передається до загальної зону при наявності там *h*-виклику, а канал у загальній зоні, що здійснює обслуговування *h*-виклику, закріплюється за індивідуальною зоною. Ця процедура називається переупаковкою

У стаціонарному режимі стан стільника в довільний момент часу описується двовимірним вектором $\mathbf{n} = (n_1, n_2)$, де n_1 (n_2) вказує число нових (хендовер) викликів у каналах. Тоді фазовий простір станів відповідної ЦМ визначається так:

$$S := \{\mathbf{n} : n_1 = \overline{0, N-r},\ n_2 = \overline{0, N},\ n_1 + n_2 \le N\ \} \quad (18)$$

Із врахуванням роботи прийнятої схеми обслуговування різнотипних викликів робимо висновок, що інтенсивності переходів між її станами *n* й *n'*, *n*, $n' \in S$, які позначаються $q(n, n')$, визначаються із наступних співвідношень:

$$q(\mathbf{n},\mathbf{n}') = \begin{cases} \lambda_i, \text{якщо } \mathbf{n}' = \mathbf{n} + \mathbf{e}_i, \\ n_i\mu_i, \text{якщо } \mathbf{n}' = \mathbf{n} - \mathbf{e}_i, \\ 0, \text{в інших випадках.} \end{cases} \quad (19)$$

Оскільки *h*-виклики втрачаються лише тоді, коли в момент їхнього надходження всі канали *BS* зайняті, то:

$$P_h(N,r) := \sum_{\mathbf{n} \in S_d} p(\boldsymbol{n}), \quad (20)$$

де $p(\mathbf{n})$ – стаціонарна ймовірність стану $\mathbf{n} \in S$;

$S_d := \{\mathbf{n} \in S : n_1 + n_2 = N\}$ – множина діагональних станів.

Нові виклики втрачаються у двох випадках: або в момент їхнього надходження всі канали *BS* зайняті, або в ці моменти в системі вже є *r* викликів даного типу (тобто всі канали індивідуальної зони зайняті). Тоді, аналогічно (20) маємо:

$$P_o(N,r) := \sum_{\mathbf{n} \in S_d} p(\boldsymbol{n}) + \sum_{\boldsymbol{n} \in S_{N-r} \setminus S_d} p(\boldsymbol{n}),$$

де $S_{N-r} := \{\mathbf{n} \in S : n_1 = N - r\}$.

Середнє число зайнятих каналів ($\widetilde{N}_{av}(N,r)$) також визначається аналогічно (5) через стаціонарний розподіл $p(\mathbf{n})$, $\mathbf{n} \in S$:

$$\widetilde{N}_{av}(N,r) := \sum_{k=1}^{N} k \sum_{\mathbf{n} \in S} p(\mathbf{n}) \delta_{n_1+n_2,k}. \quad (21)$$

Для даної моделі на відміну від моделі із САС на базі *GC*-стратегії доступу існує мультиплікативне рішення СУР для стаціонарного розподілу:

$$p(\boldsymbol{n}) = G^{-1}(N,r) \prod_{i=1}^{2} \frac{\upsilon_i^{n_i}}{n_i}, \quad (22)$$

де $G^{-1}(N, r)$ – константа, що нормує, над ФПС (18).

Однак традиційний шлях визначення стаціонарного розподілу через мультиплікативне подання (22) при більших значеннях *N* стикається з відомими труднощами. Вони пов'язані з тим, що при такому способі знаходження ($p(\boldsymbol{n})$, $\boldsymbol{n} \in S$), буде потрібна генерація всього ФПС, а також обчислення факторіалів більших чисел і ступенів близьких до нуля величин (при низьких навантаженнях) або більших величин (при високих навантаженнях), тобто виникає проблема переповнення або зникнення порядку.

У зв'язку із цим, тут пропонується інший підхід до обчислення ($p(\boldsymbol{n})$, $\boldsymbol{n} \in S$), що не вимагає генерації ФПС (18), а також дозволяє більш ефективно розв'язати зазначену проблему, тому що в розроблених формулах використовується вже табульовані величини.

Розглянемо наступне розщеплення ФПС (18):

$$S = \bigcup_{k=0}^{N-r} S_k, \quad S_k \cap S_{k'} = \varnothing, \quad k \ne k', \quad (23)$$

де $S_k := \{\boldsymbol{n} \in S : n_1 = k\}$.

Далі класи станів S_k поєднуються в окремі укрупнені стани $<k>$, і у ФПС (18) уводиться наступна функція укрупнення:

$$U(\mathbf{n}) = <k>, \text{якщо } \mathbf{n} \in S_k,\ k = \overline{0, N-r}. \quad (24)$$

Стаціонарний розподіл вихідної моделі приблизно визначається аналогічно (8). При цьому відповідно до розщеплення (23) і уведеної функції укрупнення (24) стаціонарний розподіл розщепленої моделі із ФПС S_k визначається як стаціонарний розподіл класичної однопотокової моделі Ерланга $M|M|N\text{-}k|0$ з навантаженням υ_2 ерл., тобто величини $\rho^k(m)$ визначаються аналогічно (9), (10):

$$\rho^k(m) = \frac{\upsilon_2^m}{m!} \rho^k(0), \ k = \overline{0, N-r}, \ m = \overline{0, N-k} \quad (25)$$

де

$$\rho^k(0) = \left(\sum_{m=0}^{N-k} \frac{\upsilon_2^m}{m!} \right)^{-1}. \quad (26)$$

Тоді з урахуванням (19) і (25), (26) знаходимо, що інтенсивності переходів між станами $\langle k \rangle$ і $\langle k' \rangle$, $<k>, <k'> \in \widetilde{S}$, укрупненої моделі $q(<k>,<k'>)$ визначаються в такий спосіб:

$$q(<k>,<k'>)=\begin{cases}\lambda_1(1-E_B(\upsilon_2,N-k)), \text{якщо} k'=k+1,\\ k\mu_1, \text{якщо} k'=k-1,\\ 0, \text{в інших випадках},\end{cases} \quad (27)$$

де $E_B(\upsilon,s)$ – B-формула Ерланга.

Отже, укрупнена модель є одновимірним процесом розмноження й загибелі з інтенсивностями, обумовленими за допомогою співвідношень (27), тобто стаціонарний розподіл укрупненої моделі $\pi(<k>), <k>\in\widetilde{S}$, у даної САС визначається так:

$$\pi(<k>)=\frac{\upsilon_1^k}{k!}\prod_{i=0}^{k-1}(1-E_B(\upsilon_2,N-i))\pi(0), k=\overline{1,N-r} \quad (28)$$

де

$$\pi(<0>)=\left(1+\sum_{k=1}^{N-r}\frac{\upsilon_1^k}{k!}\prod_{i=0}^{k-1}(1-E_B(\upsilon_2,N-i))\right)^{-1} \quad (29)$$

Остаточно, з урахуванням (25)-(29) знаходимо наступні формули для розрахунку характеристик системи (20)-(21):

$$P_o(N,r)=\pi(<N-r>)+\sum_{k=0}^{N-r-1}E_B(\upsilon_2,N-k)\pi(<k>) \quad (30)$$

$$P_h(N,r)=\sum_{k=0}^{N-r}E_B(\upsilon_2,N-k)\pi(<k>) \quad (31)$$

$$\widetilde{N}_{av}(N,r)=\sum_{k=1}^{N-r}k\sum_{i=0}^{k}\rho^i(k-i)\pi(<i>)+\sum_{k=N-r+1}^{N}k\sum_{i=0}^{N-r}\rho^i(k-i)\pi(<i>)$$

(32). Таким чином, можна запропонувати наступний алгоритм розрахунку характеристик системи при використанні САС, заснованого на використанні індивідуальних каналів для h-викликів.

Крок 1. Для $k=\overline{0,N-r}$ й $m=\overline{0,N-k}$ обчислити $\rho^k(m)$ з (25), (26).

Крок 2. Для $k=\overline{0,N-r}$ обчислити $\pi(\langle k\rangle)$ з (28), (29).

Крок 3. Обчислити $P_o(N,r)$, $P_h(N,r)$ й $N_{av}(N,r)$ з (41) - (43).

Як видно з формул (30)-(32), для обчислення характеристик системи не вимагається генерація всього ФПС вихідної моделі й обчислення її стаціонарного розподілу. Визначення основних характеристик здійснюється за допомогою простих обчислювальних процедур. Зазначені обчислювальні процедури є більш простими порівняно з аналогічними процедурами для моделі із САС на базі GC-стратегії доступу і вони також містять добре відому B-формулу Ерланга, яка навіть табульована.

Зауваження. Із (30) і (31) отримуємо, що

$$P_h(N,0)=P_o(N,0)=\sum_{k=0}^{N}E_B(\upsilon_2,N-k)\pi(<k>)\cdot$$

Тепер розглянемо узагальнення даної САС. Запроваджується граничний параметр b, що обмежує число h-викликів у загальній зоні каналів, тобто якщо в момент надходження h-виклику є хоча б один вільний канал (або в індивідуальній, або в загальній зоні), то він приймається для обслуговування лише тоді, коли число h-викликів у загальній зоні менше, ніж b. При цьому очевидно, що повинна виконуватися умова $0\le b\le N-r$.

Використання даної САС дозволяє захистити o-виклики від частих втрат внаслідок обмеження доступу h-викликів у загальну зону.

Зауваження. В окремому випадку $b = N - r$, з даної САС випливає стратегія доступу, описана вище; при $b = 0$ з даної САС випливає стратегія доступу, відповідно до якої весь пул каналів повністю розділений на дві непересічні частини, тобто в цьому випадку вихідна система розпадається на дві ізольовані системи, одна з якої обслуговує h-виклики (з r каналами), а інша – o-виклики (з N - r каналами).

Фазовий простір станів ЛМ, що описує роботу стільника при використанні даної узагальненої стратегії САС задається так

$$S:=\{\mathbf{n}:n_1=\overline{0,N-r},\ n_2=\overline{0,r+b}, n_1+n_2\le N\} \quad (33)$$

Елементи твірної матриці ЛМ із простором станів (33) визначається точно так само, як і в (19).

Характеристики системи визначаються через стаціонарний розподіл відповідного ЛМ ($p(\mathbf{n}),\mathbf{n}\in S$), де S завдається за допомогою (33). Уникаючи подробиць, нижче наводяться вирази для шуканих характеристик системи:

$$P_o(N,r,b) := \sum_{\mathbf{n}\in S_d} p(\mathbf{n}) + \sum_{\mathbf{n}\in S_{N-r}\setminus S_d} p(\mathbf{n}), \qquad (34)$$

$$P_h(N,r,b) := \sum_{\mathbf{n}\in S_d} p(\mathbf{n}) + \sum_{\mathbf{n}\in S\setminus S_d} p(\mathbf{n})\delta_{n_2,r+b}, \qquad (35)$$

де множина S визначена в (33),

$$S_d := \{\mathbf{n} \in S : n_1 + n_2 = N\},$$

$$S_{N-r} := \{\mathbf{n} \in S : n_1 = N - r\}.$$

Середнє число зайнятих каналів ($\tilde{N}_{av}(N,r,b)$) визначається точно так само, як у формулі (21).

Стаціонарний розподіл даного ланцюга також має мультиплікативний вигляд аналогічно (22), але при цьому константа, що нормує, визначається над ФПС (33). Разом з тим, обчислювальні труднощі, які властиві попередній моделі, залишаються й для даної моделі.

Опускаючи вже відомі проміжні математичні викладення, нижче приводиться алгоритм для обчислення характеристик системи при використанні даної САС, заснованої на використанні узагальненої стратегії індивідуальних каналів для h-викликів.

Крок 1. Обчислити

$$\rho^k(m) = \begin{cases} \dfrac{\upsilon_2^m}{m!}\rho_1^k(0) \;\; якщо \;\; \kappa = \overline{0, N-r-b}, m = \overline{1, r+b}, \\ \dfrac{\upsilon_2^m}{m!}\rho_2^k(0), \;\; якщо \;\; k = \overline{N-r-b+1, N-r}, m = \overline{1, N-k}, \end{cases}$$

де

$$\rho_1^k(0) = \left(\sum_{m=0}^{r+b} \frac{\upsilon_2^m}{m!}\right)^{-1}, \rho_2^k(0) = \left(\sum_{m=0}^{N-k} \frac{\upsilon_2^m}{m!}\right)^{-1}.$$

Крок 2. Обчислити

$$\pi(\langle k\rangle) = \begin{cases} \dfrac{v_1^k}{k!}\pi(0), \;\; k = \overline{1, N-r-b} \\ \dfrac{\upsilon_1^k}{k!} \prod\limits_{i=o}^{k-N+r+b-1} (1 - E_B(\upsilon_2, r+b-i))\pi(0), \;\; k = \overline{N-r-b+1, N-r}, \end{cases}$$

де

$$\pi(0) = \left(\sum_{k=0}^{N-r-b} \frac{\upsilon_1^k}{k!} + \sum_{k=N-r-b+1}^{N-r} \frac{\upsilon_1^k}{k!} \prod_{i=0}^{k-N+r+b-1} (1 - E_B(\upsilon_2, r+b-i))\right)^{-1}$$

Крок 3. Обчислити

$$P_o(N,r,b) = \pi(N-r) + E_B(\upsilon_2, r+b)\pi(N-r-b) + \sum_{k=N-r-b+1}^{N-r-1} E_B(\upsilon_2, N-k)\pi(k),$$

$$P_h(N,r,b) = E_B(\upsilon_2, r+b)\sum_{k=0}^{N-r-b} \pi(k) + \sum_{k=N-r-b+1}^{N-r} E_B(\upsilon_2, N-k)\pi(k)$$

$$\tilde{N}_{av}(N,r,b) = \sum_{k=1}^{N-r} k \sum_{i=0}^{k} \rho^i(k-i)\pi(\langle i\rangle) + \sum_{k=N-r+1}^{N} k \sum_{i=0}^{N-r} \rho^i(k-i)\pi(\langle i\rangle) I(i \ge k-r-b)\cdot$$

Звідси видно, що в окремому випадку $b = N - r$ отримуємо алгоритм розрахунку характеристик моделі з індивідуальними каналами для h-викликів.

Однією з важливих переваг даної стратегії САС є те, що при її використанні число ступенів свободи (тобто число параметрів, що змінюються) більше, ніж у попередніх двох стратегіях САС. Дійсно, якщо загальне число каналів стільника є фіксованою величиною, то при використанні САС, заснованої на GC-стратегії, є один змінний параметр g (число зарезервованих каналів), а в САС, заснованої на використанні індивідуальної зони для h-викликів, змінним параметром є r (розмір індивідуальної зони); а при використанні узагальненої стратегії є два змінні параметри: r (розмір індивідуальної зони) і b (обмеження зверху для h-викликів у загальній зоні).

Отже, у цьому випадку з'являються додаткові можливості для підтримки значень характеристик системи у бажаних межах.

Список літератури

1. *Ершов В.А., Кузнецов Н.А.* Мультисервисные телекоммуникационные сети. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. – 432 с.

2. *Корнышев Ю.Н., Пшеничников А.П., Харкевич А.Д.* Теория телетрафика. – М.: Радио и связь, 1996. – 272 с.

3. *Melikov A.Z., Babayev A.T.* A new method of performance analysis of queuing model with guard channels // Proceedings of Fifth International Workshop on Retrial Queues. Seoul, Korea, September 2004. – pp. 103 – 110.

4. *Melikov A.Z., Fattakhova M.I., Babayev A.T.* Calculation and optimisation of call processing procedures in cellular wireless communication networks //Automatic control and computer sciences. – 2004. – Vol. 38, No.4. – pp. 55 – 63.

5. *Melikov A.Z., Fattakhova M.I., Babayev A.T.* Investigation of cellular communication networks with private channels for service of handover calls// Automatic Control and Computer Sciences. – 2005. – Vol.39, No.3. – pp.61 – 69.