УДК 004.056.5

Марковский А.П. к.т.н.,
Клименко И.А. к.т.н.,
Саидреза Мехмали

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ВЗВЕШЕННЫХ КОДОВ НА ОСНОВЕ УМНОЖЕНИЯ БЕЗ ПЕРЕНОСОВ ДЛЯ БЫСТРОГО ИСПРАВЛЕНИЯ “ПАЧКИ” ОШИБОК В БЕСПРОВОДНЫХ КАНАЛАХ

Национальный технический университет Украины ”КПИ”

Предложен метод быстрого исправления “пачки” ошибок в беспроводных каналах передачи данных. Метод основан на использовании взвешенных контрольных кодов, вычисляемых с использованием математической операции двоичного умножения без межразрядных переносов. Предложенный метод позволяет ускорить и уменьшить вычислительную сложность процедуры коррекции, как по сравнению с кодами Рида-Соломона, так и по с известными кодами на основе взвешенных контрольных сумм. Приведено математическое обоснование предложенного метода, изложены процедура коррекции пачки ошибок, приведен численный пример. Метод ориентирован на применение в современных системах передачи данных реального времени.

Введение

В последнее десятилетие развитие технологий передачи цифровых данных претерпело качественное изменение. На порядки выросли скорости передачи данных, прогресс цифровой обработки сигналов дал возможность реализовать сложные технологии спектрального уплотнения данных для наиболее полного использования возможностей каналов, стабильный характер приобретает тенденция расширения использования беспроводных линий. Достигнутый прогресс в области интегральной технологии позволил существенно усложнить и интеллектуализировать протоколы обмена данными на всех уровнях их компьютерной обработки.

Развитие средств передачи и обмена данными существенно влияет на характер ошибок, которые возникают в процессе передачи цифровой информации.

Динамичный процесс расширение использования беспроводных телекоммуникационных технологий имеет следствием многократное увеличение интенсивности высокочастотных полей в окружающем пространстве. Это, в свою очередь, приводит к росту уровня радиопомех, которые вызывают увеличение числа ошибок в каналах передачи цифровой информации.

Изменяется также характер внешних помех: увеличивается их длительность. При увеличении скорости передачи данных это приводит к тому, что внешняя помеха влияет на несколько канальных сигналов. Как следствие, доминирующим типом ошибок становятся “пачки” искаженных символов.

Проблема реализации контроля “пачки” ошибок в системах передачи данных является весьма важной и требует решения в современных и перспективных разработках компьютерных сетей и телекоммуникационных систем.

С другой стороны, быстрый прогресс технологий передачи данных меняет акценты критериев эффективности средств контроля и исправления возникающих при передаче ошибок. В частности, в условиях динамического роста объемов и скорости передачи снижается значимость такого традиционного критерия эффективности средств обнаружения и коррекции ошибок, как количество используемых контрольных разрядов. И напротив, в условиях увеличения пропускной способности линий весьма важно обеспечить контроль и обработку ошибок в темпе передачи данных – это объективно имеет следствием рост значимости таких критериев эффективности, как вычислительная и временная сложность процедур, связанных с обнаружением и коррекцией ошибок [2].

Таким образом, на современном этапе развития систем передачи цифровых данных компьютерных сетей обостряется проблема обеспечения надежности передачи информации в каналах со спектральной модуляцией.

Анализ существующих средств коррекции "пачки ошибок"

В современных цифровых каналах передачи информации компьютерных сетей широко используются специальные виды модуляции, обеспечивающие эффективное использование полосы частот. Такие виды модуляции призваны ослабить проблему спектральной перегрузки каналов и соответственно называются спектрально эффективными видами модуляции [1].

Основной особенностью этих видов модуляции является то, что передаваемый по каналу символ принадлежит алфавиту из *M* символов, что позволяет предавать $k=\log_2 M$ битов за каждый символьный интервал. Это позволяет в *k* раз повысить скорость передачи цифровой информации. Соответственно значение *k* называется эффективностью передачи сигналов.

К настоящему времени разработаны и активно используются несколько видов такой модуляции, которые ориентированы на различные виды каналов (телефонные, радиоканалы). Параметры большинства из них фиксированы соответствующими протоколами передачи цифровой информации.

Наиболее известным видом спектрально эффективной модуляции является квадратурно-амплитудная модуляция (*Quadrature Amplitude Modulation-QAM*). Существует ряд модификаций *QAM*, отличающихся значениями эффективности k передачи сигналов, лежащих в интервале от 2-х до 10. Так, протокол телефонных модемов *V.32* предусматривает использование *QAM* с k=4, протокол *V.90* предусматривает применение *QAM* со значением *k* равным 10 [2].

При возникновении ошибки передачи канального сигнала потенциально могут быть подвержены искажению *k* бит соответствующего символа. В реальных каналах передачи цифровых данных со спектральной модуляцией ошибки передачи модулированных сигналов вызываются различными причинами и вероятности их появления имеют распределение, близкое к биномиальному.

Для значительной части систем передачи данных электромагнитные внешние помехи играют главную роль в возникновении ошибок передачи сигналов. В полной мере это имеет место для беспроводных систем передачи данных. Увеличение, с одной стороны, скорости передачи данных и увеличение длительности внешних помех, с другой, вызывают искажение группы смежных сигналов, или, другими словами, приводит к появлению пачки ошибок.

В работе рассматривается передача блока *n* *k*-разрядных символов, каждый из которых модулируется канальным сигналом. В рассматриваемом случае полагается, что при передаче возникает только одна внешняя помеха и эта помеха может исказить от одного до трех смежных сигналов или от одного до трех символов.

Для исправления пачки ошибок в каналах со спектральной модуляцией наиболее часто используют различные разновидности циклических кодов, такие как коды Файра, код Абрамсона, коды Миласа и коды Рида-Соломона [2]. В современных условиях основным недостатком использования циклических кодов для исправления пачек ошибок является высокая вычислительная сложность, которая замедляет процесс контроля

Теоретически, при использовании любого из циклических кодов для коррекции "пачки ошибок" необходимо решать систему нелинейных булевых уравнений. Аналитического способа ее решения не существует. Поэтому надо использовать технологии перебора. Технология перебора во всех кодах различна. В кодах Рида-Соломона – это авторегрессионная технология, в кодах Файра – это циклический процесс деления полинома на два разных до совпадения остатков. Именно перебор обуславливает высокую вычислительную сложность коррекции "пачки ошибок" с использованием циклических кодов. Высокая вычислительная сложность замедляет процесс контроля и коррекции ошибок, а также усложняет аппаратную реализацию.

Одним из общих методов коррекции "пачек" ошибок в каналах со спектральной модуляцией являются коды Рида-Соломона [2]. Эта широко используемая группа недвоичных кодов работает с блоком данных, состоящим из n m-разрядных символов, которые модулируются канальными сигналами.

С использованием $2{\cdot}h$ контрольных символов, коды Рида-Соломона обеспечивают коррекцию любых h символов в блоке. Применительно к коррекции одной "пачки" ошибок, которая охватывает от одного до трех символов в каналах со спектральной модуляцией, h=3 и коды Рида-Соломона требуют шести контрольных символов или $6{\cdot}m$ контрольных разрядов.

Основной недостаток кодов Рида-Соломона состоит в том, что его реализация имеет большую вычислительную сложность. Обычно, как кодирование, так и декодирование реализуется с использованием специальных устройств а, поскольку коды Рида-Соломона являются циклическими кодами, кодирование, также и обнаружение ошибок выполняется последовательно, исключая возможность распараллеливания вычислений. Процедура коррекции символов сводится к решению системы нелинейных уравнений, которая имеет высокую вычислительную сложность.

Другой подход к коррекции "пачки" ошибок связан с использованием взвешенных контрольных сумм [1, 3]. Хорошо известно, что контрольные суммы являются самым быстрым методом контроля ошибок. К настоящему времени предложена специальная модификация взвешенных контрольных сумм для быстрого обнаружения ошибок в каналах со спектральной модуляцией и другой вариант взвешенных контрольных сумм, позволяющий значительно упростить процедуру коррекции пачки ошибок.

Целью исследований является увеличение производительности коррекции "пачки" ошибок в каналах со спектральной модуляцией путем за счет разработки нового метода коррекции от одного до трех смежных символов, основанного на взвешенных контрольных суммах и имеющего существенно меньшую вычислительную сложность по сравнению с кодами Рида-Соломона.

Метод быстрой коррекции "пачки" ошибок

Предлагаемый метод основан на использовании взвешенных контрольных кодов и позволяет эффективно исправлять "пачку" ошибок, искажающую от одного до трех канальных символов. Именно такая ситуации является наиболее характерной для современных беспроводных каналов передачи цифровых данных [2].

Особенностью используемых в предложенном методе взвешенных контрольных кодов является использование алгебры умножения без межразрядных переносов. Эта логическая операция, которая обозначается символом ⊗, может быть определена следующим образом [3].

При умножении без переносов произведение $P = X \otimes Y$ двух m-разрядных чисел $X=\{x_1,x_2,\ldots,x_m\}= x_m+2{\cdot}x_{m-1}+4{\cdot}x_{m-2}+\ldots+2^{m-1}{\cdot}x_1$ и $Y=\{y_1,y_2,\ldots,y_m\}=y_m+2{\cdot}y_{m-1}+\ldots+2^{m-1}{\cdot}y_1$, $\forall i\in\{1,\ldots,m\}$: $x_i,y_i\in\{0,1\}$ представляет собой $2{\cdot}m$-разрядный код $P=\{p_1,p_2,\ldots,p_{2\cdot m}\}$, численное значение которого равно $p_{2\cdot m} + 2{\cdot}p_{2\cdot m-2}+\ldots+2^{2\cdot m-1}{\cdot}p_1$ и вычисляется в соответствии со следующим выражением:

$$P = X \cdot y_m \oplus 2 \cdot X \cdot y_{m-1} \oplus \cdots \oplus 2^{m-1} \cdot y_1, \quad (1)$$

Например, при m=4, если X={1,0,1,1}=11_{10} и Y={1,0,0,1}=9_{10}, то $P=X\otimes Y$=1011⊗1011000=1010011=83_{10}.

Кроме того, предложенный метод использует операцию деления P/Y $2\cdot m$-разрядного числа P на m-разрядное число Y. Эта операция соответствует делению полиномов. результат этот операции состоит из частного – Q(P/Y) и остатка R(P/Y), так, что P=Q(P/Y)⊗Y ⊕ R(P/Y). Например, если P = 1011100=92_{10}, а Y=1001=9_{10}, то первому из этих чисел соотносится полином $x^6+x^4+x^3+x^2$, а второму – x^3+1. Соответственно, при делении указанных полиномов формируется частное x^3+x и остаток x^2+x Таким образом, Q(P/Y)=1010, а R(P/Y)=0110, так, что P=1010⊗1001+110= =1011100.

Контролируемый информационный блок B состоит из четного числа n m-разрядных канальных символов $B=\{X_1, X_2,...,X_n\}$, каждый j-тый ($j\in\{1,..,n\}$ из которых X_j содержит k битовых компонент: $X_j=\{x_{j1},x_{j2},...,x_{jm}\}$, $\forall i\in\{1,..,m\}$: $x_{ji}\in\{0,1\}$. Каждому j-тому из символов блока ставится в соответствие весовой коэффициент W_j вычисляемый как W_j= 1+(j-1)/2. Так, весовые коэффициенты двух первых символов равны единице, двух следующих – двойке, двух последних – n/2.

Контрольный код C предлагается вычислять в виде 4-х компонент: $C=\{C_1,C_2,C_3,C_4\}$. Первая компонента C_1 – сумма по модулю 2 нечетных символов блока:

$$C_1 = X_1 \oplus X_3 \oplus ... \oplus X_{n-1} \ . \qquad (2)$$

Вторая компонента C_2 – сумма по модулю 2 четных символов блока:

$$C_2 = X_2 \oplus X_4 \oplus ... \oplus X_n \ . \qquad (3)$$

Третья компонента C_3 – сумма по модулю 2 произведений без межразрядных переносов символов с нечетными порядковыми номерами в блоке на их весовые коэффициенты:

$$C_3 = X_1 \oplus X_3 \otimes 2 \oplus ... \oplus X_{n-1} \otimes \frac{n}{2}. \quad (4)$$

Четвертая компонента C_4 – сумма по модулю 2 произведений без межразрядных переносов символов с четными порядковыми номерами в блоке на их весовые коэффициенты:

$$C_4 = X_2 \oplus X_4 \otimes 2 \oplus ... \oplus X_n \otimes \frac{n}{2}. \quad (5)$$

Компоненты контрольного кода, вычисленного передатчиком согласно (2-5) обозначаются как C_{1S},C_{2S},C_{3S} и C_{2S}. После вычисления контрольного кода на передатчике, информация передается на приемник в следующем порядке: C_{1S}, C_{4S}, C_{3S}, C_{2S}, B.

Приемник по принятому коду блока B вычисляет, согласно (2-5) компоненты контрольного кода C_{1R},C_{2R},C_{3R} и C_{4R}. Приемник также вычисляет разность Δ между 4-мя компонентами: $\Delta = \{\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \Delta_4\}$, где $\Delta_1=C_{1S}\oplus C_{1R}$, $\Delta_2=C_{2S}\oplus C_{2R}$, $\Delta_3=C_{3S}\oplus C_{3R}$ и $\Delta_4=C_{4S}\oplus C_{4R}$.

Соответственно, приемник анализирует код Δ с целью выявления того, что информационный блок был передан без ошибок или имели место ошибки, которые корректируются. Исходя из предположения о том, что при передаче блоке происходить не более одной пачка ошибок, которая искажает не более 3-х канальных символов, может иметь место одна из следующих ситуаций:

1) если все четыре компоненты кода Δ равны нулю, то блок был передан без ошибок;

2) если $\Delta_1\neq0$ и $\Delta_3=0$ или $\Delta_1=0$ и $\Delta_3\neq0$ или $\Delta_2\neq0$ и $\Delta_4=0$ или $\Delta_2=0$ и $\Delta_4\neq0$, то искажен только передаваемый контрольный код, а блок данных передан без ошибок;

3) если $\Delta_1\neq0$ и $\Delta_3\neq0$ или $\Delta_2=0$ и $\Delta_4=0$, то искажен один символ с нечетным номером. Весовой коэффициент W_j этого символа вычисляется как частное от деления Q(Δ_3/Δ_1), при том, что остаток должен быть равен нулю: R(Δ_3/Δ_1)=0. Номер j искаженного символа определяется как $j=2\cdot W_j-1$. Коррекция искаженного символа выполняется в виде: $X_j = X_{jR} \oplus \Delta_1$;

4) если $\Delta_1=0$, $\Delta_2\neq0$, $\Delta_3=0$ и $\Delta_4\neq0$, то при передаче искажен один символ с четным

порядковым номером j в блоке. Весовой коэффициент W_j определяется как частное от полиномиального деления Δ_4 на Δ_2, при условии, что остаток равен нулю. Номер j искаженного символа определяется как $j=2\cdot W_j$;

5) если $\Delta_1\neq0$, $\Delta_2\neq0$, $\Delta_3\neq0$ и $\Delta_4\neq0$, причем $V_1=Q(\Delta_3/\Delta_1)$; $R(\Delta_3/\Delta_1)=0$; $V_2=Q(\Delta_4/\Delta_2)$, $R((\Delta_4/\Delta_2)=0$ и $V_1-V_2\leq1$, то при передаче искажена пара смежных символов. Если $V_1=V_2$, то первый из пары искаженных символов имеет нечетный номер, номера искаженных символов: $j=2\cdot V_1-1$ и $j+1$. Коррекция этих символов осуществляется виде: $X_j=X_{jR}\oplus\Delta_1$. $X_{j+1}=X_{j+1,R}\oplus\Delta_2$. Если $V_1=V_2+1$, то первый из пары искаженных символов имеет четный номер $j=2\cdot V_2$, соответственно номер следующего нечетного - $j+1$. Коррекция символов осуществляется виде: $X_j=X_{jR}\oplus\Delta_2$ и $X_{j+1}=X_{j+1,R}\oplus\Delta_1$;

6) если $\Delta_1\neq0$, $\Delta_2\neq0$, $\Delta_3\neq0$ и $\Delta_4\neq0$, причем $V_1=Q(\Delta_3/\Delta_1)$; $R(\Delta_3/\Delta_1)=0$; $V_2=Q(\Delta_4/\Delta_2)$, $R((\Delta_4/\Delta_2)\neq0$, то при передаче искажена тройка смежных символов X_j, X_{j+1}, X_{j+2}, причем, первых из них имеет четный порядковый номер j в блоке. Тогда $j=2\cdot W_j$, $W_{j+1}=W_j+1$, $W_{j+2}=W_j+1$. Обозначим векторы искажений символов $\delta_j=X_{jS}\oplus X_{jR}$, $\delta_{j+1}=X_{j+1,S}\oplus X_{j+1,R}$, $\delta_{j+2}=X_{j+2,S}\oplus X_{j+2,R}$. Очевидно, что $\Delta_1=\delta_{j+1}$, $\Delta_2=\delta_j\oplus\delta_{j+2}$, $\Delta_3=W_{j+1}\otimes\delta_{j+1}$, $\Delta_4=W_j\otimes\delta_j\oplus W_{j+2}\otimes\delta_{j+2}=$ $=W_j\otimes\delta_j\oplus W_j\otimes\delta_{j+2}\oplus\delta_{j+2}=W_j\otimes(\delta_j\oplus\delta_{j+2})\oplus\delta_{j+2}=$ $=W_j\otimes\Delta_2\oplus\delta_{j+2}$. Весовой коэффициент W_{j+1} искаженного символа с нечетным номером может быть вычислен как $W_{j+1}=Q(\Delta_3/\Delta_1)=V_1$. Соответственно, весовой коэффициент первого из искаженных символов равен $W_j=W_{j+1}-1$. А его номер равен $j=2\cdot W_j=2\cdot(V_1-1)$. таким образом, номера позиций искаженных символов в блоке известны. Известен также вектор δ_{j+1} искажения $(j+1)$-го символа: $\delta_{j+1}=\Delta_1$. Вектор δ_{j+2} искажения $(j+2)$-го символа вычисляется в виде: $\delta_{j+2}=\Delta_4\oplus W_j\otimes\Delta_2$. Для первого из искаженных символов $\delta_j=\Delta_2\oplus\delta_{j+2}$. Коррекция тройки искаженных символов выполняется в виде: $X_j=X_{jR}\oplus\delta_j$, $X_{j+1}=X_{j+1,R}\oplus\Delta_1$, $X_{j+2}=X_{j+2,R}\oplus\delta_{j+2}$;

7) если $\Delta_1\neq0$, $\Delta_2\neq0$, $\Delta_3\neq0$ и $\Delta_4\neq0$, причем $V_1=Q(\Delta_3/\Delta_1)$; $R(\Delta_3/\Delta_1)\neq0$; $V_2=Q(\Delta_4/\Delta_2)$, $R((\Delta_4/\Delta_2)=0$, то при передаче искажена тройка смежных символов X_j, X_{j+1}, X_{j+2}, причем, первых из искаженных символов имеет нечетный порядковый номер j в блоке. В этом случае номер первого искаженного символа и весовые коэффициенты искаженных символов связаны следующим образом: $j=2\cdot W_j-1$, $W_{j+1}=W_j$, $W_{j+2}=W_j+1$. Если обозначить векторы искажений символов как: $\delta_j=X_{jS}\oplus X_{jR}$, $\delta_{j+1}=$ $=X_{j+1,S}\oplus X_{j+1,R}$, $\delta_{j+2}=X_{j+2,S}\oplus X_{j+2,R}$, то $\Delta_1=\delta_j\oplus\delta_{j+2}$, $\Delta_2=\delta_{j+1}$, $\Delta_3=W_j\otimes\delta_j\oplus W_{j+2}\otimes\delta_{j+2}=$ $=W_j\otimes\delta_j\oplus W_j\otimes\delta_{j+2}\oplus\delta_{j+2}=W_j\otimes(\delta_j\oplus\delta_{j+2})\oplus\delta_{j+2}=$ $=W_j\otimes\Delta_2\oplus\delta_{j+2}$ and $\Delta_4=W_{j+1}\otimes\delta_{j+1}$. Весовой коэффициент W_{j+1} искаженного символа с четным номером может быть вычислен как $W_{j+1}=Q(\Delta_4/\Delta_2)=V_2$. Очевидно, что весовой коэффициент первого из искаженных символов равен $W_j=W_{j+1}=V_2$. А его номер равен $j=2\cdot W_j-1=2\cdot V_2-1$. Таким образом, номера позиций искаженных символов в блоке известны. Известен также вектор δ_{j+1} искажения $(j+1)$-го символа: $\delta_{j+1}=\Delta_2$. Вектор δ_{j+2} искажения $(j+2)$-го символа вычисляется в виде: $\delta_{j+2}=\Delta_3\oplus W_j\otimes\Delta_1$. Для первого из искаженных символов $\delta_j=\Delta_1\oplus\delta_{j+2}$. Коррекция тройки искаженных символов выполняется в виде: $X_j=X_{jR}\oplus\delta_j$, $X_{j+1}=X_{j+1,R}\oplus\Delta_1$, $X_{j+2}=X_{j+2,R}\oplus\delta_{j+2}$.

Предложенный метод коррекции пачки ошибок в каналах передачи данных со спектральной модуляцией иллюстрируется следующим примером.

Пусть информационный блок содержит 6 4-разрядных символов (n=6, k=4): $X_1=\{1001\}$, $X_2=\{1101\}$, $X_3=\{0010\}$, $X_4=\{1111\}$, $X_5=\{0110\}$, $X_6=\{1010\}$. На передатчике вычисляются следующие значения компонент контрольного кода:
$C_{1S}=X_1\oplus X_3\oplus X_5=1101$;
$C_{2S}=X_2\oplus X_4\oplus X_6=1000$;
$C_{3S}=X_1\oplus 2\otimes X_3\oplus 3\otimes X_5=0111$;
$C_{4S}=X_2\oplus 2\otimes X_4\oplus 3\otimes X_6=1101$.

Пусть, при передаче блока, в результате воздействия длительной внешней помехи искажению подверглись третий, четвертый и пятый сигналы, в результате чего на приемнике приняты искаженные значения соответствующих символов: $X_{3R}=\{1011\}$, $X_{4R}=\{1001\}$, $X_{5R}=\{1010\}$. Вычисленные на приемнике компоненты контрольного кода имеют значения: $C_{1R}=1000$, $C_{2R}=1110$, $C_{3R}=1$ и $C_{4R}=1$. Соответственно, разности коды компонент контрольного кода на приемнике и передатчике имеют вид: $\Delta_1=0101$; $\Delta_2=0110$; $\Delta_3=0110$; $\Delta_4=1100$.

На приемнике вычисляются:

$V_1=\mathrm{Q}(\Delta_3/\Delta_1)=1$; $\mathrm{R}(\Delta_3/\Delta_1)=011$;

$V_2=\mathrm{Q}(\Delta_4/\Delta_2)=0010$ и $\mathrm{R}((\Delta_4/\Delta_2)=0$.

Поскольку $\mathrm{Q}(\Delta_3/\Delta_1)\neq 0$; $\mathrm{R}(\Delta_3/\Delta_1)\neq 0$; $\mathrm{Q}(\Delta_4/\Delta_2)\neq 0010$ и $\mathrm{R}((\Delta_4/\Delta_2)=0$, то имеет место ситуация, при которой "пачкой" охвачены 3 символа, первый из которых имеет нечетный номер j в блоке. В соответствии с изложенной методикой, весовой коэффициент W_{j+1} второго искаженного символа равен $V_2=\mathrm{Q}(\Delta_4/\Delta_2)=0010=2_{10}$. Номер второго из искаженных символов равен $j+1=2\cdot W_{j+1}=4$. Вектор искаженных битов этого символа $\delta_{j+1}=\Delta_2$, и его коррекция выполняется в виде:

$X_4=X_{4R}\oplus\Delta_2=1001\oplus 0110=1111$.

Номер j первого из искаженной группы символов равен 3, весовой коэффициент - $W_3=2$, а весовой коэффициент W_5 третьего из искаженных символов, с порядковым номером 5 равен $W_5=3$.

Вектор искажения 5-го символа (последнего из искаженных) равен $\delta_5=W_3\otimes\Delta_1\oplus\Delta_3=2\otimes 101\oplus 0110=1010\oplus 0110=$ $=1100$. Вектор искажения 3-го символа вычисляется как $\delta_3=\Delta_1\oplus\delta_5=0101\oplus 1100=$ $=1001$. Коррекция 3-го и 4-го искаженных символов выполняется в виде: $X_3=X_{3R}\oplus\delta_3=1011\oplus 1001=0010$; $X_5=X_{5R}\oplus\delta_5=$ $=1010\oplus 1100=0110$.

Анализ эффективности

Предложенный метод обеспечивает корректировку от одного до трех смежных символов искаженных внешней помехой в каналах передачи данных со спектральной модуляцией. С точки зрения теории информации для решения этой задачи требуется не менее k_b контрольных разрядов, причем:

$$k_b = 3\cdot m + \log_2 n + 2. \qquad (6)$$

Коды Рида-Соломона, которые также используются для решения подобной задачи коррекции одной "пачки" ошибок, включающей от одного до трех символов в каналах со спектральной модуляцией, требуют 6 контрольных символов или $6\cdot m$ контрольных разрядов.

Для предложенного метода число k контрольных разрядов определяется суммой длин всех четырех компонент $C_1,\ldots,C_4$ контрольного кода. Длина первых двух компонент C_1 и C_2 равна разрядности символа – m. Длина компонент C_3 и C_4 совпадает с разрядностью произведения без переносов ($\log_2 n$-1)-разрядного кода весового коэффициента и m-разрядного кода символа и, соответственно, равна m-1+$\log_2 n$. Таким образом, для предложенного метода число контрольных разрядов k определяется следующим выражением:

$$\begin{aligned} k &= 2\cdot m + 2\cdot(m + (\log_2 n - 1)) = \\ &= 4\cdot m - 2 + 2\cdot\log_2 n \end{aligned}. \qquad (7)$$

Для кодов Рида-Соломона существует ограничение размера блока в зависимости от разрядности символа -m: $n\leq 2^m$. Если для сравнения предложенного метода и кодов Рида-Соломона предположить, что $n=2^m$ ($\log_2 n=m$), то выражение (7) может быть преобразовано к виду:

$$k = 6\cdot m - 2. \qquad (8)$$

Очевидно, что для решения задачи коррекции одиночной "пачки" ошибок, которая охватывает от одного до трех символов предложенный метод и коды Рида-Соломона используют практически одинаковое число контрольных разрядов.

Основным преимуществом предложенного метода является то, что он обеспечивает существенное упрощение программной и аппаратной реализации по сравнению с кодами Рида-Соломона. Ниже приведен сравнительный анализ вычислительной сложности процедур вычисления контрольного кода и исправления ошибок для предложенного метода и кодов Рида-Соломона.

Для кодов Рида-Соломона вычисление 6-ти контрольных символов на передатчике требует выполнения n циклов, в каждом из которых осуществляется шесть операций умножения m-разрядных символов на поле Галуа.

Если принять, что операция умножения на полях Галуа m-разрядных чисел требует, в среднем, $3 \cdot m$ операций логического сложения и сдвига, то вычислительная сложность кодирования для кодов Рида-Соломона равна $O(18 \cdot m \cdot n)$.

Для предлагаемого метода вычисление контрольного кода также состоит из n циклов, в каждом из которых выполняется две операции умножения без переноса. Исходя из того, что операция умножения без переноса требует, в среднем, $2.5 \cdot m$ операций логического сложения и сдвига, вычислительная сложность кодирования для предложенного метода оценивается как $O(5 \cdot m \cdot n)$.

Таким образом, вычислительная сложность процедуры кодирования для предложенного метода более чем в 3 раза меньше, чем для кодов Рида-Соломона. Коррекция ошибок в коде Рида-Соломона включает следующие процедуры:

1) решение системы h символьных уравнений для определения коэффициентов вектора локатора ошибок;

2) локализация позиций h искаженных символов. Для этого требуется найти ненулевые значения вектора локатора ошибок путем перебора n возможных вариантов;

3) решение системы символьных уравнений для локализации искаженных битов каждого из искаженных символов.

Вычислительная сложность коррекции ошибок, определяется процедурой локализации позиций искаженных символов, которая требует перебора n возможных вариантов. При этом, для каждого варианта необходимо выполнить h операций умножения m-разрядных чисел на поле Галуа $GF(2^m)$. Следовательно, вычислительная сложность коррекции ошибок для кодов Рида-Соломона составляет $O(3 \cdot n \cdot h \cdot m)$. Для коррекции 3-х символов (h=3) вычислительная сложность оценивается как $O(6 \cdot n \cdot m)$.

Для предложенного метода вычислительная сложность процедуры коррекции ошибок определяется двумя операциями деления и одной операцией умножения без переносов. Операция деления $2 \cdot m$-разрядного делимого на m-разрядный делитель состоит из m циклов, выполнение каждого из которых требует, в среднем, 2.5 операций (сдвига и логического сложения). Таким образом, вычислительная сложность деления, как же как и умножения без переносов составляет $O(2.5 \cdot m)$. Это означает, что вычислительная сложность процедуры коррекции ошибок составляет $O(7.5 \cdot m)$.

Сравнение вычислительной сложности процедур коррекции “пачки” ошибок для кодов Рида-Соломона – $O(6 \cdot n \cdot m)$ и предложенного метода – $O(7.5 \cdot m)$ показывает, что использование последнего позволяет значительно (в n раз) ускорить процесс коррекции ошибок.

Выводы

Разработан новый метод, обеспечивающий коррекцию “пачки” ошибок в каналах со спектральной модуляцией. Метод гарантирует коррекцию любых битовых искажений от одного до трех смежных канальных символов передаваемого блока данных. Предложенный метод основан на концепции взвешенной контрольной суммы, что позволяет ускорить и упростить обнаружение и исправление ошибок. Отличительной особенностью метода является применения умножения без переносов при вычислении взвешенной контрольной суммы.

Список литературы

1. Марковский А.П., Клименко И.А., Иванов А.Н. Способ эффективной коррекции “пачки” ошибок в каналах с кодово-импульсной модуляцией // Проблеми інформатизації та управління. Збірник наукових праць: Вип. 2(33). – К.: НАУ. – 2011. – С.143-151.

2. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. – М.: Вильямс. – 2004. – 1104 с.

3. Bardis N.G., Doukas N., Markovskyi O. Burst Error Correction Using Binary Multiplication without Carry // Proceedings of MILCOM - 2011, Baltimore, USA, November 2011. – P. 1783 – 1787. – 2011.