УДК 004.7(045)

Игнатов В.А., д.т.н.,
Гузий Н.Н., к.т.н.,
Сорая М.А.

МЕТОД РАСЧЕТА ПОКАЗАТЕЛЕЙ ГАРАНТОСПОСОБНОСТИ КОМПЬЮТЕРНЫХ СЕТЕЙ

Национальный авиационный университет

Разработаны математические модели для расчета показателей гарантоспособности ZG(n,m)-систем, предложен метод расчета показателей гарантоспособности телекоммуникационных и компьютерных сетей

Анализ проблемы

Задачи обеспечения гаранто-способности телекоммуникационных и компьютерных сетей (ТКС) являются весьма актуальными для дальнейшего развития информа-ционных технологий. На это указывают результаты исследований и публикации последних лет, практическая реализация современной парадигмы «создание гарантоспособных систем из негарантоспособных компонентов» (*Dependable Systems out of Undependable Components - DS/UDC*) [1], а также стандарты, нормативные и методические документы по вопросам гарантоспособности как интегративного понятия качества вычислений. В распределенных компьютерных системах гарантоспособность следует рассмат-ривать в более общем виде как интегральную характеристику качества обслуживания сетевого трафика *(Quality of Service – QoS)* [2].

Особого внимания заслуживает исследование закономерностей оптималь-ного обеспечения гаранто-способности за счет применения принципиально нового класса функционально – избыточных *ZG(n,m)*-систем, впервые предложенного В.А.Игнатовым и В.В.Захаренковым для повышения надежности систем автоматического самолетовождения [3]. В результате введения фрактальной избыточности *ZG(n,m)*-системы сохраняют гарантоспособность при отказах, сбоях, атаках, помехах, искажениях сигналов, несанкци-онированных воздействиях и других негативных факторах.

Цель и задачи исследования

Данная работа является дальнейшим развитием направления и имеет целью выбор системы показателей и критериев эффективности обеспечения гаранто-способности, а также разработку метода и инженерной методики расчета этих показателей и критериев для телекоммуникационных и/или компью-терных сетей.

Для достижения поставленной цели решаются следующие задачи:

- уточнение понятия гарантоспо-собности ТКС с позиций теории массового обслуживания,
- разработка математических моделей и алгоритмов расчета системы показателей определения гаранто-способности ТКС;
- разработка пакета прикладных программ для расчета показателей и критериев эффективности обеспечения гарантоспособности ТКС;
- исследование гарантоспособности простейших, бинарных *ZG(n,m)*-систем для выявления свойств и закономерностей использования функциональной избы-точности в *ZG(n,m)*-системах;
- формулировка выводов и практических рекомендаций по результатам исследований.

Постановка задачи исследования

Известными для решения указанных задач считаются принцип действия, определяющие параметры и структурные типовые схемы *ZG(n,m)*-систем [4-7], методы теории комбинаторик [8], а также принципы системного подхода к решению задач анализа, синтеза и оптимизации таких сложных систем, которые обладают свойствами эмерджентности, робастности и гетерогенности. С использованием этих принципов обосновывается выбор системы показателей гарантоспособности *ZG(n,m)*–систем, разрабатываются метод и типовой алгоритм расчета показателей, а также определяются все требуемые исходные данные и аналитические соотношения для критериев, а также и для разработки инженерных методик расчета показателей гарантоспособности *ZG(n,m)* – систем.

Изложение основного материала исследования

Решение указанных задач начинается с уточнения понятия «гарантоспособность» применительно к ТКС.

Определение 1. Гарантоспособность - это интегративное свойство телекоммуникационной и/или компью-терной сети обеспечивать заданное качество обслуживания сетевого трафика *(QoS)* при отказах элементов, сбоях программного обеспечения, помехах, искажениях передаваемых сигналов, атаках, других несанкционированных воздействиях, при выполнении необходимого условия о том, что общее число негативных внутренних и внешних воздействий на сеть не превышает наперед заданного при создании сети минимального числа

$$m_{min} = min\ m_i,\ i = 1,\ N_m, \qquad (1)$$

избыточных каналов и узлов всех N_m многоканальных линий и узлов связи в этой сети.

Из этого определения следует, что система показателей гарантоспособности телекоммуникационной и/или компьютерной сети должна предусматривать, во первых, количественное описание «заданного качества обслуживания сетевого трафика», во вторых, прогнозирование условий использования создаваемой сети, а, в третьих, учитывать риск потерь, обусловленных, с одной стороны, нарушениями гарантоспособности сети, а, с другой стороны, затратами на создание и поддержание гарантоспособности создаваемой сети.

Следовательно, разрабатываемая система показателей и критериев обеспечения гарантоспособности телекоммуникационной и/или компьютерной сети должна:

- стимулировать поиски оптимальных решений относительно обеспечения гарантоспособности;
- предусматривать возможности оценки эффективности оптимального использования фрактальной избыточности;
- быть относительно простой для практической реализации административных, аппаратных и программных решений.

Для обоснования разработки математических моделей и алгоритмов, системы показателей определения гарантоспособности телекоммуникационных и/или компьютерных сетей вначале на относительно простых примерах покажем главное свойство *ZG(n,m)* – систем, порождаемое использованием в них фрактальной избыточности.

Определение 2. Коэффициентом *r(n,m)* фрактальной избыточности *ZG(n,m)*-системы называется величина:

$$r(n,m) = m/(n+m) = 1/(1+ n/m) = (m/n)/[1+(m/n)], \qquad (2)$$

где n и m, соответственно, число основных и избыточных каналов в системе.

В результате введения фрактальной избыточности вместо одного единственного решения в ***D*** –приемнике образуется общее число *N(n,m)* возможных решений, которое равно числу сочетаний из $(n+m)$ по n:

$$N(n,m) = C^n_{n+m} = (n+m)!/\,n!\,m!\ . \qquad (3)$$

Из этих *N(n,m)* решений *D* – приемник формирует относительно переданных n сигналов одно решение, оптимальное по модифицированному методу максимального правдоподобия [5].

Покажем на простых примерах, какова эффективность использования фрактальной избыточности с точки зрения повышения точности оптимального восстановления переданных n сигналов.

Среднеквадратическую минимальную погрешность оптимального восстановления векторного n – мерного сигнала определим, используя метрику пространства Евклида, в виде погрешности определения средней длины вектора

$$\sigma_0 = \sqrt{\sum \sigma^2_k / n}, \quad k = 1,n, \qquad (4)$$

где σ^2_k – минимальная дисперсия погрешности восстановления k – ой координаты. Для гомогенной $ZG(n,m)$-системы, в которой все погрешности одинаковы,

$$\sigma^2_k = \sigma^2_i = \sigma^2_0, \qquad i \neq k, \qquad (5)$$

минимальная среднеквадратическая погрешность восстановления одной координаты n мерного вектор - сигнала системы:

$$\sigma 1 = \sigma_0 / \sqrt{N(n,m)} = \sigma_0 / \sqrt{[(n+m)! / n!\, m!]}. \quad (6)$$

Пример 1. Оценим минимальную среднеквадратическую погрешность восстановления сигналов в бинарной $ZG(n,m)$ - системе при $n = 2$, $m = 1, 2, 3$. Используя формулу (4) в расчете для одной координаты, получим:

при $m = 1$ $\sigma 11 = \sigma_0/\sqrt{N(2,1)} = \sigma_0/\sqrt{[(2+1)!/ 2!\, 1!]} = \sigma_0/\sqrt{3}$,

при $m = 2$ $\sigma 12 = \sigma_0/\sqrt{N2(2,2)} = \sigma_0/\sqrt{[(2+2)!/ 2!\, 2!]} = \sigma_0/\sqrt{6}$,

при $m = 3$ $\sigma 13 = \sigma_0/\sqrt{N3(2,3)} = \sigma_0/\sqrt{[(2+3)!/ 2!\, 3!]} = \sigma_0/\sqrt{10}$.

Следовательно, индексные показатели повышения точности восстановления отдельных сигналов в гомогенной бинарной $ZG(2,m)$-системе имеют значения:

$W11 = (\sigma_0/\sqrt{2})/(\sigma_0/\sqrt{6}) = \sqrt{3} = 1.732$,
$W12 = (\sigma_0/\sqrt{2})/(\sigma_0/\sqrt{12}) = \sqrt{6} = 2.449$,
$W13 = (\sigma_0/\sqrt{2})/(\sigma_0/\sqrt{20}) = \sqrt{10} = 3.162$,
$W21 = (2.449)/(1.732) = 1.414$,
$W32 = (3.162)/(2.449) = 1.291$,
$W31 = (3.162)/(1.732) = 1.825$.

Анализируя результаты расчетов повышения точности оптимального восстановления переданных сигналов в гомогенной бинарной $ZG(n,m)$-системе с числом основных каналов $n=2$ и увеличением числа избыточных каналов m от 1 до 3, можно сделать следующий общий вывод: повышение точности оптимального восстановления сигналов в $ZG(n,m)$-системах достигается за счет роста общего числа (3) возможных решений как результатов косвенных измерений, из которых в конечном итоге формируется одно оптимальное решение.

В работах [2, 3, 6] показано, что в гетерогенных оптимальных $ZG(n,m)$-системах, которые имеют неоднородные каналы, достигается более высокая точность за счет того, что при формировании оптимального решения более точным косвенным измерениям присваиваются большие оптимальные значения весовых коэффициентов.

Математическую модель гарантоспособности гомогенной $ZG(n,m)$-системы построим при следующих допущениях:

Д1. Все каналы гомогенной $ZG(n,m)$ - системы являются однородными с точки зрения надежности; это означает, что интенсивности отказов каналов λ_i и восстановлений работоспособности каналов μ_i для всех $(n + m)$ каналов одинаковы:

$$\lambda_i = \lambda_k = \lambda, \ \mu_i = \mu_k = \mu, \ i \neq k. \qquad (7)$$

Д2. Вероятность нарушения работоспособности (отказа) одного любого канала неизбыточной системы в режиме статистического равновесия определяется коэффициентом простоя одного канала из соотношения:

$$q = \lambda / (\lambda + \mu). \qquad (8)$$

Д3. Система сохраняет гарантоспособность, если работоспособны любые n каналов из $(n + m)$ каналов, или иначе, при нарушении негативными воздействиями работоспособности не более m каналов.

Д4. Интенсивность отказа любого одного канала гомогенной $ZG(n,m)$-системы увеличивается из-за введения преобразователей и устройства мониторинга состояния каналов пропорционально отношению $(n + m) / n$

$\lambda 1 = (n + m)\, \lambda / n.$ (9)

Д5. Интенсивность восстановления работоспособности одного канала гомогенной *ZG(n,m)*-системы после нарушения работоспособности уменьшается из-за введения преобразователей и устройства мониторинга состояния каналов с ростом числа резервных каналов пропорционально отношению $n/(n + m)$:

$\mu 1 = n\, \mu / (n + m).$ (10)

Д6. Вероятность нарушения работоспособности (отказа) одного любого канала гомогенной *ZG(n,m)*-системы в режиме статистического равновесия определяется коэффициентом простоя одного канала соотношением:

$q1 = \lambda 1 / (\lambda 1 + \mu 1) = [(n + m)\, \lambda / n] /$
$/\{ [(n + m)\, \lambda / n] + [n\, \mu / (n + m)]\} =$
$= [(n + m)^2\, \lambda / \{[(n + m)^2\, \lambda] + [n^2 \mu]\}.$ (11)

Для построения системы показателей гарантоспособности используем формулу биномиального распределения для расчета вероятности $P(n+m,k)$ наступления отказов k каналов из общего числа $n+m$ каналов гомогенной *ZG(n,m)*–системы:

$P(n+m, k) = C^k_{n-m}\, q1^k\, (1 - q1)^{\, n + m - k}.$ (12)

При отказах $k = 0, 1, \ldots, m$ каналов гомогенная *ZG(n,m)*- система остается гарантоспособной, поэтому вероятность $P(n,m)$ сохранения ее гарантоспособности в установившемся режиме статистического равновесия определяется формулой:

$P(n,m) = \sum P(n+m, k),\ k = 0, 1, \ldots, m.$ (13)

При отказах $k = (m + 1), (m + 2), \ldots, (m + n)$ каналов гомогенная *ZG(n,m)* - система теряет гарантоспособность, поэтому вероятность:

$Q(n,m) = \sum P(n+m, k),\ k = (m + 1),$
$(m + 2), \ldots, (m + n).$ (14)

Пример 2. Рассмотрим особенности расчета показателей гарантоспособности простейшей бинарной гомогенной *ZG(n,m)*-системы при $n = 2,\ m = 1;$ $q = 0.03.$

Расчет выполним по следующей методике, которая включает следующие восемь этапов.

1. Расчет вероятности отказа любого одного канала *ZG(2,1)* - системы по формуле (11):

$q1 = [(n + m)^2\, \lambda / \{[(n + m)^2\, \lambda] + [n^2 \mu]\} =$
$= 0.27/(0.27 + 4\ 0.97) \approx 0.065.$

Введение устройств преобразования сигналов и мониторинга гарантоспособности приводит при принятых допущениях *Д1-Д6* к увеличению вероятности отказа любого одного канала *ZG(2,1)*-системы примерно в 2.167 раза.

2. Расчет вероятности состояний *ZG(2,1)*- системы по формуле (12):

$P(3, 0) = C^0_3\, q1^0\, (1 - q1)^{\,3} = (1 - q1)^{\,3} =$
$= (1 - 0.065)^3 = (0.935)^3 \approx 0.8174,$
$P(3, 1) = C^1_3\, q1^1\, (1 - q1)^{\,2} =$
$= 3\, q1\, (1 - q1)^{\,2} = 3\ 0.065\, (1 - 0.065)^2 \approx$
$\approx 0.170474,$
$P(3, 2) = C^2_3\, q1^2\, (1 - q1)^{\,1} =$
$= 3\, q1^2\, (1 - q1)^{\,1} = 3\ 0.065^2\ 0.935 \approx 0.011851,$
$P(3, 3) = C^3_3\, q1^3\, (1 - q1)^{\,0} = q1^3 = 0.065^3 \approx$
$\approx 2.74625{*}10^{\wedge}{-4}.$

3. Проверка выполнения условия нормировки вероятностей для полной группы событий в *ZG(2,1)*- системе:

$\sum P(n+m, k) = P(3, 0) + P(3, 1) + P(3, 2) +$
$+ P(3, 3) = 1.0.$ (15)

Выполнение условия нормировки показывает, что вероятности состояний *ZG(2,1)*-системы определены правильно.

4. Расчет вероятности обеспечения гарантоспособности *ZG(2,1)* - системы по формуле (13):

$P(2,1) = \sum P(2+1, k),\ 0.8174 + 0.170474 \approx$
$\approx 0.987874; k = 0, 1.$
$P(2,1) = P(3, 0) + P(3, 1).$

5. Расчет вероятности нарушения гарантоспособности *ZG(2,1)* - системы по формуле (14):

$Q(2,1) = \sum P(2+1, k),\ 0.011851 +$
$+ 2.74625{*}10^{\wedge}{-4} \approx 0.012126;\ k = 2, 3.$

6. Проверка выполнения условия нормировки для показателей гарантоспособности *ZG(2,1)*- системы:

$P(2,1)+Q(2,1)=0.987874+0.01212=1.0$ (16)

Выполнение условия (16) показывает, что показатели гарантоспособности *ZG(2,1)*-системы определены правильно.

7. Расчет индексного показателя эффективности использования фрактальной избыточности бинарной $ZG(2,1)$-системой, исчисляемый по увеличению вероятности обеспечения гарантоспособности:

$$W_p(2,1) = P(2,1) / P(2,0) = = 0.987874 / 0.97^2 \approx 1.0499, \quad (17)$$

где через $P(2,0)$ обозначена вероятность обеспечения гарантоспособности неизбыточной n-арной системой:

$$P(n,0) = (1-q)^n = (1-q)^2. \quad (18)$$

Результаты расчета по формуле (17) показывают, что введение избыточного третьего канала в рассматриваемой бинарной системе примерно на 5% увеличивает вероятность обеспечения гарантоспособности по сравнению с неизбыточной бинарной системой.

8. Расчет индексного показателя эффективности использования избыточности бинарной $ZG(2,1)$-системой, исчисляемый по уменьшению вероятности нарушения гарантоспособности:

$$W_q(2,1) = Q(2,0) / Q(2,1) = = 0.06 / 0.012126 \approx 4.948, \quad (19)$$

где через

$$Q(n,0) \approx n\,q \approx 2\,q \quad (20)$$

обозначено приближенное значение вероятности нарушения гарантоспособности неизбыточной n - арной системой. Формула (20) справедлива при $q \ll 1$.

Введение избыточного третьего канала в рассматриваемой бинарной системе примерно в 4.95 раз уменьшает вероятность нарушения гарантоспособности по сравнению с неизбыточной бинарной системой.

Сравнивая индексные показатели гарантоспособности п.п. 7 и 8, можно сделать вывод о том, что индексный критерий эффективности $W_q(2,1)$ является более чувствительным к изменению показателей гарантоспособности $ZG(2,1)$-системы, поэтому в качестве основных показателей системы обеспечения гарантоспособности рекомендуется выбирать три основных показателя: $P(n,m)$, $Q(n,m)$ и $W_q(n,m)$.

9. Для приближенной «оценки снизу» величины выигрыша в увеличении показателя гарантоспособности $ZG(2,1)$-системы можно использовать индексный показатель эффективности вида:

$$W_q(q,\, q1) = (n+m)\, n\, q1 / q = [n\,(n + +m)^2 / \{[(n+m)^2 q] + [n^2(1-q)]\}. \quad (21)$$

Для исходных данных *Примера 2* индексный показатель:

$$W_q(q,\, q1) = 2\; 3^2 / (9\; 0.03 + 4\; 0.97) \approx \approx 18 / 4.15 \approx 4.337. \quad (22)$$

Относительная погрешность применения индексного показателя $W_q(q,\, q1)$:

$$\delta W_q = [W_q(q,\, q1) - W_q(2,1)]/W_q(2,1) = = (4.337 - 4.948)/4.948 \approx -12.348\% \quad (23)$$

Учитывая величину полученной погрешности расчетов (23), можно сделать вывод о том, что на стадии обоснования Технического задания на проектирование $ZG(n,m)$–системы вполне может использоваться предварительная оценка эффективности по критерию (23). Удобство такой оценки в том, что ее получение требует знания всего трех параметров n, m и q исходных данных. Это значительно упрощает эскизные расчеты.

Для необслуживаемых телекоммуникационных и компьютерных сетей параметры q и $q1$ вводят аналогично. Для таких сетей рассматривается интенсивность λ нарушения гарантоспособности одного канала неизбыточной системы. Эта величина используется совместно с показателем T^* заданной долговечности сети. Если показатель требуемой долговечности T^* необслуживаемой сети задается в часах календарного времени, по нему допустимая вероятность q^* нарушения гарантоспособности одного канала определяется по формуле:

$$q^* \le \lambda\, T^*, \quad (24)$$

в которой значение λ рассчитывается одним из методов теории надежности, как интенсивность воздействий на сеть тех или иных возможных негативных факторов [1].

Для автоматизации расчетов эффективности использования избыточности бинарными *ZG(n,m)*–системами в системе *MathCAD* разработан пакет прикладных программ *W(q,n,m,x)*.

Выводы

Полученные результаты позволяют сформулировать следующие выводы и практические рекомендации:

1. Определение и расчет показателей и критериев гарантоспособности ТКС требует системного подхода к анализу, синтезу и оптимизации обеспечения требуемого качества обслуживания сетевого трафика *(QoS)*.

2. Особого внимания заслуживает уточнение понятия гарантоспособности для ТКС, исследование свойств и закономерностей оптимального обеспечения гарантоспособности сетей за счет применения нового класса функционально-избыточных *ZG(n,m)*–систем.

3. Разработан метод расчета показателей гарантоспособности *ZG(n,m)*–систем, предложен алгоритм асчета показателей гарантоспособности, основанные на расчетах по формулам (13), (14) вероятностей обеспечения и нарушения гарантоспособности *ZG(n,m)*–систем.

4. Введены индексные показатели косвенного измерения эффективности по формулам (17)-(19). С использованием разработанного в системе *MathCAD* пакета прикладных программ *W(q,n,m,x)* исследованы свойства и закономерности обеспечения гарантоспособности с помощью *ZG(n,m)*–систем. Для приближенных расчетов целесообразна аппроксимация критериев эффективности с помощью соотношений вида (21), (22). Полученные в результате аппроксимации приближенные формулы могут быть полезны для решения задач прогнозирования эффективности функционирования гарантоспособных систем.

Список литературы

1. Харченко В.С. Парадигмы и принципы гарантоспособных вычислений: состояние и перспективы. Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – 2009. – №2 (36), С. 91-100.

2. Игнатов В.А., Манышин Г.Г., Трайнев В.А. Статистическая оптимизация качества функционирования электронных систем. – М.: Энергия. – 1974. 264 с.

3. Игнатов В.А., Захаренков В.В. Мажоритарное устройство для выделения проекций векторной величины. А.С. СССР №782162. Б.И. СССР. №6. 1978.

4. Игнатов В.А., Стоянов Б.Н. Метод избыточного диагностирования авиационных систем. – Технологические процессы при эксплуатации радиоэлектронного оборудования гражданской авиации. К.: КИИГА, 1985. – С.7-17.

5. Игнатов В.А., Мачалин И.А. Оптимальное управление диагностированием изделий авиационной техники. – Авиационная и космическая техника, Харьков: ХАИ, 2006, – №6 – С. 5-18.

6. Игнатов В.А. Теория информации и передачи сигналов. – М.: Сов. радио, 2-ое изд. 1990. – 280 с.

7. Аль-Шаро Я.М. Миноритарный принцип диагностирования функционально-избыточных систем на основе ZG–преобразования / Аль-Шаро Я.М., Захаренков В.В., Игнатов В.А., Кудренко С.А. Зб. наук. праць: Академія інженерних наук України. – Вип. 1. – К.: АІНУ, 2009. – С. 52-62.

8. Андерсон, Джеймс А. Дискретная математика и комбинаторика / Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс». 2004. – 960 с.