помехозащищенности является актуальной.

Постановка задачи

Рассмотрим специализированную беспроводную сеть без инфраструктуры (сеть *Ad Hoc*). Такие сети широко применяются для решения ограниченного круга задач в условиях больших перепадов нагрузки, наличия интенсивных помех. При этом требуется гарантированное качество обмена данными.

В условиях стабильно высокой нагрузки на сеть правомерным является допущение о статистической независимости процессов функционирования отдельных узлов [2]. Однако такое допущение может привести к существенным погрешностям при оценке производительности сетей, работающих в условиях изменений нагрузки в широких пределах [3]. В частности, если очередь заявок на i-й узел велика (входной буфер хранения заявок близок к заполнению), то высока вероятность, что на интервале доступа i- му узлу на j-й узел также поступит пакет. С учетом изложенного необходимо учитывать взаимозависимость процессов, протекающих в разных узлах сети.

Рассмотрим сеть, состоящую из N статистически однородных узлов, во входной буфер каждого из которых поступает пуассоновский поток пакетов с интенсивностью λ. Параметры пакетов одинаковы и постоянны на интервале наблюдения; канал считается идеальным, а время распространения сигнала между узлами – пренебрежимо малым. Кроме того, предполагается, что в буферной памяти каждого узла может храниться не более R пакетов. Отказ в обслуживании происходит при следующих условиях:

– при полном заполнении входного буфера;

– при истечении времени жизни пакета;

– при исчерпании попыток передачи пакета.

Такая модель, несмотря на внешнюю простоту, вполне адекватно отражает реальную ситуацию обслуживания суммарных потоков, приходящих от разных источников на один узел-приемник. При суммировании интенсивностей отдельных потоков с произвольными вероятностными распределениями результирующая плотность вероятности асимптотически сходится к пуассоновской. Это объясняется тем фактом, что пуассоновское распределение относится к классу статистически устойчивых [4].

Необходимо оценить следующие показатели производительности:

– среднее значение τ_d времени задержки пакета, отсчитываемого от момента поступления пакета в очередь данного узла и до момента окончания его обслуживания, т.е. по окончании интервала, завершающего успешную передачу, или интервала до момента последней неудачной попытки передачи, приводящей к потере пакета;

– вероятность отказа в передаче пакета, происходящего либо переполнения очереди станции, либо из-за достижения максимального числа M_r повторных передач.

Математическая модель процесса функционирования сети

Адекватной моделью процесса обмена данными в сети с взаимосвязанными узлами является процесс гибели и размножения [4,5], схема которого изображена на рис. 1. Состояние этого процесса определяется суммарным числом R_Σ пакетов, находящихся в очередях станций сети, включая пакеты, которые передаются в текущий момент. Периодом отсчетов является интервал времени, выделяемый для каждого узла. На рис. 1 не показаны циклы, когда система остается в том же самом состоянии, поскольку можно считать, что вероятности таких событий для реально функционирующих сетей пренебрежимо малы по сравнению с вероятностями переходов из состояния в состояние [6].

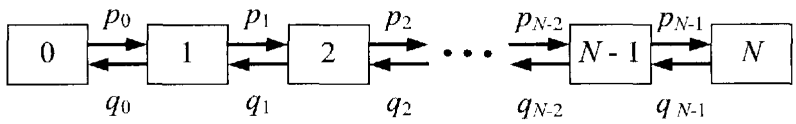

Рис. 1. Процесс обмена данными

Для определения вероятностей размножения $p_{R\Sigma}$, т.е. увеличения R_Σ на единицу и гибели $q_{R\Sigma}$, т.е. уменьшения R_Σ на единицу в течение выделенного интервала, введем следующие допущения.

1. В течение отведенного интервала времени передачи данных во входные буферы узлов может поступить не более одного пакета.

2. При возникновении коллизии, когда два или более узлов одновременно пытаются осуществить передачу, отказ в дальнейшей передаче пакета может произойти не более чем на одном из узлов, вовлеченных в коллизию (вероятность одновременного отказа на двух и более узлах пренебрежимо мала).

При $R_\Sigma = 0$ размножение происходит, когда один из узлов успешно осуществляет передачу в произвольный момент времени, а во время этой передачи в буфер данного или любого другого узла поступает еще один пакет. Длительность этой успешной передачи равна:

$$t_S = t_H + t_D + t_{ACK} + \sum_i t_{di} = \frac{L_H + L_D + L_{ACK}}{V_{tr}} + \sum_i t_{di}, \qquad (1)$$

где:

L_H, L_D – длина заголовка и поля данных пакета соответственно;

L_{ACK} – длина кадра подтверждения (*ACKnowledgement*);

t_{di} – защитные интервалы после передачи кадра подтверждения и успешной передачи собственно пакета данных.

С учетом изложенного выше вероятность размножения при

$$R_\Sigma = 0 \;\; p_0 = \left(1 - e^{-N\lambda\, t_e}\right)\left(1 - e^{-N\lambda\, t_S}\right),$$

где:

t_e – средняя длительность пустого интервала, на котором ни один узел не осуществляет передачу.

При $R_\Sigma > 0$ размножение происходит при следующих условиях:

– когда новый пакет находит свободное место в буфере;

– при успешной передаче на интервале, предоставленного данному узлу;

– при успешной произвольной передаче;

– на интервале коллизии, в конце которого не происходит отказ в дальнейшей передаче пакета ни на одной из станций, вовлеченных в коллизию.

Гибель имеет место, когда в течение успешной передачи слота или коллизии, приводящей к отказу в дальнейшей передаче пакета, не поступает новый пакет. Следовательно, при $R_\Sigma > 0$:

$$p_{R\Sigma} = \sum_{n=n_{\min}(R_\Sigma)}^{\min(N,R_\Sigma)} \gamma(n,R_\Sigma)\Big\{\big[1-\beta_q^e(n,R_\Sigma)\big]p_C(n)\big(1-e^{-n\lambda t_c}\big)+$$
$$+\big[1-\beta_q^f(n,R_\Sigma)\big]\Big[p_\alpha(n)\big(1-e^{-N\lambda t_S}\big)+p_C(n)\big[1-\beta(n)\big]\big(1-e^{-N\lambda t_C}\big)\Big]\Big\}. \qquad (2)$$

Здесь $n_{\min}(n,R_\Sigma) =]\!(R_\Sigma - 1)/B[+ 1$

где: $]\cdot[$ – целая часть числа;

$\gamma(n,R_\Sigma)$ – вероятность наличия n активных станций при условии, что сумма длины очередей в начале интервала равна R_Σ;

$\beta_q^e(n,R_\Sigma)$ и $\beta_q^f(n,R_\Sigma)$ – вероятность потери из-за переполнения буфера, в который поступает новый пакет, при данных и n и R_Σ.

Эти вероятности различны для пустого интервала (β_q^e) и для остальных интервалов β_q^f, так как по определению в течение пустого интервала пакеты могут поступать только в буферы активныхстанций. Кроме того, очевидно, что эти вероятности равны 0 при $R_\Sigma < n + B - 1$. $\beta(n)$ – вероятность отказа из-за достижения предельного числа M_r повторных передач при данном числе активных станций; предполагается, что счетчик m_r только одной из станций, участвующих в коллизии, может достичь предела M_r; $t_C = \frac{L_D}{V} + t_u$ – время коллизии, в которое входит защитный интервал t_u после последней неудачной попытки передачи и, как результат – потери пакета.

Стационарные вероятности $\pi(R_\Sigma)$ состояний данного процесса описываются выражениями:

$$\pi(R_\Sigma) = \pi(0)\prod_{i=1}^{N}\frac{p_{i-1}}{q_i}; \quad \pi(0) = \frac{1}{1+\sum_{j=1}^{NR}\prod_{i=1}^{N}\frac{p_{i-1}}{q_i}}. \qquad (3)$$

Для оценки вероятностей $\gamma(n,R_\Sigma)$ и $\beta(n,R_\Sigma)$ примем следующее допущение. Пусть суммарное число R_Σ пакетов, находящихся в очередях станций сети, больше нуля. Тогда все варианты размещения этих R_Σ пакетов по N буферам узлов сети равновероятны.

Используя это допущение, находим для случая $0 \le R_\Sigma \le NR$ и $n_{\min}(R_\Sigma) \le n \le \min(N,R_\Sigma)$:

$$\gamma(n,R_\Sigma) = \frac{1}{g[R_\Sigma,N,R]}C_n^N g[R_\Sigma - n,n,R-1];$$

$$\beta_q^f(n,R_\Sigma) = \begin{cases} 0, & R_\Sigma < n+R-1; \\ \beta_q^f(n,R_\Sigma) = \dfrac{1}{g[R_\Sigma-n,n,R-1]}\displaystyle\sum_{k=k_{\min}(l,n)}^{K(l,n)}\frac{k}{N}C_k^n g\big[R_\Sigma-n-k(R-1),n-k,R-2\big], & R_\Sigma \ge n+R-1 \end{cases}. \qquad (4)$$

$\beta_q^f(n, R_\Sigma)$ определяется аналогично путем замены $\frac{k}{N}$ на $\frac{k}{n}$ в выражении (4).

Здесь $C_n^N = \frac{N!}{(N-n)!n!}$, а $g[u,v,K]$ – число вариантов, которыми можно разместить u неразличимых шаров по v урнам так, что в любой урне было бы не более K шаров [7];

$k_{\min}(R_\Sigma, n) = \max[1, R_\Sigma - n(R-1)]$,

а $k(R_\Sigma, n)$ – наибольшее целое, не превышающее отношения $\frac{R_\Sigma - n}{R-1}$.

Функция $g[u,v,K]$ вычисляется рекурсивно: $g[0,v,K]=1$ при всех $v \geq 0$, $g[u,1,K]=1$ при $u \leq K$ и $g[u,1,M]=0$ при $u > K$;

$g[u,v,K] = \sum_{k=0}^{\min(u,K)} g[u-k, v-1, K]$ ïðè $v \geq 2$, $u > 0$.

Для нахождения вероятности отказа $\beta(n)$ в доступе к узлу примем такое допущение. Пусть в начале данного временного интервала число активных станций равно n. Тогда для любой из этих станций вероятность $\rho(n)$ начала разрешенной передачи, а также вероятность отказа $\beta(n)$ в случае коллизии в этом интервале совпадают с соответствующими значениями, полученными для сети, включающей в себя n постоянно активных узлов. Остальные $N-n$ узлов в этой сети могут передавать только произвольно при условии, что ни с одного из активных узлов передача не происходит. Если пакет поступает в буфер одного из $N-n$ неактивных узлов в момент передачи любого из активных узлов, то этот пакет теряется.

Вероятность того, что текущая разрешенная попытка неудачна из-за коллизии, равна:

$$\chi(n) = 1 - [1 - \tau(n)]^{n-1}, \qquad (5)$$

а вероятность того, что данная неудача – m-я по счету, равна $\beta_m(n) = [\chi(n)]^{m-1}$.

Следуя Д. Линдли [4, 8], пренебрегая вероятностью коллизии более чем двух станций и вероятностью одновременного отказа на нескольких станциях, получаем следующие вероятности отказа:

$$\beta(n) = 2\beta_m(n). \qquad (6)$$

Значение $\rho(n)$ находится путем решения системы уравнений вида

$$\rho(n) = \frac{2}{E[\zeta]+1}, \qquad (7)$$

где:

$$E[\zeta] = \left\{ \sum_{i=1}^{m} \chi^{i-1} w_i + \frac{\chi^m w_m - w_0}{1-\chi} \right\} \frac{(1-\chi)^m}{1-\chi^m}$$

– среднее значение размера конкурентного интервала в случае $M_r \leq m$ и

$$E[w] = \left\{ \sum_{i=1}^{m} \chi^{i-1} w_i + w_m \sum_{i=m}^{M_r - 1} (i-m+2)\chi^i + \frac{(M_r - m + 1) w_m \chi^{M_r} - w_0}{1-\chi} \right\} \frac{(1-\chi)^2}{1-\chi^{M_r}} \qquad (8)$$

при $M_r > m$.

Результаты моделирования

В качестве основного показателя производительности выбрана вероятность отказа в общем доступе. Для исследования влияния помех на вероятность отказа с использованием математической модели, разработанной в предыдущем разделе, выбрано предельное число неудачных попыток передачи коротких пакетов. Длина пакета постоянна и не превышает (в среднем) 0,1 длины разрешенного интервала передачи. При таких исходных данных зависимости влияния помех являются наиболее наглядными и носят общий характер.

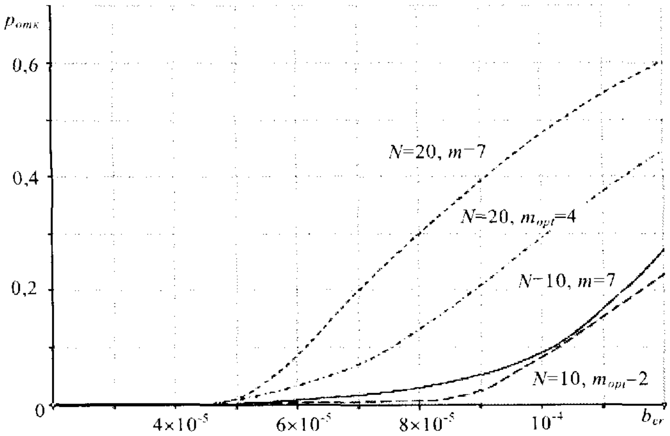

Рис. 3. Зависимости вероятности отказа в доступе $p_{отк}$ от относительной интенсивности помех

0) (%, D %(% $ (% ' ' ' (%! C P H P

=% $(%, + $
$ (% '%(% (' 1 % , (% *
$ '(* % (, %
% % ,% %((!% + '(
'(! % ' '
' (%! $! % $:
! , + %#(, %
' $ % , *

!
(%$ '(% % , (%
% % !
-)) * ' (%
' 1 % , (% * $ '(*
6 % $ % *
,% /# % % :n
%(% (((+
$: % (' X %
% * '($ 1 $(%,
'(%'(% (%,(%$
% # ('(% %!
) 1 (% * % %' %1 *
' / (
)% (2 + ' + ,% %!%
((% * ' ,%1
'((! ((
3 * * % % ! * %''%(%
(/ ,% %! % # (%
% ! (%,
"
8 #(% A B + (, X +
e % A A + h $ 1 % B 6 B % ,
%#(, % ' (%! %

% (! # '(TT
h o , 0; C 0 O 8 0 6 p08;
; #(% A B 3(1
' TT I% (% qq
%(* % ! 0 ! *
) (1 M ' (
g 0 & AB +
; f 0 6 ;
> #(% A B + 6% ! B 6 +
d I (% ! % ' , *
'(' * ' $
* %#(, TT I% (% qq
%(* % ! 0 ! *
) (1 M ' (
g 0 & AB +
; f 0 6 ;
L r + % X A
(% #
$ % 0 I & A% %+ 8pfZ 0 >>C
= X + I (I B
I%('(1 0 I & 6 (% +
8pZZ 0 ff
C * (e %1
% ! ' ,% (
$ * & 3 (% # 0 I & A% %+
8 p Z 0; C
Z 0r%(* X + 6 (
A = ((*
% % ! % % % 0
I & A% %+ 8pC 0 88
f sW`t]uv w x yzu {zu|Sv |} ~•u•u€
aW{z [€W`•]u €uS^uS TT ,[{zuN[{Wƒ[]
„S|ƒuutW`•€ |} {zu …[N†SWt•u „zW]|€|‡zWƒ[]
ˆ|ƒWu{v 0 8p ; 0 x f+ a b ; 0
„ ;ZZ0;fp