УДК 681.518 (045)

Жолдаков О.О.

АЛГОРИТМ ПОБУДОВИ МНОЖИНИ ПРИПУСТИМИХ ПОСЛІДОВНОСТЕЙ РОБІТ ДЛЯ ВИКОНАВЦІВ ТЕХНІЧНОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ ПОВІТРЯНИХ СУДЕН

Національний авіаційний університет

Розглянуто проблему побудови математичної моделі задачі керування передпольотним технічним обслуговуванням повітряних суден, яка б дозволяла використовувати сучасні обчислювальні засоби для оперативного її розв'язання. Описана декомпозиція задачі оперативного управління ТО ПС надала можливість звести проблему нелінійності математичної моделі до рішення трьох задач з лінійною структурою і застосувати до їх розв'язування комбінаторні методи, які мають скінченну множину розв'язків і дають можливість отримання результату за припустимий час. Наведено алгоритм побудови множини припустимих послідовностей робіт для виконавців ТО ПС.

Вступ

Задача оперативного технічного обслуговування повітряних суден являє собою комплекс робіт, що виконуються перед вильотом, по закінченні виконання кожного рейсу, а також по закінченню певного календарного строку для забезпечення справності та працездатності повітряного судна (ПС) та його систем на землі і в повітрі.

Задача попереднього планування технічного обслуговування ПС полягає у наступному. На протязі деякого періоду часу необхідно виконати визначену кількість комплексів взаємопов'язаних робіт. Склад і черговість виконання робіт визначається документом, що зветься регламентом технологічного обслуговування. Виконавцями робіт є спеціалізовані бригади обслуговування. Для кожного комплексу робіт заданий директивний строк його завершення, що визначає, у свою чергу, строки початку і закінчення кожної операції.

Необхідно так розподілити всю сукупність технологічних операцій між групами виконавців та впорядкувати роботи за часом, щоб виконання кожного комплексу робіт було завершено до встановленого строку [1].

Якщо відрізки часу, на протязі котрих необхідно виконати технічне обслуговування ПС, не перетинаються, то задача є тривіальною. У протилежному випадку, при умовах обмеженості ресурсів (груп виконавців) передбачається одночасне виконання декількох комплексів взаємозв'язаних робіт, задача потребує застосування математичних методів [2].

Питанням підготовки ПС до вильоту посвячено багато робіт, які можна згрупувати за ознакою математичного апарату, який використовується. Методи, що застосовуються при моделюванні процесу підготовки ПС до вильоту, базуються на математичному моделюванні, теорії розкладів, математичному програмуванні, теорії штучного інтелекту тощо.

Труднощі у вирішенні задачі в формальній постановці. Перший етап декомпозиції

У формальній постановці задача оперативного керування ТО ПС відноситься до класу нелінійних частково-цілісних екстремальних задач із булевими змінними. Алгоритмів вирішення задач даного класу на цей час не існує, а принципові труднощі, що виникають на шляху створення подібних алгоритмів, не дають підстав сподіватися на те, що вони з'являться у недалекому майбутньому. Тому задача оперативного управління ТО ПС декомпозується на дві задачі, що вирішуються послідовно:

- задача розподілу операцій між групами виконавців;
- задача призначення часу початку робіт.

Позбавлення від не лінійності задача розподілу операцій між групами виконавців. Другий етап декомпозиції

Оскільки задача розподілу операцій між групами виконавців відноситься до класу екстремальних комбінаторних задач з нелінійною структурою, то для її рішення можна використовувати алгоритм, що поширює ідею спрямованого перебору варіантів на комбінаторні задачі, математичні моделі яких містять добуток незалежних перемінних. Але застосування даного алгоритму до рішення цієї задачі недоцільно, тому що при великій розмірності математичної моделі тривалість рішення задачі може виявитись надмірно великою [3].

Тому для рішення задачі оперативного управління ТО ПС пропонується використовувати інший підхід, що виключає нелінійність математичної моделі.

Сутність підходу полягає у розбитті задачі, що розглядається, на три послідовно розв'язуємі підзадачі:

– побудова допустимих послідовностей робіт для кожного виконавця;

– призначення виконавців для виконання послідовностей робіт;

– призначення часу початку виконання операцій.

Модель побудови припустимих послідовностей робіт

Для рішення цієї задачі необхідно насамперед, визначити:

I^0 - множина комплексів робіт: $i = \overline{1,r}$;

J^0 - повна множина операцій, передбачених усіма комплексами: $j = \overline{1,m}$;

$$J^0 = \bigcup_{i=1}^{r} J_i^0,$$

де J_i^0 - множина операцій, що утворять у сукупності i-ий комплекс робіт;

L^0 - множина виконавців, залучених до виконання операцій: $l = \overline{1,n}$;

T^0 - множина моментів часу початку і закінчення виконання цих операцій.

Послідовності робіт кожного l-го $\left(l \in L^0\right)$ виконавця визначаються окремо. Для цього на множині I^0 виділяється підмножина I_l^0 - це комплекси робіт до виконання яких може бути притягнутий l-ий виконавець: $I_l^0 = \left\{ j \in J^0 : l \in L_j^0 \right\}$, де L_j^0 - множина виконавців, що володіють правом виконання j-ої операції:

$$J_l^0 = \bigcup_{i=1}^{r} J_{il}^0,$$

де J_{il}^0 - множина операцій i-го комплексу, що можуть виконуватися l-им виконавцем:

$$J_{il}^0 = J_i^0 \bigcap J_{il}^0 .$$

А також на множині T^0 - підмножина T_l^0 - множина моментів початку і закінчення цих операцій. Структура фрагмента технологічного графіка ТО ПС, що представляє собою область дії l-го виконавця, у сукупності з накладеною на нього множиною операцій J_l^o описується (як ізоморфний йому орієнтований граф) сімейством вузлових підмножин:

$$S_l^0 = \left\{ J_{lt_{ij}}^{П}, J_{lt_{ij}}^{К} \middle| t_{ij} \in T_l^0, i \in I_l^0, j \in J_l^0 \right\},$$

де $J_{lt_{ij}}^{П}$ і $J_{lt_{ij}}^{К}$ - множина приналежних J_l^0 операцій що починаються і закінчуються в момент часу t_{ij}.

Окрім сімейства S_l^0 для побудови послідовності робіт l-го виконавця необхідні наступні дані:

$t_l^{П}$ - час початку виконання операцій l-им виконавцем;

t_l^K - час закінчення виконання послідовності робіт l-им виконавцем;

m_l^0 - максимально припустима кількість операцій, що l-ий виконавець може виконати.

Формально процедура побудови послідовності робіт l-го виконавця на виділеному фрагменті мережної моделі $\left(J_l^0, T_l^0\right)$ зводиться до відшукання на ізоморфному йому підграфі орієнтованих послідовностей без повторюваних дуг.

Для побудови послідовностей робіт використовується алгоритм перебування шляхів заданої довжини на орієнтованому графі. Тут же будемо вважати, що множина припустимих послідовностей P для усіх виконавців $l \in L^0$ визначена і можна переходити до другого етапу рішення задачі.

Алгоритм побудови множини припустимих послідовностей робіт виконавців

Алгоритм визначення множини припустимих послідовностей робіт кожного l-го виконавця $(l \in L^0)$ передбачає виконання ряду процедур. Блок-схему алгоритму представлено на рис. 1.

1) Фіксується число m операцій у послідовності руху l-го виконавця, $m \in \{1,2,\dots,m_l\}$;

2) На множині J_l^0 виділяються підмножини $J_{lk}^{(+)}$ і $J_{lk}^{(-)}$, $k=\overline{1,m}$.

Перед розв'язком цієї задачі йде перевірка необхідної умови існування послідовностей робіт l-го виконавця, що складаються із m операцій, коли параметру m послідовно присвоюються значення від 1 до m_l.

Виділимо на множині J_l^0 наступні підмножини:

$J_{l1}^{(+)}$ – множина операцій, що належать J_l^0 і починаються у момент часу $t_l^П$;

$J_{l1}^{(-)}$ – множина операцій, що належать J_l^0 і закінчуються у момент часу t_l^K;

$J_{lk}^{(+)}$ – множина операцій, що належать J_l^0 і починаються у моменти часу, у які закінчуються операції із множини $J_{l,k-1}^{(+)}$, $k=\overline{2,m}$;

$J_{lk}^{(-)}$ – множина операцій, що належать J_l^0 і закінчуються у моменти часу, у які починаються операції із множини $J_{l,k-1}^{(+)}$, $k=\overline{2,m}$;

Очевидно, $J_{l1}^{(+)} = J_{t_l^п}^{П}$ і $J_{l1}^{(-)} = J_{t_l^к}^{K}$.

Склад множин $J_{lk}^{(+)}$ і $J_{lk}^{(-)}$, $k=\overline{2,m}$, визначається послідовно по мірі зростання значень параметру k.

Нехай, наприклад,

$J_{l,k-1}^{(+)} = \left\{ j_{l,k-1,\mu}^{(+)} \mid \mu = 1, \nu_{l,k-1}^{(+)} \right\}$,

$J_{l,k-1}^{(-)} = \left\{ j_{l,k-1,\mu}^{(-)} \mid \mu = 1, \nu_{l,k-1}^{(-)} \right\}$,

де $\nu_{l,k-1}^{(+)} = \left| J_{l,k-1}^{(+)} \right|$, $\nu_{l,k-1}^{(-)} = \left| J_{l,k-1}^{(-)} \right|$.

Множина моментів часу, кінцевих для операції $J_{l,k-1}^{(+)}$, визначається згідно формулі

$$T_{lk}^{(+)} = \bigcup_{\mu=1}^{\nu_{l,k-1}^{(+)}} \left\{ t : t \in T_l^0, j_{l,k-1,\mu}^{(+)} \in J_{l,t_{ij}}^{K} \right\},$$

а множина моментів часу, початкових для операцій з множини $J_{l,k-1}^{(-)}$ - по формулі:

$$T_{lk}^{(-)} = \bigcup_{\mu=1}^{\nu_{l,k-1}^{(-)}} \left\{ t : t \in T_l^0, j_{l,k-1,\mu}^{(-)} \in J_{l,t_{ij}}^{П} \right\};$$

3) Визначається множина J_{lk}^{m} операцій, які можуть займати k-ту позицію у послідовності робіт l-го виконавця, що складаються із m операцій, $k=\overline{1,m}$.

Множина операцій, котрі можуть займати k-ту позицію у послідовностях робіт l-го виконавця, що складаються із m операцій, визначається за формулою:

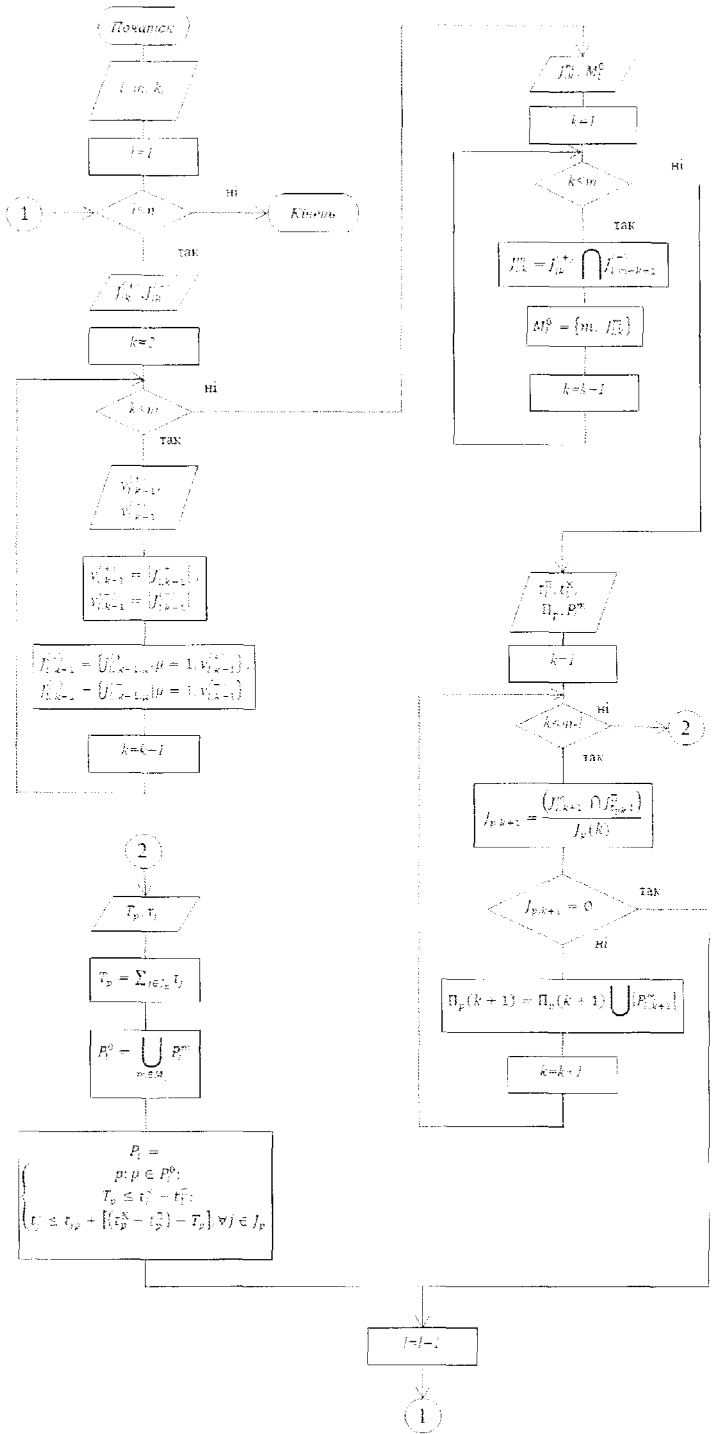

Рис. 1. Алгоритм побудови множини припустимих послідовностей робіт виконавців

$$J_{lk}^{m} = J_{lk}^{(+)} \bigcap J_{l,m-k+1}^{(-)}, \quad k=\overline{1,m}.$$

Якщо таких послідовностей робіт не існує, то $J_{lk}^{m}=\varnothing$ для всіх $k=\overline{1,m}$.

Множину значень параметру m, для котрих виконується необхідна умова існування послідовності робіт l-го виконавця, позначимо символом M_l^0:

$$M_l^0=\left\{m:1\le m\le m_l^0, J_{lk}^{m}\ne 0, k=\overline{1,m}\right\};$$

4) Визначаються послідовності робіт l-го виконавця.

Визначення послідовностей робіт l-го виконавця, що складаються з m операцій, полягає у покрокової побудові "ланцюжків" операцій, що починаються у момент часу t_l^{Π}.

Операції, що приєднуються до неповних ланцюжків на кожному кроці, обираються з таким розрахунком, щоб остання (тобто m-та по рахунку) операція кожного з них закінчувалася у момент часу t_l^K. При цьому відбувається повний перебір припустимих варіантів зчленування операцій.

На першому кроці описаної процедури формуються $\Pi_p(1)$ різних "ланцюжків", що складаються із однієї операції:

$$\Pi_p(1)=(j_{p1}), p\in P_{l1}^m,$$

де P_{l1}^m – множина таких "ланцюжків":

$$j_{p1}\in J_{l1}^m \text{ для всіх } p\in P_{l1}^m;$$

$$\lambda_{l1}^m=\left|P_{l1}^m\right|=\left|J_{l1}^m\right|.$$

Припустимо, у результаті виконання k кроків $(1\le k\le m-1)$ отримано множину P_{lk}^m різних "ланцюжків", що складаються із k операцій:

$$\Pi_p(k)=(j_{p1},j_{p2},...,j_{pk}),\ p\in P_{lk}^m.$$

Для визначення можливих продовжень "ланцюжку" операцій $\Pi_p(k)$ необхідно, перш за все, встановити час закінчення виконання останньої операції j_{pk}. Припустимо, це буде час t_{pk}:

$$j_{pk}\in J_{t_{pk},l}^k.$$

Тоді множина операцій, кожна з котрих може бути приєднана до ланцюжка $\Pi_p(k)$ у якості $(k+1)$-го елементу, визначається за формулою:

$$J_{p,k+1}=\frac{\left(J_{l,k+1}^m\bigcap J_{t_{pk},l}^n\right)}{J_p(k)},$$

де $J_p(k)$ – множина операцій, що увійшли у "ланцюжок" $\Pi_p(k)$:

$$J_p(k)=\{j_{p1},j_{p2},...,j_{pk}\}.$$

Нехай $\lambda_{p,k+1}=\left|J_{p,k+1}\right|$. Тоді, почергово приєднуючи елементи множини $J_{p,k+1}$ до "ланцюжку" операцій $\Pi_p(k)$, отримаємо $\lambda_{p,k+1}$ "ланцюжків", що відрізняються один від одного $(k+1)$-м елементом.

Проведемо аналогічні дії над усіма "ланцюжками" операцій, що складаються із $(k+1)$-ї операції. Їх кількість вираховується за формулою:

$$\lambda_{l,k+1}^m=\left|P_{l,k+1}^m\right|=\sum_{p\in P_{lk}^m}\lambda_{p,k+1}.$$

Однак може виявитись, що $J_{p,k+1}=\varnothing$.

Це значить, що "ланцюжок" $\Pi_p(k)$ не може бути продовжений ні одною із операцій, котра не ходила б у неї раніше. У цьому випадку "ланцюжок" операцій $\Pi_p(k)$ виключається із подальшого розгляду як такий, що не має допустимих продовжень.

Після виконання m кроків отримаємо множину P_l^m різних послідовностей робіт l-го виконавця, що складаються з m операцій:

$$\Pi_p=\left(j_{pk},k=\overline{1,m}\right),\ p\in P_l^m.$$

Множину операцій, що входять у p-у послідовність позначимо символом:

$$J_p=\left\{j_{pk},k=\overline{1,m}\right\},\ p\in P_l^m.$$

Побудувавши аналогічним шляхом "ланцюжки" операцій для усіх значень $m\in M_l^0$, визначимо множину натуральних чисел, що характеризують можливу кількість операцій у графіках робіт l-го виконавця:

$$M_l=\left\{m: m\in M_l^0, P_l^m\ne 0\right\}.$$

Множина можливих послідовностей робіт l-м виконавцем визначається згідно формулі:

$$P_l^0=\bigcup_{m\in M_l}P_l^m.$$

Задамо наступні параметри:

τ_j – нормативна тривалість виконання j-ї операції, $j\in J_l^0$;

t_l^{Π} – момент часу, після котрого l-й виконавець може приступати до виконання операцій, $l\in L^O$;

t_l^K – момент часу, не пізніше котрого l-й виконавець має закінчити виконання операції;

t_j^* – момент часу, після котрого може виконуватись j-а операція, $j \in J^O$.

Нехай $J_p(j)$ – множина операцій p-ї послідовності робіт, що є попередниками j-ї операції:

$$J_p(j) = \begin{cases} \varnothing, якщо\ j = j_{p1} \\ \left\{ j_{pk}, k = \overline{1, k^* - 1} \right\}, \\ якщо\ j = j_{pk^*}, \end{cases}$$

$k > 1$, $p \in P_l^0$, $j \in J_p$.

Тривалість виконання операцій l-м виконавцем по p-ій послідовності робіт:

$$T_p = \sum_{j \in J_p} \tau_j, \quad p \in P_l^0.$$

Момент часу, після котрого l-й виконавець, виконуючи операції p-ї послідовності робіт, може приступати до виконання j-ой операції, обчислюється за формулою:

$$t_{jl} = t_l^П + \sum_{j^* \in J_p(j)} \tau_{j^*}, \quad p \in P_l^0, \quad j \in J;$$

5) Для кожної із отриманих послідовностей $p \in P_l^m$ перевіряється виконання умов допустимості й формується множина P_l допустимих послідовностей робіт l-го виконавця.

Множина можливих послідовностей робіт l-го виконавця визначається згідно формулі:

$$P_l^0 = \bigcup_{m \in M_j} P_l^m.$$

Припустимою послідовністю робіт l-го виконавця будемо називати таку послідовність p $\left(p \in P_l^0\right)$, тривалість виконання котрої не перевищує періоду часу $\left(t_j^К - t_j^П\right)$, а для кожної j-ї операції ($j \in J_j$) виконується умова:

$$t_j^* \le t_{jp} + \left[\left(t_l^К - t_l^П\right) - T_p\right].$$

Множина послідовностей робіт l-го виконавця:

$$P_l = \left\{ \begin{array}{l} p : p \in P_l^0; \\ T_p \le t_l^К - t_l^П; \\ t_j^* \le t_{jp} + \left[\left(t_p^К - t_p^П\right) - T_p\right], \forall j \in J_p \end{array} \right\}$$

Описаний алгоритм реалізується для кожного l-го ($l \in L$) виконавця.

Висновки

Результатом декомпозиції нормальної постановки задачі оперативного керування ТО ПС є дві задачі:

- задача розподілу операцій між групами виконавців;
- задача призначення часу початку робіт.

Перша з них є нелінійною, тому пропонується виконати декомпозицію задачі розподілу операцій між групами виконавців на дві:

– побудова допустимих послідовностей робіт для кожного виконавця;

– призначення виконавців для виконання послідовностей робіт.

Це дозволяє позбавитись від нелінійності, і таким чином дає можливість рішення її засобами інформаційної техніки.

Наведено алгоритм побудови множини припустимих послідовностей робіт виконавців, а також вказано умови наявності або відсутності розв'язків.

Список літератури

1. Литвиненко А.Е. Метод направленного перебора в системах управления и диагностирования. – К., 2007. – 328 с.

2. Литвиненко О.Є., Жолдаков О.О. Формалізація задачі передпольотного технічного обслуговування повітряних суден в умовах невизначеності її параметрів. – К.: НАУ–АВІА – 2004. – 418 с.

3. Пападимитроу Х., Стейглиц К. Комбинаторная оптимизация. Алгоритмы и сложность. – М.: Мир, 1985. – 512 с.