

ОЦІНЮВАННЯ СЕРЕДНЬОГО НАПРАЦЮВАННЯ НА ВІДМОВУ В СИСТЕМАХ ЕКСПЛУАТАЦІЇ РАДІОТЕХНІЧНИХ ЗАСОБІВ

Розглянуто процедури послідовного оцінювання параметру експоненціальної щільності розподілу ймовірностей та отримані аналітичні співвідношення для розрахунку їх характеристик

Вступ

У цивільній авіації для забезпечення безпеки та регулярності польотів важливу роль займають засоби зв'язку, навігації та спостереження (ЗНС). Стабільність інформаційного забезпечення польотів за допомогою засобів ЗНС підтримується системами експлуатації (СЕ) цих засобів, які реалізують функції моніторингу складових елементів процесу інформаційного забезпечення, контролю технічного стану засобів ЗНС, формування та реалізації керуючих впливів, спрямованих на усунення невідповідностей, що обумовлені відмовами та пошкодженнями засобів, недосконалою нормативною базою та організаційною структурою, недоліками процесної моделі функціонування СЕ тощо.

Для оцінки стабільності інформаційного забезпечення польотів використовують дані щодо середніх напрацювань на відмову засобів ЗНС, що в загальному випадку носять стохастичний характер.

Вихідною інформацією для оцінювання середнього напрацювання на відмову є статистичні дані тривалостей безвідмовної роботи певного засобу ЗНС. Тому обробку інформаційних сигналів у СЕ доцільно виконувати на основі методів теорії ймовірностей, математичної статистики, теорії випадкових процесів, оцінювання та перевірки статистичних гіпотез.

Зазвичай, використовують класичні процедури статистичної обробки даних, що базуються на фіксованому обсязі вибірових сукупностей. Іншим варіантом є застосування послідовного аналізу А.Вальда [1,2], який у цілому

характеризується меншим обсягом спостережень, ніж еквівалентні їм класичні процедури при однакових рівнях показників якості обробки даних. Ці властивості обумовлюють економічну привабливість та доцільність використання послідовних методів у СЕ засобів ЗНС.

Постановка завдання

Під час визначення послідовних процедур необхідно вирішити задачу синтезу та аналізу.

Задача синтезу пов'язана з визначенням моменту зупину процедури і способу формування оцінки. У працях [3–5] були розглянуті варіанти правил зупину послідовних процедур оцінювання параметрів щільностей розподілу ймовірностей (ЩРІ) на прикладі рівномірно розподіленої випадкової величини в інтервалі $[0;1]$, які можна застосовувати і в інших випадках ЩРІ. Задача аналізу пов'язана з визначенням чисельних значень показників, що характеризують результативність та ефективність запропонованих процедур у частині тривалості та оцінки невідомого параметра (ЩРІ тривалості та оцінок, їх математичного сподівання та дисперсії).

Аналіз літератури в сфері розробки та удосконалення СЕ засобів ЗНС [6,7] показує, що послідовним процедурам оцінювання середнього напрацювання на відмову в інженерних задачах приділена недостатня увага. Тому буде розглянута задача синтезу та аналізу послідовної евристичної процедури оцінювання параметру експоненціальної ЩРІ з використанням підходу щодо вибору моменту зупину, який був розглянутий у праці [3].

Основна частина

Як відомо, експоненціальний закон має наступну ЩРІ:

$$f(w) = \lambda e^{-\lambda w}, \lambda > 0, w > 0.$$

Розглянемо задачу послідовного оцінювання параметру λ випадкової величини w . При цьому досліджувана випадкова величина являє собою

$$w = -\frac{1}{\lambda} \ln z,$$

де z – випадкова складова (рівномірно розподілена величина в інтервалі $[0;1]$), λ – параметр експоненціального розподілу, який характеризує надійність функціонування засобу ЗНС.

В якості оцінки параметру λ може бути використане співвідношення, отримане за допомогою методу максимальної правдоподібності [6]:

$$\lambda^* = \frac{1}{w_{\text{ср}}^*} = \frac{N}{\sum_{i=1}^N w_i},$$

де $w_{\text{ср}}^*$ – середньостатистична оцінка випадкової величини w ; N – обсяг вибірки, w_i – i -й відлік випадкової величини w .

Виконаємо синтез послідовної процедури оцінювання з використанням правила зупину типу “вікна”, тобто експеримент буде продовжуватися, якщо мінімальне значення випадкової складової z менше ніж $0,5\Delta$, а максимальне – більше ніж $1 - 0,5\Delta$, де Δ – “вікно” або параметр зупину [3].

Оскільки використовується правило зупину типу “вікна”, то необхідно перетворити вихідну статистику в рівномірно розподілену величину на інтервалі $[0;1]$. У даному випадку використовуємо наступне функціональне перетворення:

$$z_i = e^{-\lambda_i^* w_i},$$

де λ_i^* – оцінка параметру λ відповідно до формули, отриманої за допомогою методу максимальної правдоподібності на

кожному i -ому кроці вибірки \bar{w}_i послідовної процедури.

Розглянемо основні характеристики оцінки класичної процедури.

Відомо, що безрозмірна нормована ЩРІ середнього значення для експоненціального розподілу підпорядковується χ^2 -розподілу [6]:

$$f\left(2N \frac{x}{w_{\text{ср}}^*}\right) = \frac{1}{2\Gamma(N)} \left(\frac{x}{2}\right)^{N-1} e^{-\frac{x}{2}},$$

$$x \geq 0,$$

де $\Gamma(N)$ – неповна гамма-функція.

Знаючи зв'язок між λ та $w_{\text{ср}}^*$, можна знайти нормований розподіл оцінки параметру λ

$$f\left(\frac{2N\lambda}{\lambda_0}\right) = f(w_{\text{ср}}(\lambda)) \left| \frac{dw_{\text{ср}}(\lambda)}{d\lambda} \right|,$$

де λ_0 – дійсне значення параметру експоненціального розподілу.

Звідси

$$f\left(\frac{2N\lambda}{\lambda_0}\right) = \frac{2}{(2\lambda)^{N+1} \Gamma(N)} e^{-\frac{1}{2\lambda}}.$$

Тоді ЩРІ оцінки параметру експоненціального розподілу може бути визначена як

$$f(\lambda) = \frac{1}{\left(\frac{\lambda}{N\lambda_0}\right)^{N+1} \Gamma(N+1)} e^{-\frac{N\lambda_0}{\lambda}}.$$

ЩРІ оцінки середнього напрацювання на відмову T_0

$$f(T_0) = \frac{1}{\left(\frac{1}{N\lambda_0 T_0}\right)^{N+1} (T_0)^2 \Gamma(N+1)} e^{-N\lambda_0 T_0}.$$

Для оцінки щільності розподілу параметру λ у випадку моделювання за класичною схемою можна побудувати гістограму частот (рис. 1), яка є статистичним аналогом цієї щільності, та порівняти її з отриманою аналітичною формулою. Зазначимо, що дані гістограми

отримана для обсягу вибірки $N = 100$ та 5000 процедур повторень.

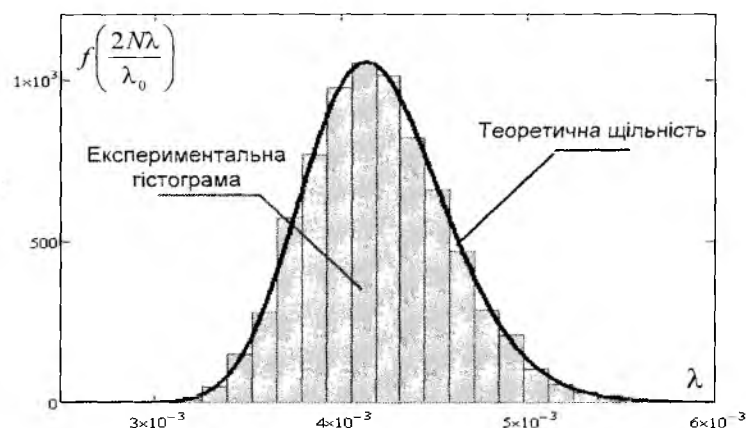


Рис. 1. Гістограма (експериментальна) та ЩРІ (теоретична) параметру експоненціального розподілу

Для перевірки відповідності отриманої гістограми заданому закону розподілу (рис.1) може бути використаний критерій згоди χ^2 . У результаті розрахунку було отримано значення $\chi^2 = 11.911$, що не перевищує граничне значення $\chi^2_{гр} = 33.4$ для $k = 17$ ступенів свободи та довірчої ймовірності $P = 0.99$.

Аналітичні співвідношення для математичного сподівання та дисперсії оцінки параметру експоненціального розподілу мають вигляд

$$m_1(\lambda) = \frac{N\lambda_0}{N-1},$$

$$\mu_2(\lambda) = \frac{N^2(\lambda_0)^2}{(N-1)(N-2)} - \left(\frac{N\lambda_0}{N-1}\right)^2 =$$

$$= \frac{N^2(\lambda_0)^2}{(N-1)^2(N-2)}.$$

Для перевірки ефективності запропонованого послідовної процедури оцінювання порівняємо отримані значення тривалостей спостережень (тобто N та $m_1(n)$) при однакових дисперсіях оцінки (рис. 3).

З наведених виразів видно, що при збільшенні обсягу вибірки математичне сподівання оцінки $m_1(\lambda)$ прямує до дійсного значення оцінки, а дисперсія $\mu_2(\lambda)$ – до нуля. Тобто дана оцінка є обґрунтованою.

Аналітичні співвідношення для параметрів розробленої послідовної процедури за тривалістю (ЩРІ, математичне сподівання та дисперсія тривалості спостережень) повністю збігаються з аналогічними параметрами процедури, розглянутої у праці [3].

Під час аналізу запропонованої послідовної процедури можна визначити та побудувати щільність розподілу параметру інтенсивності $f_{\Pi}(\lambda)$ (рис. 2).

Аналітичний вираз для ЩРІ оцінки має вигляд

$$f_{\Pi}(\lambda) = \frac{\sum_n \left(\frac{(n\lambda_0)^{n+1}}{\lambda^{n+1}\Gamma(n+1)} e^{-\frac{n\lambda_0}{\lambda}} \sum_n (n-1)(1-\Delta)^{n-2} \right)}{\int_0^{\frac{1}{\lambda_0} \ln(1-\Delta)} \left[\sum_n \left(\frac{(n\lambda_0)^{n+1}}{x^{n+1}\Gamma(n+1)} e^{-\frac{n\lambda_0}{x}} \sum_n (n-1)(1-\Delta)^{n-2} \right) \right] dx}$$

Як видно з графіку, послідовна процедура оцінювання дає вигравш за тривалістю (приблизно на 20 – 30 %) у порівнянні з відповідною їй класичною процедурою.

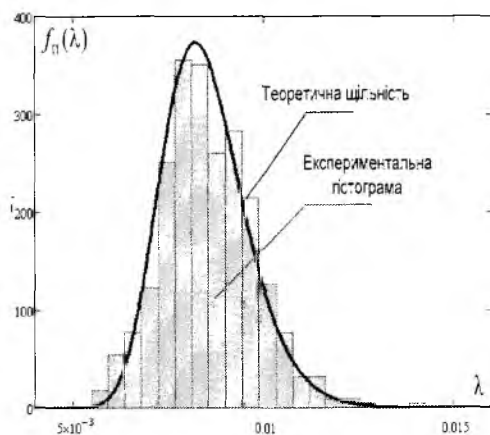


Рис. 2. Гістограма (експериментальна) та ЩРІ (аналітична) оцінки

Розглянута послідовна процедура не обмежена за тривалістю спостережень. Інші варіанти послідовних процедур можуть використовувати попереднє навчання та обмеження за тривалістю.

Аналіз показує, що під час використання навчання та оптимального підбору його обсягу n_0 , а також моменту обмеження тривалості спостережень k виграш даної послідовної процедури за тривалістю збільшується до 50 – 60 % у порівнянні з відповідною класичною процедурою оцінювання.

Висновки

Отримані результати показують, що послідовна процедура оцінювання середнього напрацювання на відмову в системах експлуатації засобів ЗНС має виграш за середньою тривалістю при однакових рівнях дисперсій оцінок послідовної та відповідною їй класичною процедурою, а також менші чисельні значення дисперсії оцінок при однакових обсягах тривалості спостережень.

Результати досліджень можуть бути використані під час вирішення задач розробки та модернізації систем експлуатації засобів ЗНС, систем моніторингу процесів підприємств, організацій та установ.

Список літератури

1. Вальд А. Последовательный анализ. – М.: Физматгиздат, 1960. – 328 с.



Рис. 3. Порівняння тривалостей експерименту (класичного та послідовного методу) при однакових дисперсіях оцінки

2. Де Гроот М. Оптимальные статистические решения. – М.: Наука, 1974. – 496 с.

3. Заліський М.Ю., Соломенцев О.В. Метод послідовного оцінювання параметрів статистичних розподілів // Проблеми інформатизації та управління: Зб. наук. пр. – К.: НАУ, 2008. – № 2 (24). – С. 80 – 85.

4. Заліський М.Ю., Соломенцев О.В. Про один метод послідовного оцінювання // Електроніка та системи управління: Зб. наук. пр. – К.: НАУ, 2009. – № 1. – С. 26 – 32.

5. Заліський М.Ю., Соломенцев О.В. Послідовний метод оцінювання параметру зсуву щільності розподілу ймовірностей // Електроніка та системи управління: Зб. наук. пр. – К.: НАУ, 2009. – № 2. – С. 75 – 80.

6. Левин Б.Р. Теория надёжности радиотехнических систем (математические основы). Учебное пособие для вузов. – М.: Сов. радио, 1978. – 264 с.

7. Надёжность технических систем: Справочник. // Под ред. Ушакова И.А. – М.: Радио и связь, 1985. – 608 с.