

УДК 681.51

Литвиненко О.Є. д-р. техн. наук
Цивінський К.В.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ОПТИМАЛЬНОГО ПЛАНУВАННЯ ЕЛЕКТРОМОНТАЖНИХ РОБІТ

Інститут комп'ютерних технологій
Національного авіаційного університету

Для розв'язку задачі виконання максимальної кількості електромонтажних робіт за мінімальний час формалізовані цільові функції. Описана і сформульована система обмежень, яка відображає вимоги до фінансового і технічного забезпечення електромонтажного процесу. Також доведено, що наведена математична постановка задачі підпадає під категорію екстремальних комбінаторних задач з лінійною структурою, відповідно дозволяє застосувати при її рішенні метод спрямованого перебору варіантів

Вступ

Електромонтажні роботи в системі капітального будівництва мають особливе місце. Вони представляють собою значний за обсягом складний комплекс різноманітних трудових операцій і, являючись завершальними, в більшості випадків визначають кінцеві строки вводу заново споруджуваних або реконструйованих об'єктів в експлуатації. На сьогодні електромонтажне виробництво досягло великих розмірів і займає одне з провідних місць в плані капітальних вкладень.

Найважливішою умовою забезпечення своєчасного введення об'єктів в експлуатацію, ефективного використання виробничих ресурсів у будівництві, підвищення якості виконуваних електромонтажних робіт і поліпшення економічних результатів діяльності електромонтажних підприємств є формування даними організаціями планування, що забезпечує раціональне використання їхніх виробничих ресурсів. Задача планування електромонтажних робіт займає центральне місце в комплексі задач прийняття рішень, що регламентують виробничий процес будівельно-монтажних робіт. Важлива роль в забезпеченні високої якості робіт відводиться плануванню, що забезпечує: здачу продукції без дефектів чітку організацію системи контролю, обліку та інформації, оперативного контролю.

Головною задачею планування в будівельно-монтажному виробництві являється організація ритмічної роботи і раціональне використання трудових ма-

теріально технічних і фінансових ресурсів в цілях забезпечення високої економічної ефективності виробництва [1-4].

У зв'язку з тим, що електромонтажні роботи виконуються одночасно на декількох об'єктах, мають різну тривалість і вимагають різного роду матеріальних і фінансових ресурсів, наявність яких обмежена, а потреба динамічно змінюється, необхідна автоматизація рішення планування цих робіт. Виходячи із цього, визначається різноманітний характер даної задачі й вимагає застосування для її розв'язання ефективних математичних методів з використанням сучасних комп'ютерних технологій.

Основна мета статті виражається в описі математичної моделі задачі планування ЕМР, що може бути покладена в основу методу виробітку оптимальних (за заданими критеріями) рішень, що регламентують основну виробничу діяльність електромонтажних підприємств.

Постановка задачі

Передбачається, що кожна електромонтажна робота характеризується трьома групами параметрів:

- 1) тривалістю й припустимим діапазоном часу початку її виконання;
- 2) переліком типів і кількістю механізмів й інструментів кожного типу, необхідних на кожній її технологічній стадії;
- 3) обсягом необхідних фінансових вкладень на кожному її етапі.

Дана задача полягає в розподілі електромонтажних робіт, запланованих на деякий плановий період, у часі з урахуванням існуючих обмежень на матеріальні та фінансові ресурси й потреби в них, що динамічно змінюється. При цьому передбачаються наступні умови:

1) електромонтажні роботи, розпочаті, але не завершені до розглянутого моменту прийняття рішень, тривають до повного їхнього закінчення у встановлений термін

2) електромонтажні роботи забезпечуються необхідним фінансуванням і необхідними матеріально-технічними ресурсами.

З викладеного вище видно що, задача планування електромонтажних робіт носить явно виражений оптимізаційний і комбінаторний характер. Її формалізація в рамках дискретного програмування вимагає розбивки планового періоду часу, протягом якого повинні бути виконані розглянуті електромонтажні роботи, на деяку кількість рівних напіввідкритих інтервалів (відрізків), що грають роль умовних одиниць часу. Їхня тривалість повинна бути такою, щоб на один інтервал не припадало більше однієї операції фінансових вкладень або зміни складу технологічного устаткування, що використовується по кожній електромонтажній роботі.

Для побудови математичної моделі необхідно перенумерувати всі електромонтажні роботи, типи механізмів й інструментів й інтервали часу числами натурального ряду, починаючи з одиниці. Нехай i – номер електромонтажної роботи; m – їх кількість (включаючи розпочаті, але не завершені до моменту ухвалення рішення); j – номер типу механізму або інструмента; l – кількість таких типів; k – номер інтервалу часу; n – кількість інтервалів; $i = \overline{1, m}$; $j = \overline{1, l}$; $k = \overline{1, n}$.

Вихідні дані, необхідні для розв'язання задачі планування електромонтажних робіт, формально задаються у вигляді наступного набору величин і множин, що задовольняє вимозі мініма-

льності обсягу інформації, що вводиться в обчислювальну систему:

I^0 – множина номерів робіт, розпочатих, але не завершених до моменту ухвалення рішення; $I^0 \subseteq \{1, \dots, m\}$;

I^1 – множина номерів робіт, виконання яких починається й закінчується в розглянутому плановому періоді; $I^1 = \{1, \dots, m\} \setminus I^0$;

τ_i – тривалість виконання i -ої електромонтажної роботи, вимірювана в кількості виділених напіввідкритих інтервалів часу; $i = \overline{1, m}$;

K_i^H – множина номерів відрізків часу, у які може бути почата i -та електромонтажна робота; $K_i^H \subseteq \{1, \dots, n\}$; $i \in I^1$;

J_{ik} – множина типів механізмів або інструментів, необхідних для виконання i -ої електромонтажної роботи на k -ому по рахунку відрізьку часу; $i = \overline{1, m}$; $k = \overline{1, \tau_i}$;

a_{ijk} – кількість механізмів або інструментів j -ого типу, необхідних для виконання i -ої електромонтажної роботи на k -ому по рахунку відрізьку часу; $i = \overline{1, m}$; $k = \overline{1, \tau_i}$; $j \in J_{ik}$;

b_{jk} – кількість механізмів або інструментів j -ого типу, які можуть експлуатуватися на k -ому відрізьку часу (з урахуванням регламентних робіт, технічного обслуговування, транспортування до місця експлуатації, демонтажу-монтажу, і т.п.); $j = \overline{1, l}$; $k = \overline{1, n}$;

r_{ik} – фінансові витрати на виконання i -ої електромонтажної роботи на k -ому по рахунку відрізьку часу; $i = \overline{1, m}$; $k = \overline{1, \tau_i}$;

K^S – множина відрізків часу, у які передбачаються фінансові надходження для виконання запланованих електромонтажних робіт; $K^S \subseteq \{1, \dots, n\}$;

s_k – обсяг фінансових надходжень на k -ому відрізьку часу; $k \in K^S$;

s_0 – обсяг фінансових ресурсів на початок розглянутого планового періоду часу.

При постановці задачі передбачається можливість виконання всіх запланованих робіт. Виходячи із цього, число n повинне бути таким, щоб найбільш пізня електромонтажна робота могла бути завершена до закінчення планового періоду часу:

$$n = \max \{k_i^H \mid i \in I^1\},$$

де k_i^H – номер найбільш пізнього відрізка часу, у який може бути почате виконання i -ої електромонтажної роботи;

$$k_i^H = \max \{k \in K_i^H\}; i \in I^1.$$

Для побудови математичної моделі задачі планування електромонтажних робіт на основі наведених вихідних даних послідовно формуються наступні множини:

K_i – множина номерів відрізків часу, у які може виконуватися i -та робота:

$$K_i = \bigcup_{k \in K_i^H} \{k, \dots, k + \tau_i - 1\};$$

$$i \in I^1;$$

K^0 – множина номерів відрізків часу, у які будуть виконуватися електромонтажні роботи, початі до розглянутого планового періоду:

$$K^0 = \begin{cases} \emptyset, \text{ якщо } I^0 = \emptyset \\ \{1, \dots, \tau_{\max}^0\} \text{ в іншому випадку} \end{cases},$$

де τ_{\max}^0 – кількість відрізків часу, у які буде виконуватися найбільш тривала робота, почата до розглянутого планового періоду:

$$\tau_{\max}^0 = \max \{\tau_i \mid i \in I^0\};$$

K^1 – множина номерів відрізків часу, у які можуть виконуватися електромонтажні роботи, початі в розглянутому плановому періоді:

$$K^1 = \bigcup_{i \in I^1} K_i.$$

План електромонтажних робіт на розглянутий період визначається вектором $x = (x_{ik} \mid i = \overline{1, m}; k \in K_i^H)$ значень бу-

левих змінних $x_{ik} \in \{0, 1\}$, компоненти якого несуть наступний зміст: якщо в результаті розв'язання задачі виявляється, що $x_{ik} = 1$, це означає, що виконання i -ої роботи починається в k -ому інтервалі часу; при $x_{ik} = 0$ дане твердження є невірним.

Критерії оптимальності

Постановка задачі планування електромонтажних робіт може передбачати досягнення наступних альтернативних цілей:

- 1) виконати всі роботи за мінімальний час;
- 2) виконати максимальну кількість робіт протягом заданого періоду часу;
- 3) виконати певну частину множини запланованих робіт за мінімальний час при максимальній кількості робіт іншої частини, які передбачається виконати до закінчення розглянутого періоду часу.

Для першого випадку цільова функція, що характеризує ступінь оптимальності шуканого розв'язання задачі, має наступний вигляд:

$$f_1(x) = \sum_{i \in I^1} v_i \sum_{k \in K_i^H} (k - k_i^P) x_{ik} \rightarrow \min, \quad (1)$$

де v_i – ваговий коефіцієнт, що характеризує ступінь важливості найшвидшого завершення i -ої роботи; $v_i > 0$; $i \in I^1$;

k_i^P – номер найбільш раннього відрізка часу, у який може бути почате виконання i -ої електромонтажної роботи; $k_i^P = \min \{k \in K_i^H\}; i \in I^1$.

Для другого варіанта цільова функція набуває наступного вигляду:

$$f_2(x) = \sum_{i \in I^1} w_i \sum_{k \in K_i^H} x_{ik} \rightarrow \max, \quad (2)$$

де w_i – ваговий коефіцієнт, що характеризує ступінь важливості виконання i -ої електромонтажної роботи в розглянутий плановий період; $w_i > 0$; $i \in I^1$.

У третьому варіанті передбачається попереднє виділення на множині I^1 номерів робіт, що підлягають обов'язковому виконанню протягом розглянутого плано-

вого періоду (I_1^1), і інших робіт (I_2^1), виконання яких є бажаним, але не є необхідною умовою: $I_1^1 \subseteq I^1$; $I_2^1 = I^1 \setminus I_1^1$.

У цьому випадку цільова функція $f_3(x)$ повинна являти собою лінійну композицію введених раніше функцій $f_1(x)$ й $f_2(x)$, спроектованих на множині I_1^1 й I_2^1 відповідно. Для цього необхідно привести функції $f_1(x)$ й $f_2(x)$ до єдиної шкали вимірювання, нормалізувавши, наприклад, першу з них шляхом ділення кожного коефіцієнта при незалежних змінних ($k - k_i^p$) на потужність відповідної підмножини K_i^H ; $i \in I_1^1$. У підсумку цільова функція $f_3(x)$ прийме наступний вигляд:

$$f_3(x) = f_{11}(x) - f_{22}(x) \rightarrow \min, \quad (3)$$

де

$$f_{11}(x) = \sum_{i \in I_1^1} v_i \sum_{k \in K_i^H} \frac{k - k_i^p}{|K_i^H|} x_{ik};$$

$$f_{22}(x) = \sum_{i \in I_2^1} w_i \sum_{k \in K_i^H} x_{ik}.$$

Значення вагових коефіцієнтів v_i й w_i ; $i \in I^1$ підбираються, виходячи з реальних вимог до строків виконання тієї або іншої електромонтажної роботи в кожній конкретній ситуації.

Система обмежень

У даній задачі систему обмежень утворюють чотири групи математичних виразів.

Перша з них складається з рівнянь, що відображають вимогу включення до шуканого плану тих електромонтажних робіт, які підлягають обов'язковому виконанню:

$$\sum_{k \in K_i^H} x_{ik} = 1; \quad i \in I_1^1. \quad (4)$$

Обмеження другої групи становлять нерівності типового комбінаторного характеру, що відображають умову, що кожна з інших робіт може бути включена в шуканий план не більше одного разу:

$$\sum_{k \in K_i^H} x_{ik} \leq 1; \quad i \in I_2^1. \quad (5)$$

Третя група обмежень відображає вимогу, щоб на кожному інтервалі часу

кількість механізмів й інструментів кожного типу, необхідних для виконання запланованих робіт, не перевищувало числа тих, що є у наявності. При цьому передбачається, що електромонтажні роботи, розпочаті до розглянутого планового періоду, повністю забезпечені необхідним устаткуванням.

Для відрізків часу, протягом яких одночасно з роботами, розпочатими до розглянутого планового періоду, можуть виконуватися роботи, час початку яких перебуває в його межах, обмеження даної групи представляються в наступному вигляді:

$$\sum_{i \in I^1(k)} \sum_{k' \in K_i^H(k)} a_{i,j,k-k'+1} x_{i,k'} \leq b_{jk} - \sum_{i \in I^0(k)} a_{ijk}, \quad (6)$$

$$; k \in (K^0 \cap K^1); \quad j \in J(k),$$

де $I^0(k)$ – множина номерів електромонтажних робіт, які розпочаті до розглянутого планового періоду, але тривають на k -ому відрізку часу:

$$I^0(k) = \{i \in I^0 : k \leq \tau_i\}; \quad k \in K^0;$$

$I^1(k)$ – множина номерів електромонтажних робіт, які розпочаті у розглянутому плановому періоді і тривають на k -ому відрізку часу:

$$I^1(k) = \{i \in I^1 : k \in K_i\}; \quad k \in K^1;$$

$K_i^H(k)$ – множина номерів відрізків часу, у які повинна починатися i -та робота, щоб її виконання тривало на k -ому відрізку:

$$K_i^H(k) = \{k' \in K_i^H : k' \leq k < k' + \tau_i\};$$

$$k \in K^1;$$

$J(k)$ – множина типів механізмів й інструментів, які можуть знадобитися для виконання електромонтажних робіт на k -ому відрізку часу розглянутого планового періоду:

$$J(k) = J^0(k) \cup J^1(k),$$

$$k \in (K^0 \cap K^1);$$

$J^0(k)$ – множина типів механізмів й інструментів, необхідних на k -ому відрізку часу для виконання електромонтажних робіт, розпочатих до розглянутого планового періоду:

$$J^0(k) = \bigcup_{i \in I^0(k)} J_{ik}; \quad k \in K^0;$$

$J^1(k)$ – множина типів механізмів й інструментів, які можуть знадобитися на k -ому відрізку часу для виконання електромонтажних робіт, розпочатих у розглянутому плановому періоді:

$$J^1(k) = \bigcup_{i \in I^1(k)} \bigcup_{k' \in K_i^H(k)} J_{i,k-k'+1};$$

$$k \in K^1.$$

Для відрізків часу, коли можуть виконуватися тільки ті роботи, які початі в розглянутому плановому періоді, обмеження третьої групи набувають більш простого вираження:

$$\sum_{i \in I^1(k)} \sum_{k' \in K_i^H(k)} a_{i,j,k-k'+1} x_{i,k'} \leq b_{jk};$$

$$k \in (K^1 \setminus K^0); j \in J(k), \quad (7)$$

Обмеження четвертої групи утворюють нерівності, що відображають вимогу достатнього фінансування електромонтажних робіт. Очевидно, величина витрат на кожному відрізку часу не повинна перевищувати суми фінансових надходжень із початку планового періоду до розглянутого відрізка включно за винятком всіх попередніх витрат. При цьому передбачається, що електромонтажні роботи, розпочаті до розглянутого планового періоду, повністю забезпечені необхідним фінансуванням.

Обмеження даної групи формулюються тільки для тих відрізків часу, коли можуть виконуватися електромонтажні роботи, розпочаті в розглянутому плановому періоді:

$$R^1(x,k) \leq S(k) - R^0(k); k \in K^1, \quad (8)$$

де $S(k)$ – сума початкового ресурсу й фінансових надходжень із початку розглянутого планового періоду до k -ого відрізка часу включно:

$$S(k) = s_0 + \sum_{k' \in K^S(k)} s_{k'}; k \in K^1;$$

$K^S(k)$ – множина номерів відрізків часу від початку розглянутого планового періоду до k -ого відрізка часу включно, у які передбачаються фінансові надходження:

$$K^S(k) = K^S \cap \{1, \dots, k\}; k \in K^1;$$

$R^0(k)$ – витрати на виконання електромонтажних робіт, розпочатих до розглянутого планового періоду, з моменту

його початку по k -ий відрізок часу включно:

$$R^0(k) = \sum_{i \in I^0} \sum_{k'=1}^{\tau_i(k)} r_{ik'};$$

$$\tau_i(k) = \min\{\tau_i, k\}; k \in K^0;$$

$R^1(x,k)$ – витрати на виконання електромонтажних робіт, розпочатих у розглянутому плановому періоді, з моменту його початку по k -ий відрізок часу включно:

$$R^1(x,k) = R^{10}(x,k) + R^{11}(x,k);$$

$$k \in K^1;$$

$R^{10}(x,k)$ – витрати на виконання електромонтажних робіт, розпочатих у розглянутому плановому періоді й завершених до k -ого відрізка часу:

$$R^{10}(x,k) = \sum_{i \in I^{10}(k)} \left(\sum_{k' \in K_i^H} x_{ik'} \right) \left(\sum_{k''=1}^{\tau_i} r_{ik''} \right);$$

$$k \in K^1;$$

$I^{10}(k)$ – множина номерів робіт, розпочатих у розглянутому плановому періоді й завершених до k -ого відрізка часу:

$$I^{10}(k) = \{i \in I^1 : k_i^H + \tau_i - 1 < k\};$$

$$k \in K^1;$$

$R^{11}(x,k)$ – витрати на виконання електромонтажних робіт, які розпочаті у розглянутому плановому періоді, але тривають в k -ому відрізку часу:

$$R^{11}(x,k) = \sum_{i \in I^1(k)} \sum_{k' \in K_i^H(k)} x_{ik'} \sum_{k''=1}^{\tau_i(k,k')} r_{ik''};$$

$$\tau_i(k,k') = \begin{cases} \tau_i, & \text{якщо } k' + \tau_i - 1 \leq k \\ k - k' + 1 & \text{в іншому випадку.} \end{cases}$$

У формальній постановці задача планування електромонтажних робіт полягає у відшуванні вектора значень незалежних булевих змінних $x = (x_{ik} \mid i = \overline{1, m}; k \in K_i^H)$, що обертає на оптимум:

- цільову функцію (1) при дотриманні обмежень (4), (6)–(8) [у випадку, коли $(I_1^1 = I^1) \& (I_2^1 = \emptyset)$];

- цільову функцію (2) при дотриманні обмежень (5), (6)–(8) [у випадку, коли $(I_1^1 = \emptyset) \& (I_2^1 = I^1)$];

- цільову функцію (3) при дотриманні обмежень (4)–(8) [у випадку, коли $(I_1^1 \neq \emptyset) \& (I_2^1 \neq \emptyset)$].

Висновки

Виходячи з наведених результатів, розглянуті різновиди задач оптимального планування електромонтажних робіт належать до класу екстремальних комбінаторних задач із лінійною структурою. Далі, привівши зазначені моделі до канонічного вигляду, для їхнього розв'язання використовується алгоритм спрямованого перебору варіантів [5].

Хоча даний алгоритм є досить повним, розв'язання, що розроблялися на основі наведених моделей, носять наближений характер через штучний перехід від безперервного часу до дискретного. Однак із цим доводиться миритися, оскільки конструктивна формалізація розглянутої задачі в безперервному часі, що дозволяє знаходити точне оптимальне її рішення з урахуванням всіх реальних обмежень, не є можливою.

У подальшому розвитку описаного підходу до планування електромонтажних робіт може служити перехід до стохастичних моделей, у яких всі фінансові й тимчасові показники робіт розглядаються як випадкові величини із заданими законами розподілу

Список літератури

1. Алексеев А.Г. Економіка, організація і планування електромонтажних робіт. – М., 1989. – 366 с.
2. Стус Н.Г., Махлина Л.Н. Технологія електромонтажних робіт на електростанціях і підстанціях. – М., 1982. – 568 с.
3. Каєтанович М.М. Механізми і засоби для електромонтажних робіт – М., 1959. – 512 с.
4. Ктиторов А.Ф. Основні прийоми і способи виконання електромонтажних робіт. – М., 1982г. – 128 с.
5. Литвиненко О.Є. Метод спрямованого перебору в системах керування й діагностування. – К.: 2007. – 328 с.