УДК 681.3.06 (45)

Гузий Н.Н.

ВЛИЯНИЕ УСЛОВИЙ ИНФОРМАЦИОННОГО ПРОТИВОДЕЙСТВИЯ НА ЗАТРАТЫ ОПЕРИРУЮЩИХ СТОРОН

Інститут комп'ютерних технологій Національного авіаційного університету

Определяется влияние неопределенности условий информационного противодействия, погрешностей исходных данных на определение оптимальных равновесных затрат оперирующих сторон. Доказываются теоремы об условиях несмещенности, состоятельности и эффективности оптимальной оценки равновесных затрат оперирующих сторон при воздействии помех и наличии погрешностей, по критерию максимального правдоподобия. Приводятся примеры и практические рекомендации.

Введение

В работе [1] доказана оптимальность по критерию максимального правдоподобия равновесных затрат оперирующих сторон информационного противоборства. Построены математические модели баланса средств нападения и защиты в конфликтующих системах. Показано, что полученное оптимальное решение может служить основой для оптимальных решений трех основных задач конфликта: какие методы оперирующим сторонам следует разрабатывать при ограниченных ресурсах для получения максимального эффекта, в каких объемах применять эти методы, как определить минимальные ресурсы, которые необходимо затратить на разработку методов нападения и защиты. Данная работа является продолжением работы [1]. В ней определяется влияние неопределенности условий информационного противодействия, погрешностей исходных данных задач и конкуренции на определение оптимальных равновесных затрат. Доказываются теоремы об условиях несмещенности, состоятельности и эффективности оптимальной оценки d_{opt} равновесных затрат оперирующих сторон при воздействии помех и наличии погрешностей, о свойстве оптимальности равновесных затрат оперирующих сторон по критерию максимального правдоподобия в условиях конкуренции n разработчиков методов защиты и m разработчиков методов нападения, об условиях несмещенности, состоятельности и эффективности оптимальной оценки d_{opt} равновесных затрат оперирующих сторон в условиях конкуренции, при воздействии помех и наличии погрешностей. Приводятся примеры и практические рекомендации. Анализ и обобщение реальных фактов, установление причинно-следственных связей, как общих закономерностей изучаемых явлений, позволяют построить адекватные математические модели этих закономерностей, выполнить анализ, синтез и оптимизацию решений, которые принимают оперирующие стороны для управления динамикой конфликтных проблемных ситуаций.

Цель работы

Чтобы определить влияние неопределенности условий информационного противодействия, погрешностей исходных данных задач и конкуренции на определение оптимальных равновесных затрат оперирующих сторон, доказать теоремы об условиях несмещенности, состоятельности и эффективности оптимальной оценки по критерию максимального правдоподобия равновесных затрат оперирующих сторон при воздействии помех и наличии погрешностей, в условиях конкуренции нескольких разработчиков методов защиты и нескольких разработчиков методов нападения.

Постановка задач

Предполагаются известными зависимости числа методов нападения и защиты (МНЗ) нескольких разработчиков методов защиты и нескольких разработчиков методов нападения от затрат ресурсов на разработку методов. Необходимо доказать теоремы об условиях несмещенности, состоятельности и эффективности оптимальных оценок по критерию максимального правдоподобия равновесных затрат оперирующих сторон и показать, что эти оценки могут служить теоретической основой для решения типового комплекса задач ИПИС.

Решение поставленных задач

В реальных условиях параметры методов защиты и нападения определяются по результатам исследований и экспертных оценок весьма приближенно. Кроме того, проявляются и погрешности линейной аппроксимации (1) функций числа методов защиты и нападения. Поэтому существуют неопределенность условий и погрешности определения равновесных затрат оперирующих сторон и погрешности определения минимума целевой функции, то есть на практике критерий оптимальности [1]

$$\Phi_{\min}(d_{opt}, d_0) = \Delta\Phi \neq 0, \qquad (1)$$

и актуальна задачи определения влияния погрешностей оценивания параметров функций методов защиты и нападения на принятие оптимального решения.

Покажем основные особенности решения таких задач. Предположим, что производные $N'_1(d)$, $N'_2(d)$ функций методов защиты и нападения определяют с аддитивными погрешностями ξ_1 и ξ_2. Пусть эти погрешности имеют гауссовское распределение с числовыми характеристиками

$$\begin{cases} M[\xi_1] = 0; \\ D[\xi_1] = \sigma_1^2 \\ M[\xi_2] = 0; \\ D[\xi_2] = \sigma_2^2 \end{cases}. \qquad (2)$$

В этом случае систематические погрешности отсутствуют и числовые характеристики производных как случайных величин примут вид

$$\begin{cases} M[N_1'(d)] = M[N_{10}'(d) + \xi_1] = N_{10}'(d); \\ D[N_1'(d)] = \sigma_1^2 \\ M[N_2'(d)] = M[N_{20}'(d) + \xi_1] = N_{20}'(d); \\ D[N_2'(d)] = \sigma_2^2 \end{cases}, \qquad (3)$$

где через $N'_{10}(d)$ и $N'_{20}(d)$ обозначены истинные значения производных.

Теорема 1 об условиях несмещенности, состоятельности и эффективности оптимальной оценки d_{opt} равновесных затрат оперирующих сторон при воздействии помех и наличии погрешностей.

Если:

1. При определении равновесных затрат оперирующих сторон [1] существуют аддитивные погрешности ξ_1 и ξ_2 оценивания производных $N'_1(d)$ и $N'_2(d)$.

2. Распределения ξ_1 и ξ_2 являются гауссовскими с числовыми характеристиками (2).

3. В роли критерия оптимизации затрат выбирается среднее значение целевой функции (14) [1] в виде

$$M[\Phi(d, d_0)] = \\ = \iint [d - d_0(\xi_1, \xi_2)]^2 f(\xi_1, \xi_2) d\xi_1 d\xi_2, \qquad (4)$$

где $f(\xi_1, \xi_2)$ - двумерное распределение ξ_1, ξ_2, то математическое ожидание оптимальных затрат равно

$$M[d_{opt}] = \\ = \iint d_0(\xi_1, \xi_2) f(\xi_1, \xi_2) d\xi_1 d\xi_2, \qquad (5)$$

среднее минимальное значение критерия оптимизации равно

$$M[\Phi_{\min}(d_{opt})] = \\ = \iint \{d - M[d_{opt}]\}^2 f(\xi_1, \xi_2) d\xi_1 d\xi_2, \qquad (6)$$

и, по существу, является дисперсией оптимальной оценки $d_{opt}(\xi_1, \xi_2)$ как функции двух случайных аргументов.

Доказательство. Для доказательства возьмем производную критерия оптимизации по d и приравняем ее нулю, получим

$$2\iint d f(\xi_1, \xi_2) d\xi_1 d\xi_2 = \\ = 2\iint d_0(\xi_1, \xi_2) f(\xi_1, \xi_2) d\xi_1 d\xi_2. \qquad (7)$$

Так как в левой части уравнения параметр d не зависит от ξ_1 и ξ_2, его можно вынести за знаки интегрирования. Оставшийся двойной интеграл равен 1 в силу условия нормировки двумерного распределения $f(\xi_1, \xi_2)$. После сокращения на 2 и введения математического ожидания оптимальных затрат, получим уравнение (5). Подставляя в уравнение (4) значение (5), получим уравнение (6), что и требовалось доказать.

При $d = M[d_{opt}]$, получим $M[\Phi_{\min}(d_{opt})] = 0$, что говорит о несмещенности и состоятельности оценки (5). Так как эта оценка приводит к минимальной дисперсии (6), асимптотически приближающейся к нулю, то она является и эффективной.

Следствие 1.1. Если систематические погрешности оценивания производных $N'_1(d)$ и $N'_2(d)$ отсутствуют, то отсутствует и систематическая погрешность оценивания оптимальных затрат

$$M[d_{opt}] = d_{opt,0} = \frac{1}{N'_{10}(d) + N'_{20}(d)}\left[N_{1\max} - N_{2\max} + N'_{10}(d)d_1 + N'_{20}(d)d_2\right]. \quad (8)$$

Следствие 1.2. Если имеются погрешности оценивания $N_{1\max}$, $N_{2\max}$, d_1, d_2, то они могут быть учтены также как и погрешности оценивания $N'_1(d)$, $N'_2(d)$.

Следствие 1.3. Дисперсия оптимальных затрат $D[d_{opt}]$ может быть определена приближенно с использованием метода линеаризации и гауссовской аппроксимации распределения оптимальных затрат [4]

$$D[d_{opt}] = \left[\frac{\partial d}{\partial N'_1(d)}\right]^2 \cdot \sigma_1^2 + \left[\frac{\partial d}{\partial N'_2(d)}\right]^2 \cdot \sigma_2^2 \quad (9)$$

Следствие 1.4. Дисперсия $\Phi_{\min}[d, d_0(\xi_1, \xi_2)]$ может быть также определена приближенно как и дисперсия $D[d_{opt}]$

$$D\{\Phi_{\min}[d, d_0(\xi_1,\xi_2)]\} = \left[\frac{\partial \Phi}{\partial d}\right]^2 D[d_{opt}] = 4(d_0 - d_{opt})^2 D\left[d_{opt}\right] \quad (10)$$

Как показывает формула (10) образуется своего рода «эллипс рассеивания равновесных затрат», обусловленный влиянием погрешностей ξ_1 и ξ_2.

Следствие 1.5. Линейная аппроксимация функций (1) [1] в общем случае нелинейных зависимостей неизбежно приводит к систематическим погрешностям, величина которых полностью определяется характером нелинейности.

Определение систематических погрешностей равновесных затрат в зависимости от конкретного характера нелинейности функций методов защиты и нападения является серьезной неизученной проблемой, которая заслуживает отдельного самостоятельного рассмотрения.

Рассмотрим влияние конкуренции разработчиков методов нападения и разработчиков методов защиты на определение оптимальных затрат. Предположим, что на рынке имеется n разработчиков методов защиты и m разработчиков методов нападения. Тогда систему (1) работы [1] необходимо представлять в таком общем виде:

$$\begin{aligned} N_{1i}(d) &= N_{1\max,i} - \\ &- \frac{\partial N_{1i}(d)}{\partial d}(d - d_{1i}), \quad i = 1,n \\ N_{2k}(d) &= N_{2\max,k} - \\ &- \frac{\partial N_{2k}(d)}{\partial d}(d - d_{2k}), \quad k = 1,m \end{aligned}, \quad (11)$$

где текущим индексом i обозначена функция спроса i- го разработчика методов защиты, текущим индексом k обозначена функция предложения k- го разработчика методов нападения.

В условиях конкуренции средние рыночные равновесные затраты $d_{0,n\times m}$ устанавливаются из необходимого условия «динамического равновесия (баланса) в среднем спроса и предложения методов»

$$\sum_{i=1}^{n} p_i N_{1i}(d) = \sum_{k=1}^{m} q_k N_{2k}(d) \quad (12)$$

Разрешая это уравнение относительно $d_{0,n\times m}$ с учетом системы (11), получим

$$d_{0,n\times m} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i N_{1\max,i} - \sum_{k=1}^{m} q_k N_{2\max,k} + \left(\sum_{k=1}^{m} q_k N_{2\max,k}\right)\left(\sum_{k=1}^{m} q_k d_{2k}\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} p_i N_{1\max,i}\right)\left(\sum_{i=1}^{n} p_i d_{1i}\right)}{\sum_{i=1}^{n} p_i \frac{\partial N_{1i}(d)}{\partial d} + \sum_{k=1}^{m} q_k \frac{\partial N_{2k}(d)}{\partial d}}, \quad (13)$$

где p_i и q_k - доли участия (относительные веса) i - го пользователя методов защиты и k - го разработчика методов нападения :

$$p_i = N_{1\max,i} \Big/ \sum_{i=1}^{n} N_{1\max,i}\,; \quad q_k = N_{2\max,k} \Big/ \sum_{k=1}^{m} N_{2\max,k} \quad (14)$$

Подставляя значение равновесных затрат/потерь $d_{0,n\times m}$ в уравнение (12), нетрудно определить среднюю емкость рынка через среднюю функцию спроса $M[N_1(d)]$ и через среднюю функцию предложения $M[N_2(d)]$:

$$M[N_1(d_{0,n\times m})] = \sum_{i=1}^{n} p_i \left[N_{1\max,i} - \frac{\partial N_{1i}(d)}{\partial d}(d_{0,n\times m} - d_{1i})\right]$$
$$M[N_2(d_{0,n\times m})] = \sum_{k=1}^{m} q_k \left[N_{2\max,k} - \frac{\partial N_{2k}(d)}{\partial d}(d_{0,n\times m} - d_{2k})\right] \quad (15)$$

Теорема 2 о свойстве оптимальности равновесных затрат оперирующих сторон по критерию максимального правдоподобия в условиях конкуренции n разработчиков методов защиты и m разработчиков методов нападения.

Если:

1. На рынке имеется конкуренция n разработчиков методов защиты и m разработчиков методов нападения, числа методов защиты и нападения которых описываются системой (11);

2. Могут быть определены доли p_i и q_k для i- го разработчика методов защиты и k-го разработчика методов нападения в виде соотношения (14);

3. Средние равновесные затраты $d_{0,n\times m}$ устанавливаются из необходимого условия баланса в среднем спроса и предложения (12);

4. Уравнение (12) рассматривается как уравнение оптимизации средних равновесных рыночных затрат, то значение средних равновесных затрат оперирующих сторон $d_{0,n\times m}$ (13) является оптимальным $d_{opt,n\times m}$ по критерию максимального правдоподобия, представленного в виде следующей целевой функции

$$\Phi_{n\times m}(d, d_{0,n\times m}) = (d - d_{0,n\times m})^2, \quad (16)$$

а средняя емкость рынка, исчисляемая по оптимальным затратам $d_{opt,n\times m}$ (13) определяется соотношениями (14) и (15).

Доказательство. Доказательство этой теоремы аналогично доказательству теоремы 1 с учетом того, что операции суммирования по i и по k можно менять местами с операциями интегрирования по d в силу линейности этих операций.

Следствие 2.1. Для определения оптимальных средних затрат в условиях конкуренции необходимо проводить исследования по каждому виду методов с целью определения зависимостей $N_{1i}(d)$, $i = \overline{1,n}$; $N_{2k}(d)$, $k = \overline{1,m}$.

Следствие 2.2. Так как параметры зависимостей (11) неизбежно оценивают с погрешностями, необходимо, как и ранее, оценивать то, как эти погрешности влияют на оценивание значения оптимальных средних затрат, емкость рынка (14), (15), а также на результаты оценивания всех других параметров, которые зависят от $d_{0,n\times m}$.

Следствие 2.3. Чтобы $d_{opt,n\times m} \in \left[\sum_{i=1}^{n} p_i d_{1i}, \sum_{k=1}^{m} q_k d_{2k}\right]$ необходимо, чтобы средние значения производных функций методов защиты и нападения удовлетворяли условиям

$$N_1^{/0}(d) = \sum_{i=1}^{n} p_i N_{1i}^{/}(d) \geq \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i N_{1\max,i} - \sum_{k=1}^{m} q_k N_{2\max,k}}{\sum_{k=1}^{m} q_k d_{2k} - \sum_{i=1}^{n} p_i d_{1i}}, \quad (17)$$

$$N_2^{/0}(d) = \sum_{i=1}^{n} q_k N_{2i}^{/}(d) \geq \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i N_{1\max,i} - \sum_{k=1}^{m} q_k N_{2\max,k}}{\sum_{k=1}^{m} q_k d_{2k} - \sum_{i=1}^{n} p_i d_{1i}}, \quad (18)$$

$$\sum_{i=1}^{n} p_i N_{1i}^{/}(d) \geq \sum_{k=1}^{m} q_k N_{2k}^{/}(d) \quad . \quad (19)$$

Следствие 2.4. При $n=1$ на рынке наблюдается сингулярный случай монополии разработчиков методов защиты, при $m=1$ на рынке наблюдается сингулярный случай монополии разработчиков методов нападения.

Рассмотрим обобщение утверждений теоремы 2 на случай действия помех и погрешностей в оценивании параметров числа методов защиты и нападения в условиях конкуренции.

Как и раньше, предположим, что производные $N_{1i}^{/}(d), N_{2k}(d)$ функций методов защиты/нападения определяется с аддитивными погрешностями $\xi_{1i}, \xi_{2k}; i=\overline{1,n}; k=\overline{1,m}$. Предположим, что эти погрешности имеют гауссовские распределения с числовыми характеристиками

$$\begin{cases} M[\xi_{1i}] = 0; \\ D[\xi_{1i}] = \sigma_{1i}^2; i=\overline{1,n} \\ M[\xi_{2k}] = 0; \\ D[\xi_{2k}] = \sigma_{2k}^2; k=\overline{1,m} \end{cases} . \quad (20)$$

Как и ранее, это обозначает, что систематические погрешности в оценивании производных отсутствуют и их числовые характеристики как случайных величин оцениваются соотношениями

$$\begin{cases} M[N_{1i}^{/}(d)] = M[N_{10,i}^{/}(d) + \xi_{1i}] = N_{10,i}^{/}(d); D[N_{1i}^{/}(d)] = \sigma_{1i}^2, \\ M[N_{2k}^{/}(d)] = M[N_{20,k}^{/}(d) + \xi_{2k}] = N_{20,k}^{/}(d); D[N_{2k}^{/}(d)] = \sigma_{2k}^2, \end{cases} \quad (21)$$

где через $N_{10,i}^{/}(d), N_{20,k}^{/}(d)$ обозначены истинные значения производных.

Теорема 3 об условиях несмещенности, состоятельности и эффективности оптимальной оценки d_{opt} равновесных затрат оперирующих сторон в условиях конкуренции, при воздействии помех и наличии погрешностей.

Если:

1. При определении средних равновесных затрат оперирующих сторон $d_{0,n\times m}$ существуют аддитивные погрешности ξ_{1i}, ξ_{2k} оценивания производных $N_{1i}^{/}(d), N_{2k}^{/}(d)$.

2. Распределения погрешностей ξ_{1i}, ξ_{2k} являются гауссовскими с числовыми характеристиками (20).

3. В роли критерия оптимизации затрат выбирается среднее значение целевой функции (16) в виде

них оптимальных равновесных затратах. Практическую значимость утверждений теоремы 2 подчёркивают четыре следствия 2.1 - 2.4, которые играют роль практических рекомендаций относительно содержания исследований, учёта погрешностей исходных данных, необходимых условий существования средних оптимальных равновесных затрат в заданном интервале, сингулярных случаев монополии разработчиков методов защиты и разработчиков методов нападения.

3. Рассмотрено влияние погрешностей исходных данных на принятие оптимального решения о средних затратах в условиях конкуренции. Доказана теорема 3 о необходимых условиях несмещённости, состоятельности и эффективности оптимального оценивания средних равновесных затрат оперирующих сторон в условиях конкуренции и при наличии погрешностей исходных данных. Найдено математическое ожидание оптимальных затрат в условиях конкуренции n пользователей методов защиты и m разработчиков методов нападения, среднее минимальное значение критерия оптимизации. Практическую значимость теоремы 3 подчёркивают четыре следствия 3.1 - 3.4, которые играют роль практических рекомендаций относительно учёта систематических погрешностей, влияния случайных факторов конкуренции, точности оценивания оптимальных решений и минимального значения критерия оптимизации.

Список литературы

1. Игнатов В.А., Гузий Н.Н. Прикладные вопросы принятия оптимальных решений в рыночной экономике // Інформаційні технології в економіці, менеджменті і бізнесі. Проблеми науки, практики та освіти // К.: Європейський університет. - 2002. - С.57 - 62.
2. Кемпбелл Р. Маконнелл. Стенлі Л. Брю. Аналітична економія. Макроекономіка. Л.: Просвіта. - 1997. - 678 с.
3. Коршунов Ю.М. Математические основы кибернетики: Учебник для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Энергия, 1980. - 424 с.
4. Игнатов В.А., Манынин Г.С., Трайнев В.А. Статистическая оптимизация качества функционирования электронных систем. - М.: Энергия, 1974. - 264 с.
5. Игнатов В.А. Теория информации и передачи сигналов: Учебник для вузов, 2-е изд., перераб. и доп.- М.: Радио и связь, 1990. - 280 с.
6. Шикин Е.В., Чхартишвили Ф.Г. Математические методы и модели в управлении. - М.: Дело, 2000. - 345 с.
7. Вентцель Е.С. Исследование операций. - М.: Сов. радио, 1972. - 552 с.