УДК 517.91

Антонов В.К., канд.техн.наук

АДАПТИВНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Институт компьютерных технологий
Национального авиационного университета

В системах с самонастройкой поведение фазового вектора дифференциального уравнения настройки не удовлетворяет определениям устойчивости согласно Ляпунову или Лагранжу. Решение задач адаптивной идентификации приводит к новому ее определению

Введение

В теории устойчивости исследуется устойчивость некоторого известного решения заданного дифференциального уравнения. Устойчивость определяется и оценивается по поведению нормы отклонения других решений от исследуемого. В задачах адаптивной параметрической идентификации требуется путем выбора настроечных параметров модели минимизировать отклонение ее движения от измеренного движения идентифицируемого объекта, или (что проще) минимизировать отклонение производной фазового вектора от зависящего от настраиваемых параметров вектора правых частей, или, что то же, минимизировать отклонение фазового вектора от интеграла по времени от вектора правых частей при выборе постоянных интегрирования из условия равенства нулю вектора отклонения в начальный момент времени. Эти три приема можно использовать одновременно. Вектор настроечных параметров подчиняется конструируемому дифференциальному уравнению настройки, по построению которого его установившееся решение равно искомому значению вектора параметров. С классической позиции следовало бы требовать выполнение условия, чтобы установившееся (для случая постоянных истинных параметров) значение фазового вектора уравнения настройки было асимптотически устойчивым, что при дополнительном условии асимптотической устойчивости известного движения объекта обеспечивает асимптотическую эквивалентность модели и объекта. Асимптотичность устойчивости заданного для идентификации движения уже идентифицированного уравнения – жесткое условие возможности использования настраиваемой модели. В противном случае ее дополняют апериодическим звеном, подтягивающим модельные координаты к программным.

Допустим, что настроечный вектор известен, тогда для уравнения настройки требуется асимптотическая устойчивость относительно стационарного решения, равного этому вектору. Тогда можно построить норму отклонения от него - функцию Ляпунова, и сконструировать уравнение настройки, асимптотически устойчивое по Ляпунову. Варьирование, таким образом априорного значения, настроечного вектора позволяет уточнить его значение по величине минимума функции Ляпунова. Но если вектор не известен, что соответствует естественной постановке задачи, то построить функцию Ляпунова принципиально невозможно.

Поэтому, с одной стороны, следует возможно максимально сохранить схему исследования устойчивости по Ляпунову, и, с другой стороны, изменить ее так, чтобы условия устойчивости стали более слабыми, за счет чего предполагается преодолеть неизвестность решения задачи, которую только еще предстоит решить. Требовать приходится меньше.

Метод идентификации

Идентифицируется динамическая система

$$\dot{X} = F(t, X, u, \mu), \qquad (1)$$

где X - фазовый вектор; F - вектор правых частей, непрерывных вместе с производными по всем своим аргументам;

t - время; u - управление; μ - вектор настроечных параметров.

Известны вход $u_П$ и выход $X_П$ системы (1) как функции времени - программные их значения, полученные по результатам измерений.

При произвольном значении настроечного вектора левая и правая части системы (1) отличаются от программы на вектор ошибки

$$e = \dot{X}_П - F(t, X_П, u_П, \mu). \qquad (2)$$

Построим вспомогательную положительно определенную функцию ошибки и ее производных по времени

$$V = \varphi(e, \dot{e}, \ddot{e}, ...). \qquad (3)$$

Производные по времени от вектора ошибки в (3) определяются в силу ее определения (2). Порядок дифференцируемости правых частей системы (1) определяется порядком производных ошибки в (3). Поведение во времени вспомогательной функции подчиним вспомогательному дифференциальному уравнению

$$\Phi(V, \dot{V}, \ddot{V}, ...) = 0. \qquad (4)$$

Далее нам предстоит определить свойства его устойчивости.

Для вектора настроечных параметров построим уравнение настройки

$$\dot{\mu} = -k \underset{\mu}{grad} V. \qquad (5)$$

Согласно которому настроечный вектор изменяется во времени в направлении антиградиента вспомогательной функции, а положительный коэффициент k в (5) определяется исходя из условия обращения в тождество вспомогательного уравнения (4). Оно предполагается разрешимым относительно k в явном виде. Иначе на каждом шаге интегрирования уравнения настройки этот коэффициент определяется численно.

Пример решения задачи

Решается модельный пример. Идентифицируется линейная динамическая система

$$\dot{X} = AX + Bu \qquad (6)$$

второго порядка, имеющая один вход. Задача оптимизации входного сигнала не ставится. Система (6) для удобства построения расчетной машинной программы представляется в виде

$$\dot{X} = MY, \qquad (7)$$

где M и Y - соответственно матрица и вектор, объединяющие соответственно матрицу и вектор коэффициентов при координатах и управлении; и вектор фазовых координат и управления идентифицируемой системы (6).

Рассогласование левой и правой частей (6), (7) задается в виде

$$e = X_П - M\overset{\circ}{Y}_П, \qquad (8)$$

где $\circ$ - символ операции интегрирования по времени.

Вспомогательная функция задается в виде квадратичной формы

$$V = e^T Q e, \qquad (9)$$

где Q - положительно определенная диагональная матрица, относительно которой задача оптимизации не ставится.

Вспомогательное уравнение задается в виде

$$\dot{V} + cV = 0, \qquad (10)$$

где c - показатель затухания вспомогательной функции, выбираемый из условия, чтобы вспомогательная функция затухала быстро для обеспечения минимального времени идентификации, но не быстрее, чем развиваются процессы в идентифицируемой системе.

Уравнение настройки имеет вид

$$\dot{M} = -2kQ(M\overset{\circ}{Y} - X)\overset{\circ}{Y}^T, \qquad (11)$$

где k - коэффициент, определяемый из условия обращения в тождество вспомогательного уравнения (10) при подстановке в него $\dot{M}$ согласно (5).

Решается уравнение настройки. Параметры сходятся к требуемым значениям. Вспомогательная функция ведет себя во времени особым образом. Чередуются ее возрастания и убывания, и при этом в целом процесс ее изменения затухает. На рис. 1 приведен график изменения во времени вспомогательной функции.

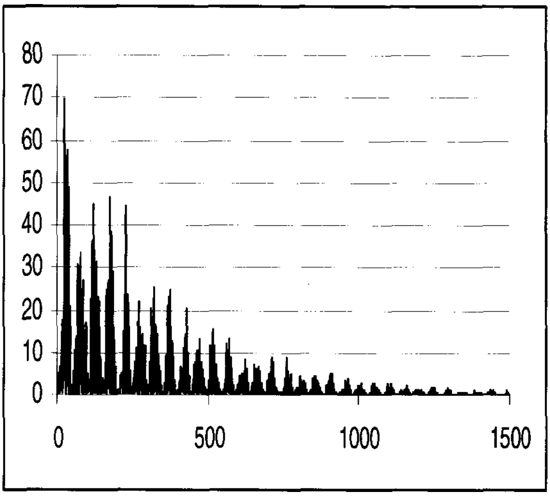

Рис. 1. График изменения во времени (сек.) вспомогательной функции

Этот график является характерным для решения задач идентификации. Он характеризует тип устойчивости вспомогательного уравнения для вспомогательной функции.

При построении вспомогательного уравнения мы исходили из предположения о монотонном убывании вспомогательной функции, и предполагали ее функцией Ляпунова. Но это предположение не оправдалось, она оказалась не функцией Ляпунова. Ход ее изменения позволяет сделать вывод о том, что система настройки не обладает свойством устойчивости по Ляпунову, поскольку имеет участки возрастания, или по Лагранжу, поскольку также решение по норме не ограничено.

Определение адаптивной устойчивости и условия ее существования

Уравнение настройки (11) далее будем рассматривать формально как обыкновенное дифференциальное уравнение независимо от того, как оно получено. Поэтому вместо него запишем новую дифференциальную систему

$$\dot{X} = F(t, X), \qquad (12)$$

правые части которой непрерывны вместе с m производными согласно порядку вспомогательного дифференциального уравнения.

Согласно опыту решения модельных задач новому типу устойчивости можно дать следующее определение. Решение $X_0(t)$ динамической системы (12) адаптивно устойчиво, если он конечно и если для любой заданной его окрестности ε существуют момент времени $t_1(\delta, \varepsilon) > 0$ и окрестность начального состояния $\delta(t_1, \varepsilon)$, такие, что если решение $X(t)$ начинается внутри этой окрестности исследуемого решения $X_0(t)$:

$$\|X(0) - X_0(0)\| < \delta(t_1, \varepsilon),$$

то при $t > t_1$ отклонение $X(t)$ от решения $X_0(t)$ находится внутри заданной окрестности $\|X(t) - X_0(t)\| < \varepsilon$, что характер движения исследуемой системы существенно различается до и после момента времени t_1. При условии $t_1 = 0$ определения совпадают.

Приведем условие устойчивости. Если норма отклонения любого решения $X(t)$ от исследуемого решения $X_0(t)$ подчиняется адаптивно устойчивому дифференциальному уравнению для нормы отклонения от исследуемого решения, или мажорируется его решением, то решение адаптивно устойчиво. При возрастании нормы формируются условия самоорганизации. Условие устойчивости тривиально. Оно носит характер метода сравнения. Вспомогательное уравнение выполняет роль системы сравнения.

Примеры проявления адаптивной устойчивости

Процессы взрывного характера имеют временной участок нарастания активности и участок ее спада. Участки разделяются дополнительно внесенным в определение моментом времени так, что нарастание заканчивается до этого момента. При этом процесс рассматривается в отклонении от начального состояния.

Процессы в экстремальных системах управления характеризуются не монотонным изменением настроечной функции. Инерционность механизмов настройки приводит к колебательному характеру ее затухания.

В теории усталости конструкционных материалов известен частотный эффект, суть которого состоит в зависимости скорости нарастания усталости материала от частоты нагрузки. При некоторой частоте, очевидно, имеет место резонансно большой рост усталости, характеризуемый внутренним дифференциальным динамическим характером развития усталости.

Известно, что развитие процессов в динамических экономических системах рыночного типа, когда главным звеном управления являются деньги, приводит к периодическим спадам, причиной которых является противоречивость и неоднозначность цели (прибыль – социальный эффект).

В физике известен принцип Ле-Шателье, согласно которому физические процессы протекают в направлении ослабления их причин. Первоначальное возрастание внешнего воздействия влечет его уменьшение.

Выводы

Процессы адаптивной идентифика ции характерны опосредованным влиянием на достижение цели. В обратной связи процедуры воздействие формируется инерционным элементом настройки, формирующим направление изменения параметров, параметры также инерционно воздействуют на процесс, и он является входом для элемента настройки. Цепь настройки получается длинной, и в ней чередуются возрастания и спады сигналов. Подобно тому, как в вычислительной математике не существует универсальных численных расчетных методов, по-видимому, не существует универсального определения устойчивости. Развитие представлений об окружающем мире в связи с открытием новых закономерностей в физике, биологии, химии, может приводить к описанию новых эффектов при новых определениях устойчивости.

Наряду с логической завершенностью критерием эффективности описания является выявление новых степеней свободы, позволяющих реализовать функцию управления – целенаправленного полезного использования новых закономерностей природы. Концепция устойчивости является весьма перспективной для построения соответствующих расчетных схем, и отражает общие свойства разных явлений природы. Адаптивную устойчивость можно назвать синергетической, характерной для систем с самоорганизацией.