УДК 519.863

Чаплінський Ю.П., канд.техн.наук

АЛГОРИТМИ СИСТЕМНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ДЛЯ РІЗНИХ ПРИПУСТИМИХ ВАРІАЦІЙ ПАРАМЕТРІВ

Інститут комп'ютерних технологій Національного авіаційного університету

Описана технологія прийняття рішень для управлінських задач, яка грунтується на методології системної оптимізації. Дана формалізована модель задачі системної оптимізації для проблем, що формулюються в класі задач багатокритеріального лінійного програмування. Досліджуються різні ситуації при прийнятті рішень в рамках запропонованої технології. Описуються алгоритми системної оптимізації для задач в таких постановках.

У світовій економіці під впливом науково-технічної революції відбулися і відбуваються величезні зрушення. Ці зміни обумовлені тим, що сучасна економіка вступила в нову фазу розвитку, що характеризується величезними масштабами виробництва, різко збільшеною різноманітністю виробничих сфер, розширенням міжгалузевих зв'язків, прискоренням використання останніх досягнень науки і техніки, якісними зрушеннями в області технологічних процесів, посиленням конкуренції. В цих умовах на рівні підприємств характерними рисами є: інтеграція наукових знань, зростання кількості міждисциплінарних проблем, комплексність проблем і необхідність їх вивчення в єдності технічних, економічних, соціальних, психологічних, управлінських і інших аспектів; ускладнення вирішуваних проблем і об'єктів, зростання кількості зв'язків між об'єктами; динамічність ситуацій, що змінюються, дефіцитність ресурсів; підвищення рівня стандартизації і автоматизації елементів виробничих і управлінських процесів; глобалізація конкуренції, виробництва, кооперації, стандартизації і т.д.; посилення ролі людського чинника в управлінні і ін.

При цьому необхідний контроль, як мінімум, трьох основних параметрів прийняття рішень: час (рішення повинне бути отримане і виконане в заданий період часу); витрати (рівень ресурсів для реалізації рішення повинен бути дотриманий); якість (вимоги до рішення повинні бути дотримані).

Врахування таких особливостей дозволяють виділити основні моменти, необхідні для якісної підготовки, прийняття та виконання рішень:

- системність;
- альтернативність;
- багатокритеріальність;
- неспільність (суперечність);
- врахування думок аналітиків і експертів.

Як правило, моделі прийняття рішень для багатьох систем управління описуються взаємозв'язаними оптимізаційними задачами. При чому, як правило, такі задачи виявляються несумісними через їх структуру, що склалася. Обмежуючими факторами, так званими «вузькими місцями», являються: об'єми фінансування; наявність достатніх людських ресурсів, виробничі можливості підприємств, нормативні чи фактичні часові етапи життєвого циклу виробів та ін.

Застосування традиційних методів для розв'язання таких задачі в класичній постановці, тобто знаходження розв'язання в незмінній протягом рішення моделі. вимагає внесення всіх варіацій параметрів (нових технологій, додаткових ресурсів) до початкової постановки, а це веде до надмірного розмірності задачі, і, отже, складнощі розв'язання задачи і неможливості отримання рішення за прийнятний час і прийнятної точності. Даним особливостям задач прийняття рішень задовольняє технологія системної оптимізації, яка була запропонована В.М.Глушковим [1].

Суть якої полягає в цілеспрямованій зміні моделей прийняття рішень для досягнення спільності і у виборі найбільш прийнятного рішення поставленої задачі. У даній статті розглянуті алгоритми системної оптимізації для задач, що формулюються як задачи багатокритеріального лінійного програмування та для різних видів області припустимих варіацій параметрів.

Розглянемо наступну постановку задачи прийняття рішень:

Нехай задана деяка множина критеріальних функцій

$$f^i = \sum_{j=1}^{n} c_{ij} * x_j \to extr, i \in I \qquad (1)$$

область директивних вимог D^g щодо функціонування системи управління визначається множиною

$$D_0^g = \{x : x_j = x_j^{*(g)}, j = \overline{1,n}\} \qquad (2)$$

або областю

$$P^g = \{x : x_j^b \le x_j \le x_j^u, j = \overline{1,n}\} \qquad (3)$$

або областю

$$D_2^g = \{x : \sum_{j=1}^{n} a_{ij} * x_j \le u_i^0, i \in Q^g\} \qquad (4)$$

Область припустимих рішень описується множиною

$$D^0 = \{x : \sum_{j=1}^{n} b_{ij}^0 * x_j \le b_i^0, i \in Q, x_j \ge 0, \quad j = \overline{1,n}\} \qquad (5)$$

Згідно методології системної оптимізації, необхідність в розв'занні задачі системної оптимізації виникає у разі неспільності області директивних вимог D^g і області припустимих рішень D^0 [5, 6]. Основна мета алгоритмів системної оптимізації, що розглядаються в статті, полягатиме в побудові нової області припустимих рішень D_1 відповідно до первинної області D^0 і додатковій обмеженій області P_0 варіацій $\Delta b_{ij}, \Delta b_i, i \in Q, j = \overline{1,n}$ параметрів b_{ij}, b_i, що будується в процесі рішення з урахуванням того, узгоджуються директивні вимоги і інтереси даної системи управління D^g чи ні, в якій існуватимуть рішення із значеннями по всім критеріальним функціям більшими або рівними значень критеріїв, що задаються вимогами людини, що приймає рішення (ЛПР), в області директивних вимог D^g. Ці алгоритми носять ітераційний характер. Збіжність процедур в рамках системної оптимізації реалізується через ітераційне відсікання неприпустимих варіантів рішення, при цьому гарантується, що припустимі варіанти не будуть відсікатися. Що в підсумку дає нам можливість або отримання рішення поставленої задачі або зробити висновок про неможливість розв'язання поставленої задачі.

Перевірка виконання вимог D^g в області D^0 проводиться або прямою підстановкою $x = x^{*(g)}$ в систему обмежень області D^0 при $D^g = D_0^g$ або на основі якого-небудь методу лінійного програмування для областей P^g та D_2^g. У разі порожнього перетину D^g і D^0 можливі різні випадки взаєморозташування області D^g і області D^0 щодо критеріальних функцій, які в загальному випадку можуть бути наступними:

1. Всі точки директивної області D^g мають кращі значення по всіх критеріях в порівнянні із значеннями, що досягаються у відповідних їм по перевазі точках області D^0, тобто повне узгодження.

2. Для будь-якої точки з директивної області D^g в області припустимих рішень D^0 існує точка з кращими значеннями по всіх критеріям одночасно, тобто директивні вимоги не узгоджуються з цілями даної системи, заданими набором критеріальних функцій.

3. Тільки частину точок директивної області D^g дає поліпшення значенні по всіх критеріях одночасно, тобто вимоги з лише частково узгоджуються з цілями даної системи.

У разі виконання другого варіанту ЛПРу потрібно перевизначити область директивних вимог D^g, оскільки в області D^g не будуть виконуватися вимоги щодо значень критеріальних функцій.

З урахуванням інших варіантів розташування, а також з урахуванням вигляду директивних області можна виділити обмежень області, які перешкоджають спільності і узгодженості рішень з D^g і області припустимих рішень D^0 і які назвемо суттєвими обмеженнями. Множина індексів суттєвих обмежень позначимо як Q_0.

У разі директивної області вигляді D_0^g суттєвими обмеженнями будуть співвідношення, що порушуються при підстановці $x = x^{*g}$.

При виділенні суттєвих обмежень при P^g і D_2^g можна розглянути випадки з урахуванням заданої множини критеріїв і без урахування цільових функцій.

При врахуванні критеріїв після з'ясування реалізованого варіанту узгодження виділяється множина точок X^g, яку будемо називати областю захоплення і яка апроксимує область D^g при реалізації першого варіанту або будується область захоплення, $X^g \subseteq D^g$ (що містить точки, що мають кращі значення по всіх критеріях одночасно в порівнянні з вирішеннями області D^0) при реалізації третього варіанту.

Якщо ж вирішується задача системної оптимізації без урахування множини критеріальних функцій, то визначення суттєвих обмежень залежить від вибраної ЛПРом області захоплення X^g, $X^g \subseteq D^g$, яка може описуватися паралелепіпедом або деякою областю або точкою $x^{*}, x^{*} \in D^g$. При цьому задачу системної оптимізації будемо розв'язувати відносно деякої точки $x^{*g}, x^{*g} \in X^g$, яка є вершиною відповідного багатокутника.

Отримана область захоплення X^g визначить відповідні множину точок і множину індексів суттєвих обмежень, щодо яких будемо розв'язувати задачу системної оптимізації.

Для приналежності заданої області захоплення X^g змінній моделі будується система обмежень, що описує область P.

$$\sum_{j=1}^{n} x_j^{*g} * \Delta b_{pj} - \Delta b_p \le b_p^0 - \sum_{j=1}^{n} b_{pj}^0 * x_j^{*g}, \quad (6)$$

$$p \in Q_0, j = \overline{1,n}$$

$$\begin{aligned} &\Delta b_{pj} > -\Delta b_{pj}, \;\; якщо \;\; b_{pj} > 0 \\ &\Delta b_{pj} < \left|\Delta b_{pj}\right|, \;\; якщо \;\; b_{pj} < 0 \\ &\Delta b_p > -\Delta b_p, \;\; якщо \;\; b_p > 0 \\ &\Delta b_p < \left|\Delta b_p\right|, \;\; якщо \;\; b_p < 0 \end{aligned} \quad (7)$$

Обмеження (6) описують область варіацій параметрів P_g, що дозволяє зробити точку x^{*g} припустиму в новій області D_1, а обмеження (7) необхідні для не порушення фізичного сенсу обмежень і описують область P_f. В цьому випадку область P варіацій параметрів обмежень множини Q_0 буде визначатися перетином областей P_g та P_f.

Слідуючим кроком в розв'язуванні задачи системної оптимізації буде визначення області припустимих варіацій параметрів P_0.

Будемо розглядати, що цю область можуть описувати наступні області окремо або разом:

1. Область P_0^{bj}

$$P_0^{bj} = \{\Delta b_p, p \in Q_0 : \sum_{p \in Q_0} K_p^i * \Delta b_p \le K^i, i \in Q_1\}$$

2. Область P_0^{Bj}

$$P_0^{Bj} = \{\Delta b_{pj}, p \in Q_0 : \sum_{j=1}^{n} \overline{R}_{pi}^{j} * \Delta b_{pj} \le \overline{R}_p^i, i \in Q_2\}$$

Для визначення можливості зміни параметрів моделі задачи для досягнення вимог з D^g і отже можливості рішення самої задачі системної оптимізації, так і задачи (1) -(5) побудуємо перетин області P варіації параметрів обмежень множини

Q_0 і області P_0 припустимих варіацій цих параметрів.

Якщо $P \cap P_0 \neq \varnothing$, то область зміни параметрів моделі буде обмежена і це дозволить вирішити задачу побудови нової моделі D_1, в якій виконуються вимоги з області D^g.

Якщо $P \cap P_0 = \varnothing$, то в цьому випадку необхідно або змінювати чи перезадавати ЛПРу свої вимоги або обмеження P_0.

Розглянемо правила перевірки сумісності областей P і P_0 при різних визначеннях області варіацій параметрів P_0.

Якщо область P_0 задана через область P_0^{bj}, знайдемо мінімальні та максимальні значення $\Delta b_p, p \in Q_0$ для наступної системи обмежень $\sum_{l \in Q_0} K_i^l * \Delta b_l \leq K_i$, $\Delta b_p \in P_f, p \in Q_0$, які потім будемо використовувати при визначенні варіацій параметрів у випадку $P \cap P_0 \neq \varnothing$.

Твердження 1. Нехай $\Delta b_p^{\min}$, $\Delta b_p^{\max}$, $p \in Q_0$ - відповідно знайдені мінімальні та максимальні значення варіацій параметрів, то, якщо $\exists p, p \in Q_0$, що $\Delta b_p^{\max} < \sum_{j=1}^{n} b_{pj}^0 * x_j^{*g} - b_p^0$, для $\Delta b_p \geq 0$

або $\exists p, p \in Q_0$, що $\Delta b_p^{\min} > \sum_{j=1}^{n} b_{pj}^0 * x_j^{*g} - b_p^0$, для $\Delta b_p < 0$, то $P \cap P_0 = \varnothing$ і потрібно змінювати або вимоги ЛПРа або область P_0.

Якщо ці умови не виконуються, знайдемо рішення слідуючих задач $\forall p, p \in Q_0$

$$\min \sum_{\substack{l \in Q_0 \\ l \neq p}} \left(\Delta b_l^{0*} - \Delta b_l\right)^2$$

$$\sum_{l \in Q_0} K_i^l * \Delta b_l \leq K_i, \; i \in Q_1$$

$$\Delta b_p = \begin{cases} \max\limits_{b_p^o \geq 0}(\Delta b_p^{\min}, \sum_{j=1}^{n} b_{pj}^0 * x_j^{*g} - b_p^0, -\Delta b_p^0) \\ \min\limits_{b_p^o < 0}(\Delta b_p^{\max}, \sum_{j=1}^{n} b_{pj}^0 * x_j^{*g} - b_p^0, \left|\Delta b_p^0\right|) \end{cases}$$

Для розв'язання цієї задачи використовуємо метод MINOS [9].

Твердження 2. Нехай Δb_p^*, - розв'язок цієї задачи для $p, p \in Q_0$ і $\Delta b_p^* \notin P$, то $P \cap P_0 = \varnothing$.

Аналогічно будемо робити і для випадку $P = P_0^{Bj}$.

Якщо область $P_0 = P^{bj} \cup P_0^{Bj}$, то для перевірки спільності P і P_0 формуємо задачу, яку можна представити як задачу формування узгоджених рішень [8]

$$\min \sum_{j=1}^{n} x_j^{*g} * \Delta b_{pj} - \Delta b_p, p \in Q_0$$

$$\Delta b_{pj} \in P, \Delta b_p \in P$$

$$\Delta b_{pj} \leq (\overline{R}_i^j - \sum_{\substack{l \in Q \\ l \neq p}} \overline{R}_{li}^j * \Delta b_{pi}) \Big/ \overline{R}_{pj}^j, i \in Q_2$$

$$\Delta b_p \leq (K_i - \sum_{l \in Q_0} K_i^l * \Delta b_l) \Big/ K_i^p, i \in Q_1$$

Твердження 3. Якщо для значень $R_i^*, i \in Q_0$ критеріальних функцій виконується, що $R_i^* < b_i^0 - \sum_{j=1}^{n} b_{ij}^0 * x_j^{*g}$, то система має розв'язок і $P \cap P_0 \neq \varnothing$, інакше система несумісна і $P \cap P_0 = \varnothing$.

У разі неспільності областей P і P_0 побудуємо додаткову інформацію для вибору нових вимог ЛПРа по формуванню нової області P або корекції області припустимих варіацій P_0.

Якщо при $P_0 = P_0^{bj}$ відповідна система обмежень не сумісна, то, у випадку корекції вимог ЛПРа:

1) у випадку виконання умов твердження 1: замінюємо обмеження $p, p \in Q_0$ на обмеження $\sum_{j=1}^{n} b_{pj}^0 * x_j \leq b_p^0 + \Delta b_p^{\max}$ для $\Delta b_p \geq 0$

або

$$\sum_{j=1}^{n} b_{pj}^{0} * x_j \le b_p^0 + \Delta b_p^{\min} \text{ для } \Delta b_p < 0;$$

2) у випадку виконання умов твердження 2: до області X^g додаємо обмеження $\sum_{j=1}^{n} x_j * \sum_{p \in Q_0} K_l^p * b_{pj}^0 \le K_l + \sum_{p \in Q_0} K_l^p * b_p^0$,

де індекс l, це індекс будь-якого обмеження для якого виконується твердження 2.

У випадку $P_0 = P^{bj} \cup P_0^{Bj}$ і не виконання умов твердження 3 в області X^g не існує припустимих рішень задачі системної оптимізації при заданій області P_0 на відстані $R = \min_{t \in Q_0} |R_t^{\hat{}}|$ від точки x^{*g} або точки x^{*g} області D^g або точки x^{*g} паралелепіпеду P^g з урахуванням заданої множини критеріїв і без урахування критеріальних функцій.

Твердження 4. Для того, щоб існувала деяка точка x^{*g} або область відповідних точок, відносно яких можно було би продовжити рішення задачі системної оптимізації необхідне, щоб існував непорожній перетин області D^g та обмеженнєм $\sum_{j=1}^{n} a_j * x_j \le d$, що залежить від R та відсікає неприпустимі рішення задачі (1) – (5) при заданій області P_0.

Побудована гіперплощина повинна проходити через крапки $\bar{x}^*$, які знаходяться на відстані R до від точки x^{*g} на гіперплощинах, що описують область X^g і перетинаються в x^{*g}. Цю гіперплощину побудувати достатньо просто, використовуючи зворотню матрицю коефіцієнтів гіперплощин, які перетинаються в x^{*g}.

В побудованій, таким чином, області знову находимо нову точку x^{*g}, відносно якої продовжимо розв'язувати задачу системної оптимізації.

Умови визначення x^{*g} дозволюють отримати припустимі рішення задачі системної оптимізації та відповісти на питання про можливість вибору припустимого рішення задачі (1) -(5).

Для корекції області припустимих варіацій P_0 можно, зокрема, використати результати праць [1, 4] та діалогову процедуру [3] для побудови паралелепипеду, який вписано в область P і на основі якого ЛПР зможе задати або відкорегувати обмеження області P_0, так що $P \cap P_0 \ne \varnothing$.

Задача вибору варіацій параметрів $\Delta b_{ij}, \Delta b_i, i \in Q, j = \overline{1,n}$ при непорожньому перетині областей P і P_0 зводиться до задачи оптимізації, в якій як критерій вибрані витрати, що пов'язані із змінами параметрів моделі $C(\Delta B, \Delta b)$)

$$\min C(\Delta B, \Delta b),$$
$$\Delta B, \Delta b \in P \cap P_0$$
$$\Delta B = \{\Delta b_{pj}, p \in Q_0, j = \overline{1,n}\}$$
$$\Delta b = \{\Delta b_p, p \in Q_0\}$$

Якщо функцію витрат варіацій параметрів побудуватинеможливо, то задача вибору формується як багатокритеріальна задача, в якій кожен параметр виступає як окремий критерій і залежно від фізичної суті може максимізовуватися або мінімізуватися

$$F^p = \{\Delta b_{pj}, \Delta b_p, p \in Q_0, j = \overline{1,n}\}$$
$$\Delta B, \Delta b \in P \cap P_0$$

Таким чином, нова область припустимих рішень D_1

$$D_1 = \left\{ x : \begin{array}{c} \sum_{j=1}^{n} (b_{pj}^0 + \Delta b_{pj}^*) * x_j \le b_p^0 + \Delta b_p^*, \\ p \in Q_0, \\ \sum_{j=1}^{n} b_{pj}^0 * x_j \le b_p^0, p \in Q/Q_0 \\ x_j \ge 0, j = \overline{1,n} \end{array} \right\}$$

де $\Delta b_{pj}^*, \Delta b_p^*, i \in Q_0, j = \overline{1.n}$ рішення задачі вибору варіацій параметрів.

В області D_1 існує рішення $\bar{x}^*$, для якого $f^i(\bar{x}^*) \ge f^i(x^{*g}), i \in I$, де $\bar{x}^*$ - розв'язок оптимізаційної задачі

$$\min k_0$$
$$\rho_i * \varpi_i(x) \le k_0$$
$$x \in D_1$$

ϖ_i побудовані відповідно до області D_1 і визначені по формулі $\varpi_i = \left(f_b^i - f^i(x)\right) / \left(f_b^i - f_l^i\right)$,

де f_b^i, f_l^i - відповідно найкраще та найгірше значення i-го критерія на заданій області D_1, а ρ_i задають напрямок пошуку і визначаються по точці $\varpi_i = \varpi_i\left(x^{*g}\right)$, x^{*g} належить відповідній області захоплення.

Згідно умовам побудови в новій області D_1 забезпечується виконання вимог ЛПРа з області D^g (з урахуванням заданої множини критеріїв і без урахування критеріальних функцій) і існують рішення із значеннями критеріїв не гірше бажаних у випадку урахування критеріальних функцій.

Умови розв'язання задачі системної оптимізації дозволяють алгоритму сходитися до відповідного ефективногорішення задачі багатокритеріальної оптимізації.

Розглянуті алгоритми системної оптимізації, які враховують вимоги ЛРПа та різні типи припустимих варіацій параметрів, були використані при розробці алгоритмічного забезпечення для проведення консультацій фермерів аграрними дорадчими службами при розв'язання задач ефективного господарювання в рамках Українсько-Американського проекту «Підвищення прибутковості сільськогосподарського товаровиробника».

Список літератури

1. Глушков В.М. О системной оптимизации// Кибернетика. – 1980.- № 5. - С.89-90.

2. Волкович В.Л., А.Ф.Волошин, Т.М.Горлова и др. Методы и алгоритмы автоматизированного проектировантя сложных систем управления. – К.: Наукова думка, 1984. – 216с.

3. Даргейко Л.Ф., Яремчук Т.Г. О пакете прикладных программдля решения задач многокритериальной оптимизации. // Сложные системы управления. – Киев: Институт кибернетики им. В.М.Глушкова АН УССР, 1982. - С.89-101.

4. Здор В.В., Кочубиевский И.Д. Об одном методе определения области допустимых вариаций параметров автоматизированных систем. // Известия АН СССР. Техн.кибернетика. – 1976. - № 6. – Сс.52-56.

5. Чаплінський Ю.П., Ширяєв А.О. Системна оптимізація як методологічна основа оцінки реалізуємості інвестиційних проектів. // «Економіко-математичне моделювання соціально-економічних систем», Збірник наукових працью- Київ: МННЦІТіС, Випуск 7, 2003.- С.70-84

6. Доленко Г.А., Чаплинский Ю.П. Человеко-машинная процедура системной оптимизации в планировании // Моделирование процессов принятия решений в интегрированных системах управления. - Киев: Институт кибернетики им. В.М.Глушкова АН УССР, 1988. - С. 10-15.

8. Михалевич В. С., Волкович В. Л., Коленов Г. В. Алгоритм согласования решений в распределенной системе взаимосвязанных задач с линейными моделями. // Кибернетика. -1988.- № 3. - С.1-8.

9. Брюс Миртоф. Современное линейное программирование. – М.: Мир, 1984. – 224 с.