

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССОВ ЭКСПЛУАТАЦИИ РАДИОЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМ ВОЗДУШНЫХ СУДОВ

**Институт информационно-диагностических систем НАУ**

*Рассматриваются математические модели технической эксплуатации радиоэлектронных систем на основе полумарковских случайных процессов. Разработаны показатели и критерии оптимизации периодичности технического обслуживания систем*

### **Введение**

Основной целью, которую ставит перед собой каждая авиакомпания, является максимизация прибыли от эксплуатации воздушных судов (ВС) при безусловном сохранении заданного уровня безопасности полетов. Максимизация прибыли авиакомпаний может быть обеспечена за счет уменьшения прямых и косвенных расходов. Как показывает опыт эксплуатации, затраты на техническое обслуживание (ТО) составляют 20-25% от прямых эксплуатационных расходов, которые несет авиакомпания, а за период всего жизненного цикла эти расходы обычно превышают стоимость нового ВС. Поэтому очевидным является тот факт, что проблема оптимизации процессов технического обслуживания и ремонта (ТОиР) является достаточно актуальной. При этом одной из важнейших задач является оптимизация периодичностей ТО обслуживания бортовых авиационных радиоэлектронных систем (РЭС) Особо остро эти задачи стоят на этапе проектирования и ввода в эксплуатацию ВС нового поколения, поскольку от правильно выбранной системы ТОиР непосредственно зависит эффективность эксплуатации ВС.

*АНАЛИЗ ПОСЛЕДНИХ ИССЛЕДОВАНИЙ И ПУБЛИКАЦИЙ.*

*ИЗВЕСТНО РЯД МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ОПТИМИЗАЦИИ ПЕРИОДОВ ПРОВЕДЕНИЯ ТО ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ. ТАК В РАБОТАХ [2-4], ПРИВЕДЕНЫ ОБОБЩЕННЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ*

*ТО, ОДНАКО ОНИ НЕ УЧИТЫВАЮТ ВСЕХ ОСОБЕННОСТЕЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА ТОиР РЭС И ПОКАЗАТЕЛИ ДОСТОВЕРНОСТИ СРЕДСТВ КОНТРОЛЯ ИССЛЕДУЕМЫХ СИСТЕМ. В РАБОТЕ [5] ИСПОЛЬЗУЕТСЯ МАРКОВСКАЯ МОДЕЛЬ ОПИСАНИЯ ПРОЦЕССА ТОиР, КОТОРАЯ ЯВЛЯЕТСЯ УПРОЩЕННОЙ И ТАКЖЕ НЕ УЧИТЫВАЕТ ПОКАЗАТЕЛИ ДОСТОВЕРНОСТИ КОНТРОЛЯ. В РАБОТЕ [6] ОПТИМИЗАЦИЯ ОСУЩЕСТВЛЯЕТСЯ ПО ИНТЕГРАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЯМ НАДЕЖНОСТИ. ТАКИМ ОБРАЗОМ, В НАСТОЯЩЕЕ ВРЕМЯ ОТСУТСТВУЮТ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И ПОКАЗАТЕЛИ ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ ПРОЦЕССОВ ТОиР, КОТОРЫЕ В КОМПЛЕКСЕ УЧИТЫВАЮТ ОСОБЕННОСТИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА ТОиР, ПОКАЗАТЕЛИ ДОСТОВЕРНОСТИ КОНТРОЛЯ, НАДЕЖНОСТНЫЕ, ВЕРОЯТНОСТНЫЕ И СТОИМОСТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭКСПЛУАТАЦИИ РЭС ВС.*

### **Постановка задачи и цели**

#### **статьи.**

*ДЛЯ РАЗРАБОТКИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ ОПТИМИЗАЦИИ ПЕРИОДИЧНОСТИ ТОиР С УЧЕТОМ ПЕРЕЧИСЛЕННЫХ ВЫШЕ ХАРАКТЕРИСТИК, НЕОБХОДИМО ПОСТРОИТЬ МАТЕМАТИЧЕСКУЮ МОДЕЛЬ, ОПИСЫВАЮЩУЮ ИССЛЕДУЕМЫЕ ПРОЦЕССЫ. КАК*

ПОКАЗАЛ АНАЛИЗ, НАИБОЛЕЕ ПОЛНО ПРОЦЕССЫ ПЕРИОДИЧЕСКОГО ТО ЦЕЛЕСООБРАЗНО ОПИСЫВАТЬ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АППАРАТА ПОЛУМАРКОВСКИХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ. ЭТО ПОЗВОЛЯЕТ ОЦЕНИТЬ ОСНОВНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ЭКСПЛУАТАЦИИ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНЫХ ЗАКОНАХ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАРАБОТКИ ИЗДЕЛИЙ НА ОТКАЗ И ПОЛУЧИТЬ АНАЛИТИЧЕСКУЮ ВЗАИМОСВЯЗЬ МЕЖДУ СТОИМОСТНЫМИ И ВЕРОЯТНОСТНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ ПРОЦЕССА ТОиР [5]. ПРЯМЫЕ ЭКСПЛУАТАЦИОННЫЕ ЗАТРАТЫ НЕПОСРЕДСТВЕННО ЗАВИСЯТ ОТ ПЕРИОДИЧНОСТИ ПРОВЕДЕНИЯ ТО. С ОДНОЙ СТОРОНЫ, С УВЕЛИЧЕНИЕМ КОЛИЧЕСТВА ФОРМ ТО НА ЗАДАННОМ ИНТЕРВАЛЕ ВРЕМЕНИ (МЕЖРЕМОНТНОМ РЕСУРСЕ ВС), РАСТУТ ЗАТРАТЫ НА ВЫПОЛНЕНИЕ ПЕРИОДИЧЕСКОГО ТО. С ДРУГОЙ СТОРОНЫ, ПРИ УВЕЛИЧЕНИИ ПЕРИОДИЧНОСТИ ТО, УВЕЛИЧИВАЮТСЯ ПРЯМЫЕ ЭКСПЛУАТАЦИОННЫЕ РАСХОДЫ, ОБУСЛОВЛЕННЫЕ ПРОВЕДЕНИЕМ ПРОФИЛАКТИЧЕСКИХ И ОПЕРАТИВНЫХ РАБОТ, ПРИ ЭТОМ ТАКЖЕ РАСТУТ СОСТАВЛЯЮЩИЕ ЗАТРАТ, СВЯЗАННЫЕ С "ЛОЖНЫМИ СЪЕМАМИ" СИСТЕМ С БОРТА ВС. ТАКИМ ОБРАЗОМ, СУЩЕСТВУЕТ НЕКОТОРОЕ ОПТИМАЛЬНОЕ ЗНАЧЕНИЕ ПЕРИОДИЧНОСТИ ТО. ПОЭТОМУ ЦЕЛЬЮ СТАТЬИ ЯВЛЯЕТСЯ РАЗРАБОТКА ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ ПЕРИОДИЧНОСТИ ТО РЭС НА ОСНОВЕ ПОЛУМАРКОВСКИХ МОДЕЛЕЙ.

#### **Критерии оптимизации периодичности обслуживания РЭС ВС.**

Периодичность ТО ( $T^*$ ) будем называть оптимальной если обеспечивается выполнение условия

$$\Phi(T^*) = \text{extr } \Phi(T), \text{ при } T \in T^*, \quad (1)$$

где:  $\Phi(*)$  - показатель эффективности ТО;  $\text{extr}$  - операция поиска экстремума функции, которая определяется как

$$\text{extr} = \begin{cases} \min, & \text{если в качестве } \Phi(*) \\ & \text{выбирается } C_z \\ \max, & \text{если в качестве } \Phi(*) \\ & \text{выбирается } K_r \text{ или } K_{тн} \end{cases}$$

где  $C_z$  - текущее значение полных эксплуатационных затрат;  $K_r$  - текущее значение коэффициента готовности;  $K_{тн}$  - текущее значение коэффициента технического использования.

В теории оптимизации систем принято формулировать оптимизационные задачи в виде прямой и (или) обратной оптимального поиска экстремума. Относительно проблематики оптимизации параметров процессов ТОиР эти задачи могут быть сформулированы нижеприведенным образом [6].

*Прямая задача:* обеспечить

$$\min_T C_z(T^*); \quad (2)$$

при условиях

$$K_r(T^*) \geq K_r^d;$$

или

$$K_{тн}(T^*) \geq K_{тн}^d.$$

*Обратная задача:* обеспечить:

$$\max_T K_r(T^*) \text{ либо } \max_T K_{тн}(T^*) \quad (3)$$

при ограничении

$$C_z(T^*) \leq C_z^d.$$

где:  $C_z^d$  - предельно допустимое значения полных эксплуатационных затрат;  $K_r^d$  - предельно допустимое значение коэффициента готовности;  $K_{тн}$  - предельно допустимое значение коэффициента технического использования.

Другими словами, необходимо выбрать такую периодичность ТО, при которой обеспечивается минимум расходов ресурсов эксплуатации, но не превышаются допустимые значения  $K_r$  или

$K_{TH}$ . Показатели  $K_T$  и  $K_{TH}$  определяются согласно ДСТУ 2860-94.

Рассчитанная периодичность ТО отдельных изделий ВС определенная из решений задач (1) и (2), рассматривается как желаемая периодичность, так как при группировке отдельных работ в формы регламента для всего ВС в целом она может корректироваться с учетом периодичности ТО планера и двигателей.

Рассмотрим далее оптимизацию периодичности ТО на основе решения задачи (2). Для этого необходимо определить полные средние эксплуатационные затраты  $C_z(T)$ . Этот показатель зависит как непосредственно от продолжительности выполнения отдельных операций ТО, так и от вероятностных характеристик процесса ТОиР и надежности РЭС. Кроме того, значительное влияние будут оказывать показатели достоверности контроля, поскольку, например, "ложные съемы" систем с борта могут привести к существенным затратам. Для определения этих затрат необходимо построить математическую модель процесса ТО.

**Разработка математической модели ТО РЭС.** Моделируемый процесс будем рассматривать как случайный процесс с дискретными состояниями. Реальный процесс ТО РЭС характеризуется тем, что переход из одного состояния в другое в общем случае возможен в любой случайный момент времени. В связи с этим моделируемый процесс будем рассматривать как случайный процесс с непрерывным временем. Таким образом, процесс ТО будем описывать полумарковским случайным процессом с дискретными состояниями и непрерывным временем.

Для решения данной задачи нам необходимо выполнить следующие условия: построить ориентированный граф состояний и переходов, задаться начальным значением  $\xi(t)$  случайного процесса в момент  $t_0$ , описать матрицу вероятностных переходов, задать распределение времени перехода из состояния  $h_i$  в состояние  $h_j$ .

Для разработки графа состояний, представим процесс ТО, как последовательную во времени смену различных состояний в которых может находиться РЭС. Под состояниями процесса ТО будем понимать соответствующие этапы технической эксплуатации, характеризующиеся воздействиями на РЭС обслуживающего персонала, использование по РЭС назначению, различные виды и формы ТО и т.п. При этом структура выделенных для анализа состояний определяется исследуемой стратегией ТОиР, а также полнотой исходной информации о моделируемом процессе.

На рис.1 приведен граф состояний РЭС. На графе рассмотрены следующие состояния:  $h_1$  – РЭС используется по назначению;  $h_2$  – функциональный контроль исправной РЭС с помощью встроенной системы контроля (ВСК);  $h_3$  – демонтаж исправного блока РЭС с борта ВС;  $h_4$  – функциональный контроль исправного блока РЭС с помощью наземных средств эксплуатационного контроля (НСЭК);  $h_5$  – монтаж исправного блока РЭС на борт ВС;  $h_6$  – функциональный контроль неисправного блока РЭС с помощью ВСК;  $h_7$  – функциональный контроль РЭС со «скрытым» отказом с помощью ВСК в следующем полете;  $h_8$  – демонтаж неисправного блока РЭС с борта ВС;  $h_9$  – функциональный контроль неисправного блока РЭС с помощью НСЭК;  $h_{10}$  – восстановление неисправного блока РЭС.

В целях упрощения решаемой задачи примем следующие допущения: «скрытый» отказ всегда обнаруживается при повторном контроле работоспособности (КР), достоверность контроля НСЭК равна единице.



$$\begin{aligned}
 \pi_1(t) &= \pi_2(t) \cdot (1 - \alpha) + \pi_5(t), \\
 \pi_2(t) &\equiv \pi_1(t) \cdot \theta + F(t), \\
 \pi_3(t) &= \pi_2(t) \cdot \alpha, \\
 & \quad )^* \\
 \pi_4(t) &\equiv \pi_4(t) + \pi_6(t), \\
 \pi_5(t) &\equiv \pi_1(t) \cdot F(t), \\
 \pi_7(t) &\equiv \pi_6(t) \cdot \beta, \\
 \\ 
 \pi_9(t) &\equiv \pi_8(t), \\
 \\ 
 \sum_{i=1}^{10} \pi_i(t) &= 1
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

Из решения системы уравнений (9) имеем:

$$\begin{aligned}
 \pi_1(t) &= \frac{5M}{5M + 1 - F}, \\
 \pi_2(t) &= \frac{1 - F}{M}, \\
 \pi_3(t) &= \pi_2(t) \cdot \frac{\alpha \cdot (1 + F)}{M}, \\
 \pi_4(t) &= \frac{\alpha \cdot (1 - F) + F}{M}, \\
 \pi_6(t) &= \pi_7(t) = \pi_8(t) = M
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

где  $M = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}F + F + \beta + 3\alpha(1 - \beta)$ .

Составим матрицу  $C(T, u)$ , которая определяет затраты за единицу времени пребывания РЭС в  $i$ -м состоянии  $C_{ij}(T, u)$  (у.е./ч) и затраты на переход из  $i$ -го состояния в  $j$ -е состояние  $C_{ij}(T, u)$  (у.е.). Тогда затраты на пребывание и выход РЭС из  $i$ -го состояния будут

$$\begin{aligned}
 C_i(T, u) &= C_{ii}(T, u) \cdot \theta_i(T, u) + \\
 &+ \sum_{j=1}^n P_{ji}(T, u) \cdot C_{ij}(T, u); \quad i, j \in E, \tag{11}
 \end{aligned}$$

где  $\theta_i(T, u)$  - продолжительность пребывания РЭС в соответствующих состояниях процесса ТО.

Конструкция показателя  $C_i(T, u)$  в (10) такая: первая составляющая - это затраты при пребывании РЭС в  $i$ -м со-

стоянии, вторая составляющая - затраты на-выход РЭС из  $i$ -го состояния.

Удельные затраты за единицу времени пребывания РЭС  $i$ -м состоянии имеют вид \*

$$C_{i \text{ выд}}^{уд}(T, u) = \frac{C_i(T, u)}{\theta_i(T, u)},$$

где  $i, j \in E$ .

При применении РЭС по назначению, а матрица  $C(T, u)$  заданная в единицах стоимости, то показатель (11) будет определять удельные прямые эксплуатационные расходы процесса ТО.

Используя (12) получаем прямые удельные эксплуатационные затраты на ТО:

$$\frac{\sum_i C_i(T, u) \cdot \pi_i(T, u)}{\sum_i \theta_i(T, u) \cdot \pi_i(T, u)} =$$

$$\frac{\sum_i C_i(T, u) \cdot \pi_i(T, u)}{\theta(T, u)}$$

После подстановки выражения (11) в выражение (13) получим

$$\left[ \frac{C_{ii}(T, u) \cdot \theta_i(T, u) + \sum_{j=1}^n P_{ji}(T, u) \cdot C_{ij}(T, u)}{\theta(T, u)} \right] \cdot \pi_i(T, u)$$

Тогда с учетом (14) выражение (11) можно записать в виде

$$C_{i \text{ выд}}^{уд}(T, u) \equiv \frac{C_{i \text{ выд}}^{пр}(T, u) \cdot \pi_i(T, u)}{\theta_i(T, u)}, \quad i \in E,$$

где  $u \in E$ .

В общем виде показатели  $K_{\Gamma}$  и  $K_{\text{ТИ}}$  определяются из выражений:

$$K_{\Gamma} = T_{\Gamma} / (T_{\Gamma} + T_{\text{В}}),$$

$$K_{\text{ТИ}} = T_{\Gamma} / (T_{\Gamma} + T_{\text{П}}),$$

где  $T_{\Gamma}$  - годового налет ВС;  $T_{\text{В}}$  - суммарное время восстановления после отказов на протяжении года;  $T_{\text{П}}$  - простои на проведение ТО и Р на протяжении года.

Используя матрицы (4), (5) выражения (7), (8) и (9) можно определить показатели  $K_{\Gamma}$  и  $K_{\Gamma B}$  как:

$$K_{\Gamma} = \frac{\sum_{i=1}^n \pi_i(T) \cdot \omega_i(T)}{A + B + C}, \quad (16)$$

где  $A = \sum_{i=1}^n \pi_i(T) \cdot \mu_i(T),$

$$B = \alpha \cdot \pi_5(T) \cdot \mu_5(T) \cdot \sum_{i=2}^4 \pi_i(T) \cdot \mu_i(T),$$

$$C = \beta \cdot \pi_5(T) \cdot \mu_5(T) \cdot \sum_{i=6}^{10} \pi_i(T) \cdot \mu_i(T).$$

Аналогично коэффициент технического использования найдем из выражения:

$$K_{\Gamma B} = \frac{\sum_{i=1}^n \pi_i(T) \cdot \omega_i(T)}{\sum_{i=1}^n \pi_i(T) \cdot \mu_i(T)},$$

На рис. 2 приведены графики зависимостей затрат  $C_Z$  от периодичности ТО при различных значениях вероятностей  $\alpha$  ( $\alpha=0,01$  – кривая-1 и  $\alpha=0,5$  – кривая 2). Как видно из графиков, прямые эксплуатационные затраты существенно зависят от вероятностей ошибок контроля ВСК. При этом, чем меньше вероятности ошибок контроля, тем больше оптимальная периодичность ТО.

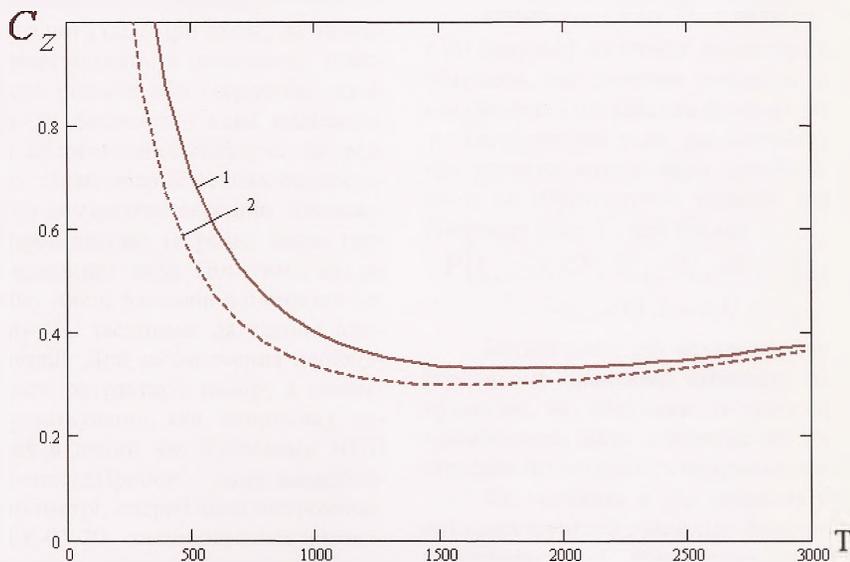


Рис.2. Графики зависимостей полных эксплуатационных затрат  $C_Z$  от периодичности ТО  $T$  при различных значениях вероятностей  $\alpha$  ( $\alpha=0,01$  – кривая-1 и  $\alpha=0,5$  – кривая 2)

**Выводы**

Разработана математическая модель процесса ТО РЭС на основе полумарковских случайных процессов. Данная модель позволяет определить основные показатели эффективности эксплуатации с учетом достоверности контроля ВСК, надежности систем и стоимостные характеристики процесса эксплуатации. Полученные показатели позволили определить опти-

мальную периодичность ТО РЭС. Показано, что показатели достоверности контроля существенно влияют на эксплуатационные затраты и периодичность контроля. Использование этих результатов на практике позволило обосновать возможность увеличения периодичности ТО ряда систем самолета Ан-140. Дальнейшим развитием полученных результатов является выбор оптимальных стратегий ТОиР

для различных видов резервирования систем.

#### **Список литературы**

1. Далецкий С.В., Деркач О.Я., Петров А.Н. Эффективность технической эксплуатации самолетов гражданской авиации.-М.:Возд. транспорт.-2002.-216с.

2. Барзилович Е. Ю., Воскобоев В. Ф. Эксплуатация авиационных систем по состоянию: элементы теории. - М.: Транспорт, 1981. - 197 с.

3. Nakagawa T., Maintenance theory of reliability.-N.Y.:Springer Verlag. – 2005.- 256p.

4. Susova G. M. , Petrov A. N. . Markov Model-Based Reliability and Safety

Evaluation for Aircraft Maintenance-System Optimization// IEEE Proceedings of the Annual Reliability & Maintainability Symposium.- 1997.- P.29-36.

5. Ткалич О. П. Формализована модель системи технічного обслуговування бортового РЕО // Математичні машини і системи.-2005.-№2.-с. 76-89.

6. Мачалин И.А. Выбор показателей эффективности управления эксплуатацией авиационных радиоэлектронных систем// Моделювання та інформаційні технології:36. наук. пр. ІПМЕ ім. Г.Є.Пухова.- К.:ІПМЕ.-Вип. 39.-2006.- С.35-44.