

СИНТЕЗ ГИБРИДНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ПОЛОТОМ С ОПТИМАЛЬНЫМ ГАШЕНИЕМ, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА НЕГО ВОЗМУЩЕНИЙ

Национальный авиационный университет

martakomnatska@gmail.com

Рассмотрено задачу синтеза гибридной системы управления полетом для малого беспилотного летательного аппарата (БПЛА) с оптимальным гашением действующих на него возмущений. Гибридная система управления представляет собой двухконтурную систему, где внешний контур синтезируется с использованием методов нечеткого управления. Для внутреннего контура управления рассматривается задача синтеза робастного регулятора, функционирующего по принципу обратной связи по выходной переменной. Синтез регулятора внутреннего контура управления осуществляется на основании γ -оптимального подхода, с использованием линейных матричных неравенств (ЛМН). При этом, синтезированный γ -оптимальный регулятор обеспечивает гашение действующих на БПЛА возмущений. Внешний нечеткий контур управления разработан на основе подхода Такаги – Сугено с применением аппарата ЛМН. Для нахождения структуры регулятора внешнего нечеткого контура применяется алгоритм синтеза по γ -оптимальному критерию, разработанный на предыдущем этапе. В результате, разработан унифицированный алгоритм синтеза гибридной системы управления полетом с элементами нечеткой логики в терминах ЛМН. Эффективность функционирования данной системы демонстрируется на примере управления продольным движением БПЛА

Ключевые слова: робастное управление, статическая обратная связь по выходу, линейно-матричные неравенства, синтез γ -оптимального регулятора, нечеткая модель управления типа Такаги-Сугено

Введение

Бурное развитие малой беспилотной авиации с последующим ее внедрением в различные отрасли гражданского значения поставила перед конструкторами задачу синтеза систем управления, отличающихся от существующих аналогов, простотой и дешевизной. Это связано в первую очередь с тем, что на таких летательных аппаратах (ЛА) устанавливается минимальный набор навигационных датчиков, входящих в состав системы управления (СУ). Использование минимального набора навигационного оборудования приводит к необходимости синтеза СУ по неполному вектору состояния. В последнее время для решения задачи синтеза статического регулятора по выходу в литературе предложено ряд численных процедур [1–5, 10–12]. В тоже время, с целью повышения «интеллектуальности» системы управления ЛА в работах [13–14] предложено использовать комбинацию

методов традиционного и нечеткого управления. Применение элементов нечеткого управления в структуре СУ БПЛА позволяет достичь слабой зависимости эффективности системы от параметров модели [13–14, 17]. В статье рассматривается гибридная структура СУП, которая сочетает в себе элементы традиционного и нечеткого управления. Примечательно, что для синтеза нечеткого контура управления используется модель Такаги – Сугено (Т-С модель) с применением аппарата ЛМН. Использование нечеткой Т-С модели дает возможность аппроксимировать динамику нелинейной системы в виде множества локальных линейных динамических моделей [15–16] и нахождения одновременного стабилизирующего управления для множества линейных моделей. В работе предложен унифицированный алгоритм синтеза статической обратной связи по выходу, основанный на использовании аппарата

ЛМН, для построения внутреннего «четкого» и внешнего нечеткого контуров управления СУП БПЛА.

Постановка задачи

Целью данной статьи является разработка гибридной системы управления полетом (СУП) БПЛА, которая обладает свойствами робастности и обеспечивает качество управления согласно нормам летной пригодности. При этом такая СУ должна обеспечивать гашение внешних возмущений, ограниченных по модулю. Особенностью данной СУ является сочетание в едином подходе методов классического и нечеткого управления таким

образом, что ее структура разделена на два контура. Внутренний контур, синтез которого осуществляется на основании традиционных методов управления и внешний - нечеткий. Синтез внешнего нечеткого контура управления осуществляется на основании концепции параллельной компенсации с использованием нечеткой модели Такаги - Сугено. В статье представлено единую процедуру синтеза регуляторов внутреннего и внешнего контуров управления в терминах ЛМН на основании γ – оптимального подхода [1, 3– 5, 7–9]. Структура гибридной системы управления полетом показана на рис. 1.

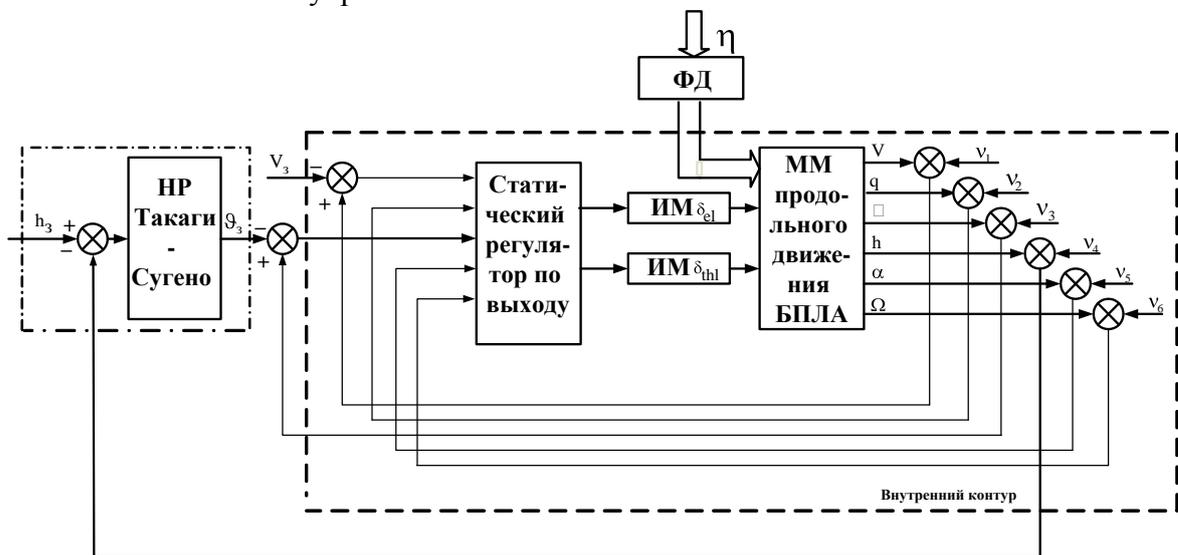


Рис. 1 Структура системы управления полетом продольным движением БПЛА:

НР – нечеткий регулятор; ФД – фильтр Драйдена;

ИМ – исполнительный механизм; ММ – математическая модель

Описание объекта управления

Пусть объект управления описывается системой уравнений вида [3–6]:

$$\begin{cases} \dot{x} \ t = A_1 x \ t + B_1 u \ t + B_0 v \ t \\ y \ t = C_i x \ t \end{cases}, \quad (1)$$

где A_i, B_i – элементы некоторого полистопа, удовлетворяющие условию $A \ B \in Co \ A_1 \ B_1, \dots, A_n \ B_n, i=1...N$;

символом « C_0 » обозначено выпуклое множество. $x \in R^n$ – вектор состояния системы; $u \in R^m$ – вектор управления; $y \in R^p$ – вектор выходных переменных объекта управления, который используется для формирования обратной связи; $v \in R^n$ – вектор внешних возмущений, которые

действуют на объект управления и соответствующие им матрицы состояния, управления и наблюдения $A_i \in R^{n \times n}, B_i \in R^{m \times n}, C \in R^{p \times n}$, на вход которого действуют ограниченные по L_2 норме внешние возмущения v

$$\|v \ t\|^2 = \int_0^\infty v^T v \ dt < \infty. \quad (2)$$

Так как полный вектор состояний неизвестный, а возможно измерить лишь некоторую их линейную комбинацию, тогда задача состоит в нахождении стабилизирующего регулятора по выходу в терминах ЛМН для семейства номиналь-

ной и параметрически возбужденной моделей (1) вида

$$u(t) = -K y(t) = -K C x(t), \quad (3)$$

$$J(K) = \int_0^{\infty} \|z(t)\|^2 dt = \int_0^{\infty} x^T(t) Q x(t) + u^T(t) R u(t) dt < \gamma^2 \int_0^{\infty} v^T(t) v(t) dt, \quad \forall v(t) \neq 0, \quad (4)$$

где $Q \geq 0$, $R > 0$ – весовые диагональные матрицы состояния и управления соответственно. Выходной сигнал $z(t)$ в (4) используется для оценки качества управления и имеет следующий вид [5, 7–9].

$$z(t) = \begin{bmatrix} \sqrt{Q} & 0 \\ 0 & \sqrt{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t) \end{bmatrix}.$$

Учитывая условие реализации статической обратной связи по выходной переменной (3), функционал качества (4) принимает следующий вид

$$J(K) = \int_0^{\infty} e^{A-BKC^T t} [Q + C^T K^T R K C] e^{-A-BKC^T t} dt \quad (5)$$

$$< \gamma^2 \int_0^{\infty} v^T(t) v(t) dt, \quad \forall v(t) \neq 0,$$

Системы, для которых справедливо выполнение условий (4), (5) называются γ – оптимальными [3–5, 7–9]. Закон управления (3) можно рассматривать как обеспечивающий гашение в заданном отношении γ возмущений объекта [3–5, 7–9].

Таким образом, согласно постановке задачи необходимо найти такую матрицу усиления K , которая обеспечивает одновременную стабилизацию множества номинального и параметрически возмущенного объектов управления (1) и выполнения условия (5) при некотором значении γ .

Известно, что задача синтеза статической обратной связи по выходной переменной принадлежит к классу задач невыпуклой оптимизации и заранее известного решения не существует. Кроме того, задача синтеза статического регулятора по выходу требует определения начального нулевого решения, что представляет собой весьма сложную задачу. В литературе предложено целый ряд методов нахождения нулевого приближения [10, 11]. В работе для решения поставленной

где K – матрица усиления в цепи обратной связи, которая для заданного значения $\gamma > 0$ обеспечивает выполнения неравенства

задачи используется алгоритм, который, в отличие от известных подходов, не требует определения нулевого приближения матрицы K . Впервые такой подход к решению задачи синтеза статической обратной связи по выходу был предложен в работах [5, 12]. Авторы свели задачу синтеза γ – оптимальной статической обратной связи к итерационному решению уравнения Риккати вида

$$PA + A^T P + Q + \frac{1}{\gamma^2} P B_v B_v^T P - P B R^{-1} B^T P + L^T R^{-1} L = 0, \quad (6)$$

где L – матрица усиления прямой связи. Необходимо отметить, что решение данного уравнения позволяет определить стабилизирующее управление только для одной модели вида (1). В нашем же случае, интерес представляет конструирование регулятора для некоторого политопа матриц вида (1), что, в свою очередь, гарантирует робастность найденного управления. С целью нахождения матрицы K статической обратной связи используется аппарат ЛМН. ЛМН позволяют перевести уравнение (6) в форму неравенств и решить поставленную задачу [7–9]. Тогда матричное неравенство (6) в силу леммы Шура [1] эквивалентно линейному матричному неравенству

$$\begin{bmatrix} P_n A_i + A_i^T P_n + Q & P_n B_i & P_n B_{v_i} & L_n^T \\ B_i^T P_n & -R & 0 & 0 \\ B_{v_i}^T P_n & 0 & -\gamma^2 I & 0 \\ L_n & 0 & 0 & -R \end{bmatrix} \leq 0, \quad (7)$$

где структура неопределенностей модели управления представлена политопами $A_i, B_i, i=1, \dots, N$ в (7) – множество моделей, параметры которых зависят от значения истинной воздушной скорости БПЛА; A_i, B_i – матрицы состояния и управления соответственно. Необходимо также отметить, что в статье рассматривается задача

стабилизации высоты БПЛА, т.е. положено, что $L=0$.

Алгоритм синтеза статической обратной связи по измеряемому выходу

Синтез статического регулятора, оптимального по γ – критерию, можно представить в виде следующего алгоритма:

1. Инициализация: задаем $n=0, L_0=0$, определяем γ, Q, R .

2. Решаем неравенство (6) относительно P_n (n – номер итерации)

$$\begin{bmatrix} P_n A_i + A_i^T P_n + Q & P_n B_i & P_n B_{v_i} & L_n^T \\ B_i^T P_n & -R & 0 & 0 \\ B_{v_i}^T P_n & 0 & -\gamma^2 I & 0 \\ L_n & 0 & 0 & -R \end{bmatrix} \leq 0,$$

где значение матрицы K , а в случае использования матрицы L , на каждом шаге оптимизационной процедуры пересчитываются по формулам

$$K_{n+1} = R^{-1} B^T P_n + L_n C^T C C^T^{-1},$$

$$L_{n+1} = R K_{n+1} C - B^T P_n.$$

3. Проверка условия сходимости: алгоритм останавливается при выполнении условия $\|K_n - K_{n+1}\| \leq \varepsilon$. $\|\cdot\|$ – H_2 – норма матрицы.

На этом первый этап синтеза гибридной СУП БПЛА, где определен регулятор для внутреннего четкого контура управления, завершается. Второй этап синтеза связан с синтезом нечеткого внешнего контура управления на основе нечеткой модели Такаги – Сугено.

Синтез внешнего контура управления на основе нечеткой модели Такаги – Сугено с использованием аппарата ЛМН

Сегодня можно наблюдать множество примеров синтеза систем управления, которые сочетают в себе как элементы классических методов, так и методов нечеткой логики в едином подходе [7–8, 13–14]. Так методы нечеткого управления позволяют построить регулятор на основании экспертных знаний. В работе для моделирования внешнего нечеткого кон-

тура управления применяется нечеткая модель Такаги-Сугено (ТС – модель) с использованием аппарата ЛМН. Такой подход к построению нечетких регуляторов в терминах ЛМН был предложен К.Танакой и О.Вангом [15]. Использование нечеткой ТС – модели дает возможность представить нелинейные системы в виде множества локально – линейных динамических моделей в форме нечетких «ЕСЛИ–ТО» логических правил [15]. Основным преимуществом ТС – моделей является то, что устойчивость представленных с их помощью систем может быть исследована с использованием теории Ляпунова. Тогда исследование устойчивости ТС – системы может быть сведено к нахождению общей для всех подсистем симметричной положительно определенной матрицы, удовлетворяющей некоторому множеству неравенств [1, 15].

Зная пару $x(t), u(t)$ нечеткая ТС – модель, которая находится под действием внешних возмущений, может быть представлена в пространстве состояний уравнениями вида [15–16]

$$\dot{x}(t) = \frac{\sum_{i=1}^r \omega_i(z(t)) (A_i x(t) + B_i u(t) + B_{v_i} v(t))}{\sum_{i=1}^r \omega_i(z(t))},$$

$$y(t) = \frac{\sum_{i=1}^r h_i(z(t)) (A_i x(t) + B_i u(t) + B_{v_i} v(t))}{\sum_{i=1}^r \omega_i(z(t))} = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) C_i x(t), \quad (8)$$

где $\omega_i(z(t)) = \prod_{k=1}^p M_{ik}(z_k(t))$,

$$h_i(z(t)) = \frac{\omega_i(z(t))}{\sum_{i=1}^r \omega_i(z(t))}, \text{ для всех } t. \quad (9)$$

$M_{ik}(z_k(t))$ – степень принадлежности нечеткому множеству переменной $z_k(t)$. Так как

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^r \omega_i z t > 0; \\ \omega_i z t \geq 0, i=1, \dots, r, \\ \sum_{i=1}^r h_i \in \mathbb{C} \approx 1, \\ h_i \in \mathbb{C} \approx 0, i=1, \dots, r, \end{cases} \text{ , следует что}$$

для всех t , где $i=1, \dots, r$, r – количество логических правил; $z t = [z_1 t, z_2 t, \dots, z_p t]^T$ – вектор известных переменных предпосылок правил, которые могут быть функциями фазовых переменных, внешних возмущений и времени, $k=1, \dots, p$ – количество переменных в предпосылках нечетких логических правил; $x t \in R^n, u t \in R^m, y t \in R^l, v \in R^q$ – вектор состояния, управления, наблюдения и внешних возмущений соответственно. $A_i \in R^{n \times n}, B_i \in R^{n \times m}, C_i \in R^{l \times n}$ – вещественные матрицы соответствующих размерностей.

Для стабилизации нечеткой ТС – модели используется принцип параллельно распределенной коррекции, который предложен К.Танакой и О.Вангом [15–16]. Основная идея данного подхода состоит в получении каждого правила управления для соответствующего правила ТС – модели. Полученный общий логический регулятор, в целом нелинейный, является комбинацией отдельных линейных регуляторов [15].

В работе рассматривается случай, когда на нечеткую ТС – модель действуют ограниченные по L_2 - норме внешние возмущения v (2). Говорят, что нечеткая ТС – система (8), находящаяся под действием внешних возмущений, является асимптотически устойчивой в целом при любом $v \in L_2 [0, \infty)$, если для некоторого значения $\gamma > 0$ выполняется условие

$$\int_0^{\infty} z^T t z t dt \leq \gamma^2 \int_0^{\infty} v^T t v t dt, \quad (10)$$

или

$$\frac{\int_0^{\infty} \|z t\|^2 dt}{\int_0^{\infty} \|v t\|^2 dt} = \frac{\int_0^{\infty} x^T Q x + u^T R u dt}{\int_0^{\infty} v^T v dt} \leq \gamma^2, \quad (11)$$

где $z t$ в (10), (11) несет тот же смысл, что и в (4). Задача состоит в нахождении нечеткого регулятора по измеряемому вектору выходных переменных для нечеткой ТС – модели (8) вида

$$u t = - \frac{\sum_{i=1}^r \omega_i z t F_i y t}{\sum_{i=1}^r \omega_i z t} = - \sum_{i=q}^r h_i z t F_i y t. \quad (12)$$

Подставляя закон управления (12) в (8), получаем соответствующую замкнутую систему

$$\dot{x} t = \frac{\sum_{i=1}^r \omega_i z t A_i x t + B_i u t + B_{v_i} v t}{\sum_{i=1}^r \omega_i z t}, \quad (13)$$

систему (13) можно представить в следующем виде

$$\dot{x} t = \sum_{i=1}^r h_i^2 z t A_i - B_i F_i C_i x t + B_{v_i} v t + 2 \sum_{i=1}^r \sum_{i < j} h_i z t h_j z t G_{ij} x t,$$

где

$$G_{ij} = \frac{A_i - B_i F_j C_i + B_{v_i} + A_j - B_j F_i C_j + B_{v_j}}{2}$$

$i < j, h_i \cap h_j \neq \emptyset$.

Условия существования матрицы стабилизирующих коэффициентов усиления K , при которой нечеткая система (8) асимптотически устойчива с помощью обратной связи (12) и обеспечивает гашение внешних возмущений по γ – критерию (11), сформулированы в теореме 1.

Теорема 1. Непрерывная нечеткая система Такаги-Сугено (8) асимптотически устойчива с помощью статической обратной связи по выходу и обеспечивает гашение внешних возмущений согласно γ

– критерию (10) или (11), если существует положительно определенная симметрическая матрица $P > 0$ и матрица стабилизи-

рующих коэффициентов усиления $F_i, i=1, \dots, r$, которые удовлетворяют системе ЛМН

$$\begin{bmatrix} P A_i + A_i^T P + Q & P B_i & P B_{v_i} \\ B_i^T P & -R & 0 \\ B_{v_i}^T P & 0 & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0, (i=1, \dots, r) \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} P A_i + A_i^T P + P A_j + A_j^T P + Q & P B_i & P B_j & \frac{1}{2} P B_{v_i} + P B_{v_j} \\ B_j^T P & -R & 0 & 0 \\ B_i^T P & 0 & -R & 0 \\ \frac{1}{2} P B_{v_i} + P B_{v_j}^T & 0 & 0 & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0, (i \neq j). \quad (15)$$

Доказательство этой теоремы показано в [18].

Синтез гибридной системы управления продольным движением БПЛА «Аэрозонд»

Рассмотрим режим стабилизации высоты полета БПЛА «Аэрозонд» со следующими параметрами: скорость $U_0=26$ м/с, максимальная взлетная масса $m=14$ кг, моменты инерции $J_{xx}=0.82$ кг·м², $J_{yy}=1.14$ кг·м², $J_{zz} = 1.76$ кг·м², $J_{xz} = 0.12$ кг·м², площадь крыла $S=0.55$ м². Компоненты матрицы инерции БПЛА приведены в связанной с самолетом системе координат, принятой в американской литературе [12]. Так ось x является продольной осью самолета, ось расположена в горизонтальной плоскости самолета и направлена вдоль правого крыла самолета, а ось z направлена вниз. Обозначение угловой скорости q (которым соответствуют обозначение ω_z в

отечественной литературе) также является общепринятой в англоязычной литературе. Динамика продольного движения БПЛА «Аэрозонд» в пространстве состояний описывается фазовым вектором вида $x = u, w, q, \vartheta, h, \Omega^T$, где u, w - горизонтальная и вертикальная составляющие истинной воздушной скорости; q – угловая скорость тангажа; ϑ – угол тангажа; h – высота полета; Ω – обороты двигателя (об/м). Управление в продольном движении осуществляется рулями высоты δ_e и изменением положения дроссельной заслонки двигателя (тяга двигателя), δ_{th1} .

Рассматривается семейство моделей БПЛА: номинальная (при истинной воздушной скорости 26 м/с) и две параметрически возмущенные (при истинной воздушной скорости 23 м/с и 30 м/с соответственно). Матрицы пространства состояний и управления линейных моделей БПЛА имеют вид:

- номинальная модель ($V_T = 26$ м/с)

$$A_n = \begin{bmatrix} -0.2489 & 0.4990 & -1.0564 & -9.8131 & 0 & 0.0120 \\ -0.5634 & -4.6466 & 25.3584 & -0.4058 & 0.0009 & 0 \\ 0.4079 & -4.9891 & -5.3614 & 0 & 0 & -0.0093 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0413 & -0.3331 & 0 & 25.9997 & 0 & 0 \\ 35.9563 & 1.4867 & 0 & 0 & -0.0417 & -3.2272 \end{bmatrix}; B_n = \begin{bmatrix} 0.3667 & 0 \\ -2.7579 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 816.6240 \end{bmatrix},$$

- (1) параметрически возмущенная модель ($V_T = 23$ м/с)

$$A_{p_1} = \begin{bmatrix} -0.2197 & 0.6002 & -1.4881 & -9.7969 & -0.0001 & 0.0108 \\ -0.5820 & -4.1207 & 22.4024 & -0.6460 & 0.0009 & 0 \\ 0.4823 & -4.5287 & -4.7515 & 0 & 0 & -0.0084 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0658 & -0.9978 & 0 & 22.9997 & 0 & 0 \\ 32.1031 & 2.1170 & 0 & 0 & -0.0294 & -2.7813 \end{bmatrix}; B_{p_1} = \begin{bmatrix} 0.3246 & 0 \\ -2.1521 & 0 \\ -29.8233 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 448.6133 \end{bmatrix},$$

- (2) параметрически возмущенная модель ($V_T = 30$ м/с)

$$A_{p_2} = \begin{bmatrix} -0.2933 & 0.3877 & -0.5578 & -9.7843 & 0 & 0.0138 \\ -0.5509 & -5.3691 & 29.2779 & -0.1849 & 0.0009 & 0 \\ 0.3382 & -5.6317 & -6.1948 & 0 & 0 & -0.1017 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0189 & -0.9998 & 0 & 29.9997 & 0 & 0 \\ 41.5394 & 0.7850 & 0 & 0 & -0.6355 & -3.8541 \end{bmatrix}; B_{p_2} = \begin{bmatrix} -0.3 & 0 \\ -3.7 & 0 \\ -50.2 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 2663.9 \end{bmatrix},$$

где индексами « p_1 » и « p_2 » обозначены первая и вторая параметрически возмущенные модели.

На первом этапе проводим синтез статического регулятора для внутреннего контура управления. Рассматривается задача стабилизации углового положения ЛА, когда измерению доступна часть переменных фазового вектора, $x = u, q, \vartheta, \Omega^T$ с матрицей наблюдений C вида

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Исполнительный механизм БПЛА описывается четверкой чисел

$$\begin{bmatrix} A_a & B_a \\ C_a & D_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/T_a & 1/T_a \\ 1 & 0 \end{bmatrix},$$

где $T_a = 0.25$ сек – постоянная времени исполнительного механизма.

Таблица 1. Показатели качества и робастности номинальной и параметрически возмущенных замкнутых систем

Объект		H_2 - норма, детерминированный случай	H_2 - норма, стохастический случай	H_∞ - норма
$V_n=26$ [м/с]	Номин.	0.3592	1.0307	0.6736
$V_{p_1}=23$ [м/с]	Возмущ. 1	0.3615	0.5357	0.8053
$V_{p_2}=30$ [м/с]	Возмущ. 2	0.5760	1.0381	0.6459

Для моделирования внешних атмосферных возмущений, действующих на БПЛА, используем модель турбулентности Драйдена [6]. Уровень подавления шумов γ для данной задачи примем равным 1.801. Согласно выше описанному алгоритму, находится решение ЛМН (7) с учетом ограничения верхней границы возмущений γ , для которой матрица усиления статической обратной связи по выходу внутреннего контура управления имеет вид

$$K_{вн} = \begin{bmatrix} -0.3836 & 1.4174 & 5.7296 & -0.0030 \\ -0.4706 & -0.5093 & 2.6289 & -0.0011 \end{bmatrix},$$

где индексом «вн» обозначена матрица усиления внутреннего контура управления. Для внутреннего контура управления рассчитаны показатели качества функционирования замкнутых систем совокупности номинальной и параметрически возмущенных моделей. Результаты вычислений представлены в табл.1

Согласно постановки задачи, внешний контур управления, который предназначен для стабилизации высоты полета, представлен в виде нечеткой Т-С модели (8). Для этой модели синтезируется нечеткий регулятор, база знаний которого состоит из трех логических правил. В качестве переменной в предпосылках логических правил выступает ошибка рассогласования $e(t)$ между задающим сигналом по высоте и текущим значением высоты полета БПЛА, т.е. $e \in \mathbb{C} = e_3 - e \in \mathbb{C}$.

Выходной сигнал с нечеткого регулятора внешнего нечеткого контура поступает во внутренний (четкий) контур управления стабилизации угла тангажа в виде задающего сигнала по углу тангажа ϑ_{ref} . В качестве входных функций принадлежности нечеткого регулятора приняты гауссовы функции принадлежности, равномерно распределенные на универсальном множестве с центрами c^i и коэффициентами концентрации функции принадлежности σ^i [13–17]. Значения центров функций принадлежности и коэффициентов концентрации определены как

$$c^i = [-4.8 \ 0 \ 4.8]; \sigma^i = 5.86.$$

Выходные функции принадлежности нечеткого регулятора представлено в виде сингтонов [17], равномерно распределенные на универсальном множестве.

В качестве внешнего нечеткого контура управления выбран режим стабилизации высоты полета БПЛА. Согласно постановке задачи, матрица наблюдений для внешнего контура управления имеет вид

$$C_{out} = 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0,$$

где индексом «out» обозначено матрицу доступных измерений внешнего нечеткого контура управления. Синтез нечеткого регулятора внешнего контура управления

основан на использовании аппарата ЛМН и нахождения множества локальных регуляторов вида (12). Особенность работы состоит в том, что для синтеза нечеткого регулятора используется алгоритм конструирования статического регулятора по выходу, который применяется на первом этапе для внутреннего контура. В результате решения системы ЛМН (14)-(15) найдены матрицы коэффициентов усиления F_i внешнего нечеткого контура управления

$$F_1 = \begin{bmatrix} 0.0307 \\ -0.0631 \end{bmatrix}; F_2 = \begin{bmatrix} 0.0236 \\ -0.0347 \end{bmatrix}, F_3 = \begin{bmatrix} 0.0510 \\ -0.2058 \end{bmatrix}.$$

Таким образом, в работе предложена процедура синтеза гибридной системы управления с использованием элементов нечеткой логики, где структура внутреннего «четкого» и внешнего – нечеткого контуров находится на основе единой методике синтеза с применением аппарата ЛМН. Окончательный вывод об эффективности функционирования гибридной СУП можно сделать на основании результатов компьютерного моделирования переходных процессов (в номинальной и возмущенных системах) с учетом всех нелинейных функций, которые присущи реальному автопилоту при наличии турбулентного ветра [6]. Результаты моделирования представлены на рис. 2. Численные характеристики номинальной и параметрически возмущенных систем представлены в табл.2. Из табл. 2 видно, что значения среднеквадратических отклонений (СКО) переменных состояния номинальной, а также параметрических возмущенных систем незначительно отличаются друг от друга. Малость величин СКО свидетельствует о том, что система обладает высоким резервом качества.

Таблица 2. Среднеквадратические отклонения переменных пространства состояний

Объект	Среднеквадратические отклонения переменных пространства состояний						
	$\sigma_v, \text{ м/с}$	$\sigma_a, ^\circ$	$\sigma_q, ^\circ/\text{с}$	$\sigma_\vartheta, ^\circ$	$\sigma_h, \text{ м}$	$\sigma_{el}, ^\circ$	$\sigma_{th}, \%$
Номин.	0.7447	0.7443	1.3167	2.3109	8.0900	1.8193	0.1242
Возмущ. 1	0.7877	0.7398	1.2553	2.4360	8.8571	2.3908	0.2134
Возмущ. 2	0.6527	0.6960	1.4359	2.2555	7.5425	1.4157	0.0428

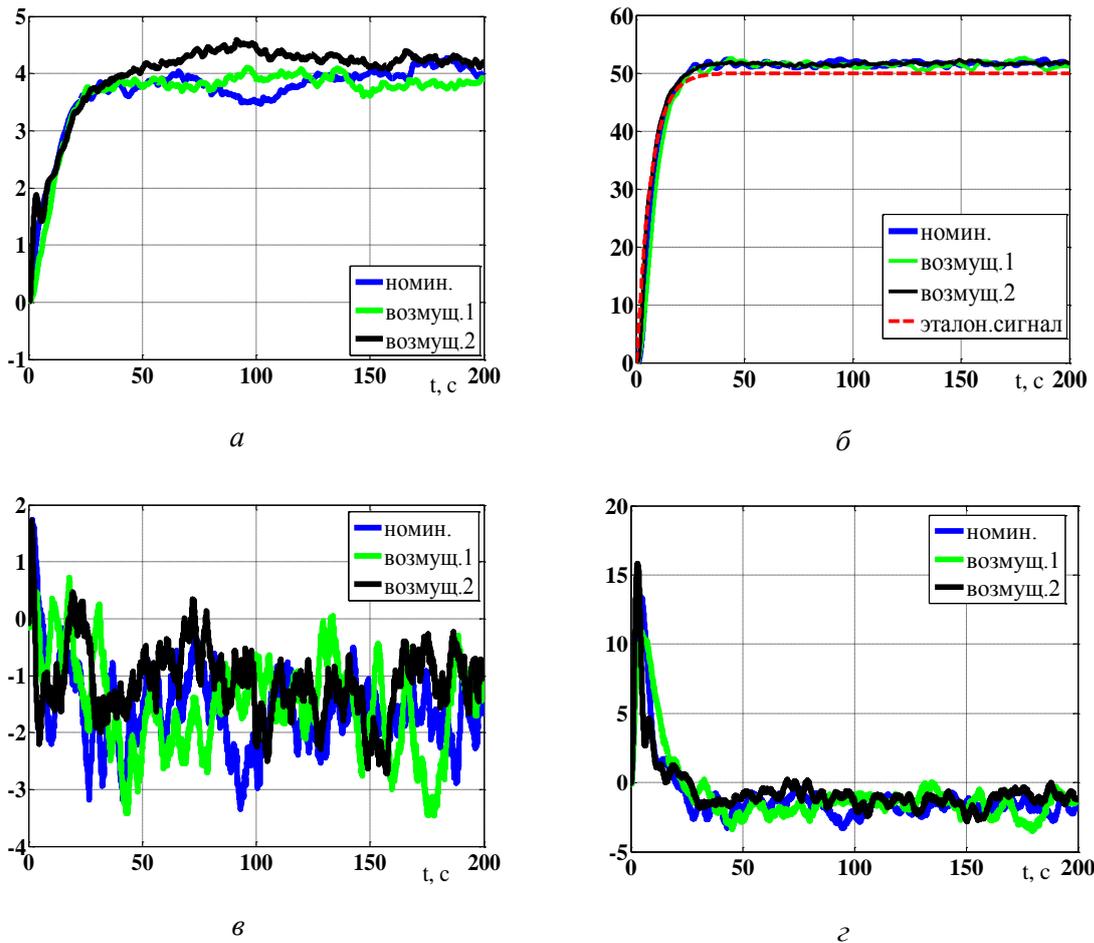


Рис. 2. Результаты моделирования продольного движения под действием внешних возмущений номинальной и параметрически возмущенных моделей: *а* – по скорости, м/с; *б* – по высоте, м; *в* – по углу атаки, град; *г* – по углу тангажа, град

Выводы

Рассмотрена процедура синтеза гибридной системы управления полетом с элементами нечеткой логики для малого БПЛА на основе линейных матричных неравенств. Синтез системы управления полетом осуществляется по γ – оптимальному подходу, согласно которому происходит оптимальное гашение внешних возмущений с наперед выбранным уровнем $\gamma > 0$. При этом структура системы управления является двухконтурной, где внешний контур управления представлен в виде нечеткой модели Такаги-Сугено. Особенность работы состоит в том, что для нахождения внутреннего и внешнего нечеткого контуров управления разработана единая методика синтеза статического регулятора с применением аппарата линейных матричных неравенств. Резуль-

таты моделирования и числовые характеристики демонстрируют эффективность работы системы управления.

Список литературы

1. Boyd S. Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory / S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, V. Balakrishnan. – Philadelphia, PA SIAM, 1994. – 416 p.
2. Ларин В.Б. О компенсации внешних возмущений динамической обратной связью по выходной переменной / В.Б. Ларин А.А. Туник // Прикладная механика. – 2006. – Т. 42. – №5. – С. 132–144.
3. Баландин Д.В. Синтез оптимальных линейно-квадратичных законов управления на основе линейных матричных неравенств / Д.В. Баландин, М.М. Коган // Автоматика и телемеханика. – 2007. – №3. – С. 3–18.

4. Баландин Д.В. Синтез оптимальных линейно – квадратичных законов управления на основе линейных матричных неравенств / Д.В. Баландин, М.М. Коган // Автоматика и телемеханика. – 2007. – № 3. – С. – 3 – 18.
5. Gadewadikar J. Aircraft Flight Controller Tracking Design Using H-Infinity Static Output-Feedback / J. Gadewadikar, F. Lewis // Transactions of the Institute of Measurement and Control.– 2006.–Vol. 28.– No.8.– pp. 429 – 440.
6. McLean D. Automatic Flight Control Systems / D. McLean. Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs.– 1990.– 593 p
7. Tunik A.A. An LM-Design of Flight Control System with Fuzzy Controllers / A.A. Tunik, М.М. Комнатська // Інформаційні системи, механіка, керування. – 2010. – Випуск 5. – С. 119–129.
8. Tunik A.A. Static Output Feedback Design for Flight Control System Combined with Fuzzy Control under LMI Approach / A.A. Tunik, М.М. Комнатська, А.М. Клипа // Methods and Systems of Navigation and Motion Control : 1-st International Conference, 13–16 October 2010 : Proceedings.– Kyiv, 2010.– P. 10–14.
9. Basanets O.P. LMI - Based Static Output Feedback Design for Rotating Solid Body / O.P. Basanets, A.A. Tunik, М.М. Комнатська // I-st intern.Conf. Methods and Systems of Navigation and Motion Control. – Kyiv. – P. 88–90.
10. Syrmos V.L. Static Output Feedback: A Survey / V.L. Syrmos, С.Т. Abdallah , P. Dorato K. Grigoriadis // Automatica. – 1997. – Vol. 33. – P. 125–137.
11. Ghaoui L. E. A cone Complementary Linearization Algorithm for Static Output-Feedback and Related Problems / L. E. Ghaoui, F. Oustry and M. AitRami // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1997. – Vol. 42. – №.8.– P. 1171–1176.
12. Stevens Brian L. Aircraft Control and Simulation / Brian L. Stevens, Frank F. Lewis.– [2nd ed.]. – John Wiley & Sons Inc., 2003. – 665 p.
13. Schram G. Fuzzy Logic Control / G. Schram, U. Kaymak H.B. Verbruggen // Robust Flight Control: A Design Challenge: editors Jean-Francois Magni, Samir Bennani, and Jan Terlouw. – London U.K.: Springer-Verlag. – 1997. – P. 135–147.
14. Verbruggen H. B. Fuzzy Algorithms for Control / H.B. Verbruggen, H.J. Zimmermann, R. Babuska // Kluwer Academic Publishers, Boston, London. – 1999. – 349 p.
15. Tanaka K. Fuzzy Control System Design and Analysis, A Linear Matrix Inequality Approach / K. Tanaka, H.O. Wang. – New York: John Wiley& Sons, Inc, 2001. – 305p.
16. Tanaka T. Stability Analysis and Design of Fuzzy Control Systems / T. Tanaka, M. Sugeno // Fuzzy Sets and Systems. – 1992. – Vol.45. – №2. – P. 135–156.
17. Заде Л.А. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений / Л.А. Заде. – М.: Мир, 1976. – 165 с.
18. Комнацька М. Структурно – параметричний синтез систем управління польотом з елементами нечіткої логіки: дис. кандидата техн. наук: 05.13.03 / Марта Миколаївна Комнацька. – К., 2011. – 288 с.

Статью представлено в редакцію 20.04.2015