УДК 621.396.96 (045)

Голубничий А.Г., к.т.н.

КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ СВОЙСТВА ОБОБЩЁННЫХ БИНАРНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ БАРКЕРА

Национальный авиационный университет

a.holubnychyi@nau.edu.ua

Исследованы и представлены корреляционные свойства (автокорреляционные функции) обобщённых бинарных последовательностей Баркера, правила кодирования и структура которых были предложены и проанализированы автором в предыдущих публикациях

Ключевые слова: последовательности Баркера, обработка сигналов

Введение

В некоторых типах телекоммуникационных, радиолокационных и навигационных систем используются сигнально-кодовые конструкции, наиболее важными свойствами, которых являются корреляционные свойства (корреляционные функции), потому что они определяют как принцип организации системы, так и её характеристики. Примерами таких сигнально-кодовых конструкций и систем являются последовательности Баркера (важны свойства автокорреляционной функции; используются в радиолокационной системе ASR-22/AL, телекоммуникационной системе IEEE 802.11), M-последовательности (важны свойства периодической автокорреляционной функции; используются в навигационной системе ГЛОНАСС), коды Уолша (важны свойства взаимнокорреляционной функции; используются в телекоммуникационных системах CDMA), коды Голда (важны свойства периодической взаимнокорреляционной функции; используются в навигационной системе GPS).

По результатам проведения исследований в области сигнально-кодовых конструкций с оптимальными свойствами автокорреляционной функции (минимальный уровень боковых лепестков) опубликована статья [1], в которой предложен новый тип последовательностей “Обобщённые бинарные последовательности Баркера” (ОБПБ), описан синтез и проанализирована структура ОБПБ.

В этой статье представлены результаты дальнейших исследований, посвящённые их корреляционным свойствам.

Постановка задачи

Целью статьи является представление в аналитической форме автокорреляционных функций (АКФ) ОБПБ и дальнейший анализ этих АКФ.

АКФ ОБПБ типа 1

К ОБПБ типа 1 (подтипы А и В) относятся последовательности длины $N = 4k$, $k = 1,2,3,\ldots$, элементы которых определяются правилом кодирования (1) [1].

$$a_i = \begin{cases} -1, & i = 1; \\ (-1)^m, & i = 2m+1; \\ (-1)^n a_{2n-1}, & i = 2n; \\ \begin{cases} a_{2n}, & \text{для п/т А}; \\ -a_{2n}, & \text{для п/т В}; \end{cases} & i = N+1-2n; \\ \begin{cases} -a_{2n-1}, & \text{для п/т А}; \\ a_{2n-1}, & \text{для п/т В}; \end{cases} & i = N+2-2n; \\ m = \overline{1,(N/4-1)}; \; n = \overline{1,N/4}. & \end{cases} \tag{1}$$

АКФ ОБПБ типа 1 может быть аналитически представлена выражением (3).

В табл. 1 показаны ОБПБ типа 1 для $N = 4$; 8; 12; 16; 20; 24; 28; 32, которые получены с использованием правила кодирования (1), а в табл. 2 – значения АКФ этих ОБПБ, которые получены с использованием аналитической формы (3); эти значения совпадают со значениями, рассчитанными по формуле для расчёта АКФ произвольной последовательности (2).

$$R(\tau) = \sum_{j=1+\tau}^{N} a_j a_{j-\tau} \, . \tag{2}$$

$$R(\tau)=\begin{cases}
N, \quad \tau=0;\\
N-16, \quad \tau=4; \quad N>8;\\
0, \quad \tau=4p-2, \quad p=\overline{1,\frac{N}{4}}; \ \vee \ \tau=4r, \quad r=\begin{cases}\overline{\frac{N}{8},\frac{N}{4}}, & N\equiv 0 \pmod 8;\\ \overline{\left(\frac{N+4}{8}\right),\frac{N}{4}}, & N\equiv 4 \pmod 8;\end{cases}\\
N-16-8q, \quad \tau=4(q+1), \quad q=\begin{cases}\overline{1,\left(\frac{N}{8}-2\right)}, & N\equiv 0 \pmod 8;\\ \overline{1,\left(\frac{N-12}{8}\right)}, & N\equiv 4 \pmod 8;\end{cases} \quad N>16;\\
\begin{cases}4s-3, & \text{для п/т A};\\ -(4s-3), & \text{для п/т B};\end{cases} \quad \tau=4s-3, \quad s=\begin{cases}\overline{1,\frac{N}{8}}, & N\equiv 0 \pmod 8;\\ \overline{1,\left(\frac{N-4}{8}\right)}, & N\equiv 4 \pmod 8;\end{cases} \quad N>4;\\
\begin{cases}\frac{N}{2}-5-4t, & \text{для п/т A};\\ -\left(\frac{N}{2}-5-4t\right), & \text{для п/т B};\end{cases} \quad \tau=\frac{N}{2}-3+4t, \ t=\overline{1,\left(\frac{N}{8}-1\right)}, \ N\equiv 0 \pmod 8; \ N>8;\\
\begin{cases}\frac{N}{2}-5, & \text{для п/т A};\\ -\left(\frac{N}{2}-5\right), & \text{для п/т B};\end{cases} \quad \tau=\frac{N}{2}-1, \quad N\equiv 4 \pmod 8; \quad N>4;\\
\begin{cases}\frac{N}{2}-7-4u, & \text{для п/т A};\\ -\left(\frac{N}{2}-7-4u\right), & \text{для п/т B};\end{cases} \quad \tau=\frac{N}{2}-1+4u, \ u=\overline{1,\left(\frac{N-12}{8}\right)}, \ N\equiv 4 \pmod 8; \ N>12;\\
\begin{cases}-3, & \text{для п/т A};\\ 3, & \text{для п/т B};\end{cases} \quad \tau=\frac{N}{2}-1, \quad N\equiv 0 \pmod 8;\\
\begin{cases}1, & \text{для п/т A};\\ -1, & \text{для п/т B};\end{cases} \quad \tau=4v-1, \quad v=\begin{cases}\overline{1,\left(\frac{N}{8}-1\right)}, & N\equiv 0 \pmod 8;\\ \overline{1,\left(\frac{N-4}{8}\right)}, & N\equiv 4 \pmod 8;\end{cases} \quad N>8;\\
\begin{cases}-1, & \text{для п/т A};\\ 1, & \text{для п/т B};\end{cases} \tau=N+3-4w, \ w=\begin{cases}\overline{1,\frac{N}{8}}, & N\equiv 0 \pmod 8;\\ \overline{1,\left(\frac{N+4}{8}\right)}, & N\equiv 4 \pmod 8;\end{cases} \vee \ \tau=N-3; \ N>4;\\
1, \quad \tau=1; \quad N=4.
\end{cases} \tag{3}$$

Таблица 1. ОБПБ типа 1 для N = 4; 8; 12; 16; 20; 24; 28; 32

N	Подтип	Последовательность																															
4	A	-1	1	1	1	←“классические” последовательности Баркера																											
	B	-1	1	-1	-1																												
8	A	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1																								
	B	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1																								
12	A	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1																				
	B	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1																				
16	A	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1																
	B	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1																
20	A	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1												
	B	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1												
24	A	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1								
	B	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1								
28	A	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1				
	B	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1				
32	A	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1
	B	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1

Таблица 2. АКФ ОБПБ типа 1 для N = 4; 8; 12; 16; 20; 24; 28; 32

τ ↓	N															
	4		8		12		16		20		24		28		32	
Подтип →	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B
0	4		8		12		16		20		24		28		32	
1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1
2	0		0		0		0		0		0		0		0	
3	-1	1	-3	3	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1
4	0		0		-4		0		4		8		12		16	
5			-1	1	1	-1	5	-5	5	-5	5	-5	5	-5	5	-5
6			0		0		0		0		0		0		0	
7			-1	1	-1	1	-3	3	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1
8			0		0		0		-4		0		4		8	
9					-1	1	-1	1	5	-5	9	-9	9	-9	9	-9
10					0		0		0		0		0		0	
11					-1	1	-1	1	-1	1	-3	3	1	-1	1	-1
12					0		0		0		0		-4		0	
13							-1	1	-1	1	3	-3	9	-9	13	-13
14							0		0		0		0		0	
15							-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-3	3
16							0		0		0		0		0	
17									-1	1	-1	1	3	-3	7	-7
18									0		0		0		0	
19									-1	1	-1	1	-1	1	-1	1
20									0		0		0		0	
21											-1	1	-1	1	3	-3
22											0		0		0	
23											-1	1	-1	1	-1	1
24											0		0		0	
25													-1	1	-1	1
26													0		0	
27													-1	1	-1	1
28													0		0	
29															-1	1
30															0	
31															-1	1
32															0	

Аналитическое выражение для АКФ ОБПБ типа 1 (3) было получено путём структурно-логического анализа (структур АКФ) с использованием математического аппарата теории чисел (сравнения по модулю натуральных чисел, вычеты).

Корректность аналитического выражения для АКФ (3), соответствие значений АКФ, рассчитанных по формуле (3) значениям АКФ, рассчитанным по формуле (2), подтверждаются результатами компьютерного моделирования ОБПБ типа 1 для всех $N \le 400$ ($k = \overline{1,100}$), а также выборочно для $N = 1092$ ($k = 273$), $N = 2316$ ($k = 579$) и $N = 29568$ ($k = 7392$).

Анализ АКФ ОБПБ типа 1 позволяет сделать следующие выводы:

1) АКФ имеет "гребенчатую" структуру (большие и малые значения боковых лепестков периодически повторяются);

2) АКФ последовательностей разных подтипов (А и В) отличаются между собой знаком боковых лепестков (при их одинаковой абсолютной величине) при нечётных значениях τ; при чётных значениях τ значения боковых лепестков АКФ последовательностей разных подтипов совпадают;

3) основной лепесток АКФ $R(0) = N$ отделён от первого большого по значению бокового лепестка АКФ $R(4) = N - 16$ боковыми лепестками с низким значением АКФ (0 или ±1);

4) большие по значению боковые лепестки АКФ сконцентрированы между нулевыми боковыми лепестками, которые расположены при $\tau = 4p - 2$, $p = \overline{1, N/4}$.

Выводы 3) и 4) могут иметь важное практическое значение при использовании ОБПБ типа 1 в системах обнаружения сигналов, которые для принятия решений используют значения АКФ сигнала (результаты согласованной фильтрации).

АКФ ОБПБ типа 2

К ОБПБ типа 2 относятся последовательности длины $N = 4k - 1$, $k = 1,2,3,...$, элементы которых определяются в соответствии с правилом кодирования (4) [1].

$$a_i = \begin{cases} -1, & i = 1; \\ (-1)^m, & i = 2m+1; \\ (-1)^n a_{2n-1}, & i = 2n; \\ a_{2m}, & i = N+1-2m; \\ -a_{2m+1}, & i = N-2m; \\ -a_1, & i = N; \\ m = \overline{1, \left(\frac{N+1}{4} - 1\right)}; \\ n = \overline{1, \left(\frac{N+1}{4}\right)}. \end{cases} \tag{4}$$

АКФ ОБПБ типа 2 может быть представлена в аналитической форме выражением (5).

$$R(\tau) = \begin{cases} N, \quad \tau = 0; \\ 0, \quad \tau = 1 + 2m, \quad m = \overline{0, \left(\frac{N-1}{2}\right)}; \\ -1, \quad \tau = 2 + 4p, \quad p = \overline{0, \left(\frac{N-3}{4}\right)}; \\ -1, \quad \tau = N - 3 \ \vee \ \tau = N - 7; \ \tau > 0; \\ N - 12, \quad \tau = 4; \quad N \ge 15; \\ N - 12 - 4s, \quad \tau = 4(s+1), \quad s = \overline{1, \left(\frac{N-15}{4}\right)}; \quad N \ge 19. \end{cases} \tag{5}$$

В табл. 3 показаны ОБПБ типа 2 для N = 3; 7; 11; 15; 19; 23; 27; 31; 35, которые получены с использованием правила кодирования (4), а в табл. 4 – значения АКФ этих ОБПБ, которые получены с использованием аналитической формы (5); эти значения совпадают со значениями, рассчитанными по формуле расчёта АКФ (2).

Таблица 3. ОБПБ типа 2 для N = 3; 7; 11; 15; 19; 23; 27; 31; 35

N	Последовательность
3	-1 1 1 ←“классическая” последовательность Баркера
7	-1 1 -1 -1 1 1 1 ←“классическая” последовательность Баркера
11	-1 1 -1 -1 1 -1 -1 -1 1 1 1 ←“классическая” последовательность Баркера
15	-1 1 -1 -1 1 -1 -1 -1 1 -1 -1 -1 1 1 1
19	-1 1 -1 -1 1 -1 -1 -1 1 -1 -1 -1 1 -1 -1 -1 1 1 1
23	-1 1 -1 -1 1 -1 -1 -1 1 -1 -1 -1 1 -1 -1 -1 1 -1 -1 -1 1 1 1
27	-1 1 -1 -1 1 -1 -1 -1 1 -1 -1 -1 1 -1 -1 -1 1 -1 -1 -1 1 -1 -1 -1 1 1 1
31	-1 1 -1 -1 1 -1 -1 -1 1 -1 -1 -1 1 -1 -1 -1 1 -1 -1 -1 1 -1 -1 -1 1 -1 -1 -1 1 1 1
35	-1 1 -1 -1 1 -1 -1 -1 1 -1 -1 -1 1 -1 -1 -1 1 -1 -1 -1 1 -1 -1 -1 1 -1 -1 -1 1 -1 -1 -1 1 1 1

Таблица 4. АКФ ОБПБ типа 2 для N = 3; 7; 11; 15; 19; 23; 27; 31; 35

τ ↓	N								
	3	7	11	15	19	23	27	31	35
0	3	7	11	15	19	23	27	31	35
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4		-1	-1	3	7	11	15	19	23
5		0	0	0	0	0	0	0	0
6		-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
7		0	0	0	0	0	0	0	0
8			-1	-1	3	7	11	15	19
9			0	0	0	0	0	0	0
10			-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
11			0	0	0	0	0	0	0
12				-1	-1	3	7	11	15
13				0	0	0	0	0	0
14				-1	-1	-1	-1	-1	-1
15				0	0	0	0	0	0
16					-1	-1	3	7	11
17					0	0	0	0	0
18					-1	-1	-1	-1	-1
19					0	0	0	0	0
20						-1	-1	3	7
21						0	0	0	0
22						-1	-1	-1	-1
23						0	0	0	0
24							-1	-1	3
25							0	0	0
26							-1	-1	-1
27							0	0	0
28								-1	-1
29								0	0
30								-1	-1
31								0	0
32									-1
33									0
34									-1
35									0

Аналитическое выражение для АКФ ОБПБ типа 2 (5) было получено путём использования тех же методов, что и аналитическое выражение для АКФ ОБПБ типа 1 (структурно-логический анализ с использованием математического аппарата теории чисел).

Корректность аналитического выражения для АКФ (5), соответствие значений АКФ, рассчитанных по формуле (5) значениям АКФ, рассчитанным по формуле (2), подтверждаются результатами компьютерного моделирования ОБПБ типа 2 для всех $N \le 399$ ($k = \overline{1,100}$), а также выборочно для $N = 1091$ ($k = 273$), $N = 2315$ ($k = 579$) и $N = 29567$ ($k = 7392$).

Анализ АКФ ОБПБ типа 2 позволяет сделать следующие выводы:

1) АКФ имеет "гребенчатую" структуру (большие и малые значения боковых лепестков периодически повторяются);

2) основной лепесток АКФ $R(0) = N$ отделён от первого большого по значению бокового лепестка АКФ $R(4) = N-12$ ($N > 11$) боковыми лепестками с низким значением АКФ (0 или –1);

3) в целом, большие по значению боковые лепестки АКФ находятся при значениях τ, кратных 4 и отделены друг от друга боковыми лепестками с низким значением АКФ (0 или –1).

Выводы 2) и 3), как и в случае ОБПБ типа 1, могут иметь важное практическое значение при использовании ОБПБ типа 2 в системах обнаружения сигналов, которые для принятия решений используют значения АКФ сигнала.

АКФ ОБПБ типа 3

К ОБПБ типа 3 (подтипы А и В) относятся последовательности длины $N = 4k + 1$, $k = 1,2,3,...$, элементы которых определяются в соответствии с правилом кодирования (6) [1].

$$a_i = \begin{cases} -1, & i = 1;\ 2m+1;\ N; \\ -a_{2m-1}, & i = 2m; \\ \begin{cases} 1, & \text{для п/т А}; \\ -1, & \text{для п/т В}; \end{cases} & i = \dfrac{N-1}{2}; \\ \begin{cases} -1, & \text{для п/т А}; \\ 1, & \text{для п/т В}; \end{cases} & i = \dfrac{N+1}{2}; \dfrac{N+3}{2}; \\ -a_{2m}, & i = N+1-2m; \\ a_{2m+1}, & i = N-2m; \\ m = \overline{1,\left(\dfrac{N-5}{4}\right)}. \end{cases} \qquad (6)$$

АКФ ОБПБ типа 3 может быть представлена в аналитической форме выражением (7).

$$R(\tau) = \begin{cases} N, \quad \tau = 0; \\ 0, \quad \tau = 1 + 2m, \quad m = \overline{0,\left(\dfrac{N-1}{2}\right)}; \\ 1, \quad \tau = \dfrac{N-1}{2} + 2p, \quad p = \overline{0,\left(\dfrac{N-1}{4}\right)} \left(\begin{matrix} \text{кроме случая} \\ N = 5,\, p = 0, \text{подтип В} \end{matrix}\right); \\ N - 4s, \quad \tau = 2s, \quad s = \overline{1,\left(\dfrac{N-5}{4}\right)}; \quad N \ge 9 \ \text{– для подтипа А}; \\ \begin{cases} N-12, & N \ge 9 \\ -3, & N = 5 \end{cases}, \quad \tau = 2 \ \text{– для подтипа В}; \\ N - 12 - 4n, \quad \tau = 4 + 2n, \quad n = \overline{0,\left(\dfrac{N-13}{4}\right)}; \quad N \ge 13 \ \text{– для подтипа В}. \end{cases} \qquad (7)$$

В табл. 5 показаны ОБПБ типа 2 для $N = 5;\ 9;\ 13;\ 17;\ 21;\ 25;\ 29;\ 33$, которые получены с использованием правила кодирования (6), а в табл. 6 – значения АКФ этих ОБПБ, которые получены с использованием аналитической формы (7); эти значения совпадают со значениями, рассчитанными по формуле расчёта АКФ (2).

Аналитическое выражение для АКФ ОБПБ типа 3 (7) было получено путём использования тех же методов, что и аналитическое выражение для АКФ ОБПБ типа 1 и типа 2 (структурно-логический анализ с использованием математического аппарата теории чисел).

Таблица 5. ОБПБ типа 3 для N = 5; 9; 13; 17; 21; 25; 29; 33

N	Подтип	Последовательность
5	A	-1 1 -1 -1 -1 ←“классическая” последовательность Баркера
	B	-1 -1 1 1 -1
9	A	-1 1 -1 1 -1 -1 -1 -1 -1
	B	-1 1 -1 -1 1 1 -1 -1 -1
13	A	-1 1 -1 1 -1 1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1
	B	-1 1 -1 1 -1 -1 1 1 -1 -1 -1 -1 -1 ←“классическая” последовательность Баркера
17	A	-1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1
	B	-1 1 -1 1 -1 1 -1 -1 1 1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1
21	A	-1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1
	B	-1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 -1 1 1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1
25	A	-1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1
	B	-1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 -1 1 1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1
29	A	-1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1
	B	-1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 -1 1 1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1
33	A	-1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1
	B	-1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 -1 1 1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1

Таблица 6. АКФ ОБПБ типа 3 для N = 5; 9; 13; 17; 21; 25; 29; 33

<table>
<tr><td rowspan="2">τ ↓</td><td colspan="16">N</td></tr>
<tr><td colspan="2">5</td><td colspan="2">9</td><td colspan="2">13</td><td colspan="2">17</td><td colspan="2">21</td><td colspan="2">25</td><td colspan="2">29</td><td colspan="2">33</td></tr>
<tr><td>Подтип →</td><td>A</td><td>B</td><td>A</td><td>B</td><td>A</td><td>B</td><td>A</td><td>B</td><td>A</td><td>B</td><td>A</td><td>B</td><td>A</td><td>B</td><td>A</td><td>B</td></tr>
<tr><td>0</td><td colspan="2">5</td><td colspan="2">9</td><td colspan="2">13</td><td colspan="2">17</td><td colspan="2">21</td><td colspan="2">25</td><td colspan="2">29</td><td colspan="2">33</td></tr>
<tr><td>1</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td></tr>
<tr><td>2</td><td>1</td><td>-3</td><td>5</td><td>-3</td><td>9</td><td>1</td><td>13</td><td>5</td><td>17</td><td>9</td><td>21</td><td>13</td><td>25</td><td>17</td><td>29</td><td>21</td></tr>
<tr><td>3</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td></tr>
<tr><td>4</td><td colspan="2">1</td><td colspan="2">1</td><td>5</td><td>1</td><td>9</td><td>5</td><td>13</td><td>9</td><td>17</td><td>13</td><td>21</td><td>17</td><td>25</td><td>21</td></tr>
<tr><td>5</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td></tr>
<tr><td>6</td><td colspan="2"></td><td colspan="2">1</td><td colspan="2">1</td><td>5</td><td>1</td><td>9</td><td>5</td><td>13</td><td>9</td><td>17</td><td>13</td><td>21</td><td>17</td></tr>
<tr><td>7</td><td colspan="2"></td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td></tr>
<tr><td>8</td><td colspan="2"></td><td colspan="2">1</td><td colspan="2">1</td><td colspan="2">1</td><td>5</td><td>1</td><td>9</td><td>5</td><td>13</td><td>9</td><td>17</td><td>13</td></tr>
<tr><td>9</td><td colspan="2"></td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td></tr>
<tr><td>10</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2">1</td><td colspan="2">1</td><td colspan="2">1</td><td>5</td><td>1</td><td>9</td><td>5</td><td>13</td><td>9</td></tr>
<tr><td>11</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td></tr>
<tr><td>12</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2">1</td><td colspan="2">1</td><td colspan="2">1</td><td colspan="2">1</td><td>5</td><td>1</td><td>9</td><td>5</td></tr>
<tr><td>13</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td></tr>
<tr><td>14</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2">1</td><td colspan="2">1</td><td colspan="2">1</td><td colspan="2">1</td><td>5</td><td>1</td></tr>
<tr><td>15</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td></tr>
<tr><td>16</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2">1</td><td colspan="2">1</td><td colspan="2">1</td><td colspan="2">1</td><td colspan="2">1</td></tr>
<tr><td>17</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td></tr>
<tr><td>18</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2">1</td><td colspan="2">1</td><td colspan="2">1</td><td colspan="2">1</td></tr>
<tr><td>19</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td></tr>
<tr><td>20</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2">1</td><td colspan="2">1</td><td colspan="2">1</td><td colspan="2">1</td></tr>
<tr><td>21</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td></tr>
<tr><td>22</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2">1</td><td colspan="2">1</td><td colspan="2">1</td></tr>
<tr><td>23</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td></tr>
<tr><td>24</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2">1</td><td colspan="2">1</td><td colspan="2">1</td></tr>
<tr><td>25</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td></tr>
<tr><td>26</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2">1</td><td colspan="2">1</td></tr>
<tr><td>27</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td></tr>
<tr><td>28</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2">1</td><td colspan="2">1</td></tr>
<tr><td>29</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td></tr>
<tr><td>30</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2">1</td></tr>
<tr><td>31</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2">0</td></tr>
<tr><td>32</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2">1</td></tr>
<tr><td>33</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2">0</td></tr>
</table>

Корректность аналитического выражения для АКФ (7), соответствие значений АКФ, рассчитанных по формуле (7) значениям АКФ, рассчитанным по формуле (2), подтверждаются результатами компьютерного моделирования ОБПБ типа 3 для всех $N \leq 401$ ($k = \overline{1,100}$), а также выборочно для $N = 1093$ ($k = 273$), $N = 2317$ ($k = 579$) и $N = 29569$ ($k = 7392$).

Анализ АКФ ОБПБ типа 3 позволяет сделать следующие выводы:

1) АКФ имеет "гребенчатую" структуру (большие и малые значения боковых лепестков периодически повторяются);

2) основной лепесток АКФ $R(0) = N$ отделён от первого большого по значению бокового лепестка АКФ

$$R(2) = \begin{cases} N - 4, & \text{для подтипа A} \\ N - 12, & \text{для подтипа B} \end{cases} \quad (N \geq 9)$$

нулевым боковым лепестком;

3) в целом, большие по значению боковые лепестки АКФ находятся при чётных значениях τ и отделены друг от друга нулевыми боковыми лепестками, которые находятся при нечётных значениях τ.

Выводы 2) и 3), как и в случае ОБПБ типа 1 и типа 2, могут иметь важное практическое значение при использовании ОБПБ типа 3 в системах обнаружения сигналов, которые для принятия решений используют результаты согласованной фильтрации.

В табл. 1, 3 и 5 отмечены "классические" бинарные последовательности Баркера для N = 3; 4; 5; 7; 11; 13 [2, с. 108]. Случай $N = 2$, в отличие от его отдельного рассмотрения в [1] как ОБПБ типа 1, не был включён в систему математических выражений для АКФ как тривиальный и имеющий частный характер. Следует отметить, что к подобному случаю также может быть отнесён случай "последовательности Баркера" $N = 1$, который в соответствии со структурными закономерностями ОБПБ, проанализированными в [1], может интерпретироваться как ОБПБ типа 2 ($a_1 = 1$), формально имеющая в своей структуре только середину, или как ОБПБ типа 3 ($a_1 = -1$), формально не имеющая в своей структуре середины.

Выводы и перспективы дальнейших исследований

Получены, систематизированы и представлены в аналитической форме АКФ последовательностей типа "Обобщённые бинарные последовательности Баркера", выполнен их анализ, обобщённые результаты которого для АКФ всех типов ОБПБ заключаются в следующем:

1) основной лепесток АКФ отделён от ближайшего большого по значению бокового лепестка одним или несколькими боковыми лепестками с нулевым или единичным (±1) значением;

2) АКФ имеет гребенчатую структуру, в которой большие по значению боковые лепестки отделены друг от друга одним или несколькими боковыми лепестками с нулевым или единичным (±1) значением.

Такие корреляционные свойства ОБПБ подтверждают их "обобщённость" с точки зрения структур АКФ (в [1] была показана "обобщённость" с точки зрения структур самих последовательностей), а также имеют важное практическое значение при использовании ОБПБ в системах обнаружения сигналов, которые для принятия решений используют значения АКФ сигнала (результаты согласованной фильтрации).

Дальнейшие исследования заключаются в синтезе оптимальных (по критерию точности обнаружения сигналов) систем ОБПБ и способов их обработки.

Список литературы

1. Голубничий А.Г. Правила кодирования и структура обобщённых бинарных последовательностей Баркера / А.Г. Голубничий // Проблеми інформатизації та управління. – 2013. – № 4 (44). – С. 20–26.

2. Бабак В.П. Детерміновані сигнали і спектри: [навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл.] / В.П. Бабак, А.Я. Білецький; [пер. з рос.]. – К.: Техніка, 2003. – 455 с.

Статью представлено в редакцию 28.04.2015