УДК 656.7.071: 656.7.052.002.5 (045)

Соломенцев О.В., д.т.н.,
Заліський М.Ю., к.т.н.,
Герасименко Т.С.

АНАЛІЗ ПРОЦЕСУ ПОГІРШЕННЯ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ РАДІОТЕХНІЧНИХ ЗАСОБІВ

Національний авіаційний університет

arec@nau.edu.ua

Розглянуто процедуру статистичної обробки даних щодо оцінювання параметрів процесу погіршення технічного стану радіотехнічних засобів у відповідних системах їх експлуатації. Проведено аналіз запропонованої процедури шляхом аналітичних розрахунків та математичного моделювання процесу оцінювання

Ключові слова: радіотехнічне забезпечення польотів, надійність, система експлуатації

Вступ

Безпека та регулярність польотів повітряних суден цивільної авіації визначається комплексним застосуванням різних ресурсів у частині підготовки повітряних суден до польотів, радіотехнічного забезпечення польотів (РТЗП) наземними засобами зв'язку, навігації та спостереження, диспетчерського обслуговування, а також у частині використання технічних засобів служби авіаційної безпеки.

Рівень надійності та стабільності функціонування засобів РТЗП забезпечується системою їх експлуатації (СЕ) та впливає на числові значення ризиків аеронавігаційного обслуговування.

Постановка завдання

Система експлуатації реалізує комплекс керуючих впливів щодо засобів РТЗП. Технічний стан цих засобів обумовлений конкретними реалізаціями визначальних параметрів, які у загальному випадку є випадковими процесами.

Досвід експлуатації засобів РТЗП показує, що часові реалізації визначальних параметрів (ВП) мають інтервали нестаціонарності та квазістаціонарності, на яких параметри розподілів є невідомим, але незмінними. Нестаціонарність обумовлюється раптовими та поступовими відмовами, зміною умов експлуатації, нестабільністю мереж живлення засобів РТЗП, людським фактором тощо.

У загальному випадку аналіз таких нестаціонарних процесів пов'язаний з вирішення певного класу задач, які в радіотехнічних сферах отримали назву задач щодо дослідження «розладок» [1]. При цьому визначають моменти виникнення розладок, параметри статистичних розподілів випадкових процесів після виникнення розладок, виконують класифікацію моделі розладок тощо. Такі задачі виникають під час радіолокаційного виявлення цілей та їх супроводження, отримання та обробки сигналів у телеметричних системах, під час передачі потоків даних у телекомунікаційних мережах, у процесі моніторингу техніко-економічних даних.

Аналіз публікацій [2–8] у сфері розробки та модернізації систем експлуатації показує, що питанням статистичної обробки нестаціонарних випадкових змін ВП засобів РТЗП у СЕ приділяється недостатньо уваги. Це може призвести до погіршення рівня ефективності СЕ та негативно вплинути на ризики аеронавігаційного обслуговування.

Тому розглянемо задачу синтезу та аналізу процедур обробки нестаціонарних процесів зміни ВП на прикладі процесу продовження ресурсу засобу РТЗП.

Основна частина

Процес продовження ресурсу є одним із процесів експлуатації. Він має місце кожного разу, коли необхідно прийняти рішення щодо можливості подальшого використання за призначенням технічного засобу, проведення планового ремонту або його зняття з експлуатації.

Процедура розрахунку та оцінювання визначальних параметрів для здійснення продовження ресурсу засобів РТЗП України наведена у [9]. Однак ця процедура не є оптимальною з точки зору виявлення моменту погіршення технічного стану конкретного засобу.

Процес погіршення технічного стану пов’язаний зі зміною ВП.

Для засобів РТЗП визначальними параметрами можуть бути: потужність передавача, чутливість приймача, нестабільність частоти, коефіцієнт глибини амплітудної модуляції тощо.

У загальному випадку зміни ВП у часі призводять до змін параметрів надійності (ПН).

До параметрів надійності відносять: середнє напрацювання на відмову (інтенсивність відмов), середній час (інтенсивність) відновлення, коефіцієнт готовності, коефіцієнт технічного використання, гамма-процентний коефіцієнт надійності тощо.

Під час керування технічним станом засобів РТЗП та інших складових СЕ здійснюється всеохоплюючий моніторинг відповідних показників у вигляді ВП, ПН та інших.

Досвід експлуатації засобів РТЗП показує, що у разі наявності нестаціонарності показники моніторингу (ПМ) можна представити наступними моделями:

1. Стрибкоподібна

$$\text{ПМ}(t) = y(t) + x(t)h(t - t_0),$$

де $\text{ПМ}(t)$ – зміна у часі показника моніторингу; $y(t)$ – функція, що характеризує показник моніторингу до початку погіршення його технічного стану; $x(t)$ – функція, що характеризує зміни у статистичних характеристиках ПМ після початку погіршення його технічного стану; $h(t - t_0)$ – функція Хевісайда; t_0 – момент початку погіршення технічного стану.

2. Лінійна

$$\text{ПМ}(t) = y(t) + (a(t - t_0) + by(t))h(t - t_0),$$

де a – кутовий коефіцієнт зміни математичного сподівання ПМ під час погіршення технічного стану; b – масштабний коефіцієнт зміни дисперсій ПМ під час погіршення технічного стану.

3. Квадратична

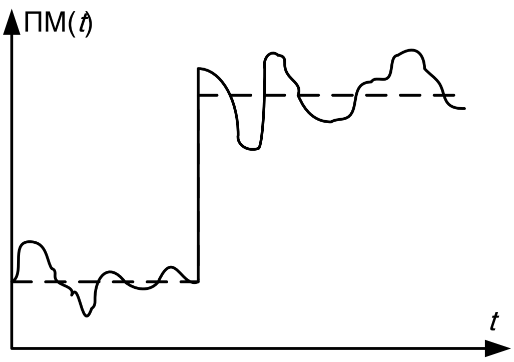
$$\text{ПМ}(t) = y(t) + (a(t - t_0)^2 + by(t))h(t - t_0),$$

де a – квадратичний коефіцієнт зміни математичного сподівання ПМ під час погіршення технічного стану;

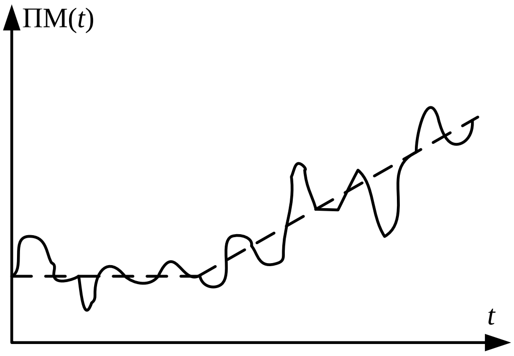
Можливі також більш складні варіанти моделей погіршення технічного стану: 1) моделі, що описуються складними функціями; 2) моделі, у яких коефіцієнти a та b є функціями часу; 3) суміші наведених вище моделей.

Приклади реалізацій ПМ для наведених варіантів моделей показані на рис. 1.

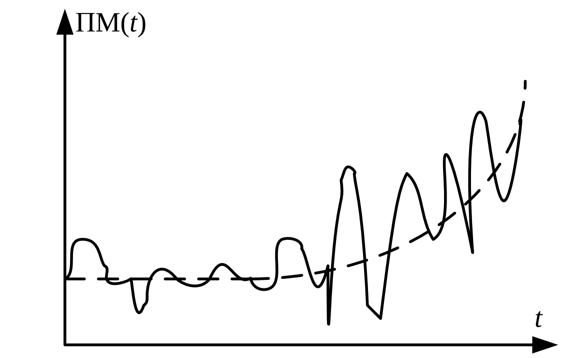
Зазвичай, для опису надійнісних характеристик радіотехнічних засобів використовують експоненціальний закон розподілу напрацювань до відмови.



а) стрибкоподібна модель



б) лінійна модель



в) квадратична модель

Рис. 1. Приклади реалізацій ПМ

Розглянемо випадок, коли ПМ є інтенсивність відмов засобу РТЗП. Вимірюваними параметрами при цьому є напрацювання до відмови. Модель погіршення технічного стану – стрибкоподібна.

Будемо вважати, що статистичні дані, подані на інтервалі спостереження, характеризуються двома експоненціальними розподілами (розподілом $f_1(x)$ до початку погіршення та розподілом $f_2(x)$ після його початку)

$$f_1(x) = \lambda e^{-\lambda x},$$

$$f_2(x) = \alpha\lambda e^{-\alpha\lambda x},$$

де λ – параметр інтенсивності відмов ($\lambda > 0$), α – коефіцієнт погіршення технічного стану ($\alpha > 1$).

Кількість зафіксованих відмов до початку погіршення технічного стану позначимо k, а загальну кількість зафіксованих відмов на інтервалі спостереження – n.

Можливі декілька варіантів розв'язання задачі оцінювання невідомих параметрів цієї моделі (при цьому об'єктивно відомо, що відбувається погіршення технічного стану, тобто $\alpha > 1$):

1) невідомим вважається лише один із трьох параметрів (λ, α або k);

2) параметр інтенсивності відмов є відомим, а α та k – невідомими:

3) всі три параметри є невідомими.

Задачі оцінювання можна вирішувати за допомогою класичних та послідовних методів. Якщо розглядати класичні методи (з фіксованим обсягом вибірки) у рамках параметричного підходу, то розрізняють метод максимальної правдоподібності, метод моментів, метод квантилів, метод найменших квадратів тощо. Далі будемо застосовувати метод максимальної правдоподібності.

Запишемо функцію правдоподібності для прикладу, що розглядається

$$\Lambda(\lambda,\alpha,k) = \prod_{i=1}^{k} f_1(x_i)\prod_{i=k+1}^{n} f_2(x_i) =$$

$$= \prod_{i=1}^{k}\lambda e^{-\lambda x_i}\prod_{i=k+1}^{n}\alpha\lambda e^{-\alpha\lambda x_i} =$$

$$= \lambda^n\alpha^{n-k}e^{-\sum_{i=1}^{k}\lambda x_i - \sum_{i=k+1}^{n}\alpha\lambda x_i} = \lambda^n\alpha^{n-k}e^{-\lambda\left(\sum_{i=1}^{k}x_i + \alpha\sum_{i=k+1}^{n}x_i\right)},$$

де x_i – напрацювання до i-ї відмови засобу РТЗП.

Для вирішення задачі першого типу (коли невідомий лише один параметр) необхідно знайти часткову похідну за відповідним параметром функції правдоподібності, прирівняти її до нуля та вирішити отримане рівняння відносно невідомого параметру (тобто знайти аргумент, для якого маємо максимум функції правдоподібності).

Знайдемо похідну за параметром α, прирівняємо її до нуля та вирішимо отримане рівняння:

$$\frac{d\Lambda(\lambda,\alpha,k)}{d\alpha} = (n-k)\lambda^n\alpha^{n-k-1}e^{-\lambda\left(\sum_{i=1}^{k}x_i + \alpha\sum_{i=k+1}^{n}x_i\right)} -$$

$$-\lambda\left(\sum_{i=k+1}^{n}x_i\right)\lambda^n\alpha^{n-k}e^{-\lambda\left(\sum_{i=1}^{k}x_i + \alpha\sum_{i=k+1}^{n}x_i\right)} = 0.$$

Експоненціальна функція для скінченного значення показника степеню не дорівнює нулю, тому після скорочення отримаємо

$$(n-k)\lambda^n\alpha^{n-k-1} - \lambda^{n+1}\alpha^{n-k}\left(\sum_{i=k+1}^{n}x_i\right) = 0.$$

Звідси оцінка невідомого параметру

$$\alpha = \frac{n-k}{\lambda\sum_{i=k+1}^{n}x_i}.$$

Отже, для формування оцінки невідомого значення стрибка інтенсивності відмов вихідними даними є напрацювання до відмови після моменту погіршення технічного стану засобу РТЗП.

Таким чином, вирішена задача синтезу оцінки параметру стрибка інтенсивності відмов. Оцінка цього параметру є випадковою величиною.

Для вирішення задач аналізу необхідно знайти щільність розподілу ймовірностей цієї оцінки або обмежитися знаходженням її початкових та центральних моментів.

Математичне сподівання оцінки

$$m_1(\alpha)=m_1\left(\frac{n-k}{\lambda\sum\limits_{i=k+1}^{n}x_i}\right)=$$

$$=\frac{n-k}{m_1\left(\lambda\sum\limits_{i=k+1}^{n}x_i\right)}=\frac{n-k}{\lambda m_1\left(\sum\limits_{i=k+1}^{n}x_i\right)}=$$

$$=\frac{n-k}{\lambda\sum\limits_{i=k+1}^{n}m_1(x_i)}.$$

Оскільки розподіл відлікових значень x_i є експоненціальним, то

$$m_1(x_i)=\frac{1}{\alpha\lambda}.$$

Звідси отримуємо

$$m_1(\alpha)=\frac{n-k}{\lambda\sum\limits_{i=k+1}^{n}m_1(x_i)}=$$

$$=\frac{n-k}{\lambda\frac{1}{\alpha\lambda}(n-k-1)}=\alpha\frac{n-k}{n-k-1}.$$

Отже, у загальному випадку оцінка невідомого параметру α є зміщеною. Однак для достатньо великих значень $n-k$ оцінку можна вважати незміщеною.

Дисперсію оцінки невідомого параметру можна знайти, використавши наближену формулу для функції випадкових аргументів [10]. Якщо вважати, що аргументи є незалежними випадковими величинами, то можна записати

$$\mu_2(\alpha)=\sum_{i=k+1}^{n}\left(\left.\frac{\partial\alpha(x_i)}{\partial x_i}\right|_{m_1(x_i)}\right)^2\mu_2(x_i).$$

Тоді

$$\mu_2(\alpha)=\frac{1}{\alpha^2\lambda^2}\sum_{i=k+1}^{n}\left(\frac{\partial\alpha(x_i)}{\partial x_i}\right)^2=$$

$$=\frac{1}{\alpha^2\lambda^2}\sum_{i=k+1}^{n}\left(-\frac{n-k}{\lambda\left(\sum\limits_{i=k+1}^{n}x_i\right)^2}\right)^2=$$

$$=\frac{(n-k)^2}{\alpha^2\lambda^4}\sum_{i=k+1}^{n}\frac{1}{\left(\sum\limits_{i=k+1}^{n}x_i\right)^4}=\frac{(n-k)^2(n-k-1)}{\alpha^2\lambda^4\left(\sum\limits_{i=k+1}^{n}x_i\right)^4}.$$

Для отримання остаточного необхідно перейти від відлікових значень x_i до їх математичних сподівань, тоді

$$\mu_2(\alpha)=\frac{(n-k)^2(n-k-1)}{\alpha^2\lambda^4\left(\frac{n-k-1}{\alpha\lambda}\right)^4}=$$

$$=\frac{\alpha^2(n-k)^2}{(n-k-1)^3}.$$

Зазначимо, що ця формула для дисперсії є наближеною.

Отримаємо вираз для щільності розподілу ймовірностей невідомого параметру α.

Відомо, що сума випадкових величин, кожна з яких розподілена за експоненціальним законом, характеризується гамма-розподілом вигляду [4]

$$f(\beta)=\frac{(\alpha\lambda)^{n-k}}{\Gamma(n-k)}\beta^{n-k-1}e^{-\alpha\lambda\beta},\ \beta>0,$$

де $\Gamma(n-k)=(n-k-1)!$ – повна гамма-функція.

За стандартною методикою перетворення випадкових величин [10] можна знайти щільність розподілу ймовірностей параметру α

$$f(x) = f(\beta(x))\left|\frac{d\beta(x)}{dx}\right|.$$

При цьому обернена функція

$$\beta(x) = \frac{n-k}{\lambda x},$$

а модуль її похідної

$$\left|\frac{d\beta(x)}{dx}\right| = \frac{n-k}{\lambda x^2}.$$

Звідси

$$f(x) = \frac{(n-k)(\alpha\lambda)^{n-k}}{\lambda x^2 \Gamma(n-k)}\left(\frac{n-k}{\lambda x}\right)^{n-k-1} e^{-\alpha\frac{n-k}{x}}.$$

Виконавши спрощення у останньому виразі, отримаємо остаточну формулу

$$f(x) = \frac{(n-k)^{n-k}\alpha^{n-k}}{x^{n-k+1}(n-k-1)!}e^{-\frac{\alpha(n-k)}{x}}.$$

Перевіримо отриманий вираз для $f(x)$ на виконання умови нормування

$$\int_0^\infty f(x)dx = 1.$$

При цьому

$$\int_0^\infty \frac{(n-k)^{n-k}\alpha^{n-k}}{x^{n-k+1}(n-k-1)!}e^{-\frac{\alpha(n-k)}{x}}dx =$$

$$= \int_0^\infty \frac{(n-k)^{n-k}\alpha^{n-k}}{x^{n-k-1}(n-k-1)!}e^{-\frac{\alpha(n-k)}{x}}d\left(\frac{1}{x}\right) =$$

$$= \int_0^\infty \frac{(n-k)^{n-k}\alpha^{n-k}}{(n-k-1)!}t^{n-k-1}e^{-\alpha(n-k)t}dt = 1.$$

Отже, умова нормування виконується.

Знайдемо точні аналітичні вирази для математичного сподівання та дисперсії з отриманої щільності розподілу ймовірностей невідомого параметру α.

Відомо, що математичне сподівання

$$m_1(\alpha) = \int_0^\infty x f(x)dx.$$

Підставивши отриманий вираз для щільності розподілу ймовірностей, використаємо формулу інтегрування частинами та отримаємо

$$m_1(\alpha) = \int_0^\infty \frac{x(n-k)^{n-k}\alpha^{n-k}}{x^{n-k+1}(n-k-1)!}e^{-\frac{\alpha(n-k)}{x}}dx =$$

$$= \int_0^\infty \frac{(n-k)^{n-k}\alpha^{n-k}}{x^{n-k-2}(n-k-1)!}e^{-\frac{\alpha(n-k)}{x}}d\left(\frac{1}{x}\right) =$$

$$= \int_0^\infty \frac{(n-k)^{n-k}\alpha^{n-k}}{(n-k-1)!}t^{n-k-2}e^{-\alpha(n-k)t}dt =$$

$$= \alpha\frac{n-k}{n-k-1}.$$

Як бачимо, ця формула для математичного сподівання збігається з отриманою раніше формулою.

Дисперсія

$$\mu_2(\alpha) = \int_0^\infty x^2 f(x)dx - m_1{}^2(\alpha).$$

Звідси отримаємо

$$\mu_2(\alpha) = \int_0^\infty \frac{x^2(n-k)^{n-k}\alpha^{n-k}}{x^{n-k+1}(n-k-1)!}e^{-\frac{\alpha(n-k)}{x}}dx -$$

$$-m_1{}^2(\alpha) = \int_0^\infty \frac{(n-k)^{n-k}\alpha^{n-k}}{x^{n-k-3}(n-k-1)!}e^{-\frac{\alpha(n-k)}{x}}d\left(\frac{1}{x}\right) -$$

$$-m_1{}^2(\alpha) = \int_0^\infty \frac{(n-k)^{n-k}\alpha^{n-k}}{(n-k-1)!}t^{n-k-3}e^{-\alpha(n-k)t}dt -$$

$$-m_1{}^2(\alpha) = \frac{\alpha^2(n-k)^2}{(n-k-1)(n-k-2)} - m_1{}^2(\alpha) =$$

$$= \frac{\alpha^2(n-k)^2}{(n-k-1)(n-k-2)} - \frac{\alpha^2(n-k)^2}{(n-k-1)^2} =$$

$$= \alpha^2(n-k)^2\frac{n-k-1-n+k+2}{(n-k-1)^2(n-k-2)} =$$

$$= \frac{\alpha^2(n-k)^2}{(n-k-1)^2(n-k-2)}.$$

Отже,

$$\mu_2(\alpha)=\frac{\alpha^2 (n-k)^2}{(n-k-1)^2 (n-k-2)}.$$

Отримана формула не збігається з наближеним виразом, але для достатньо великих обсягів вибірки асимптотично прямує до нього. Процедура оцінювання є ефективною, оскільки при $n-k\to\infty$ дисперсія оцінки прямує до нуля.

Для перевірки правильності отриманих результатів було проведено статистичне моделювання процедури оцінювання невідомого параметру α.

На рис. 2 наведена однократна реалізація випадкових напрацювань до відмови під час розладки показника моніторингу у вигляді інтенсивності відмов. Моделювання провод илось для параметрів: $n=40$, $k=20$, $\alpha=2$, $\lambda=0{,}01$.

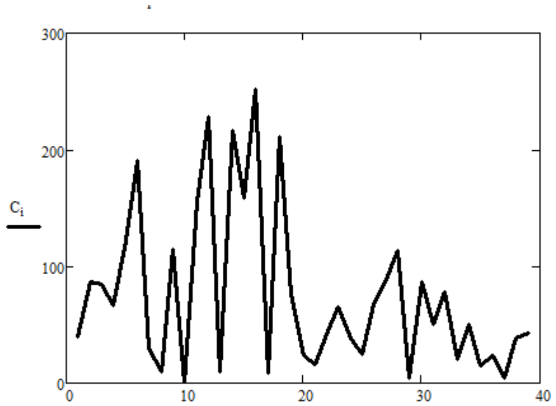


Рис. 2. Однократна реалізація випадкових напрацювань до відмови

Для побудови щільності розподілу ймовірностей оцінки параметру α процедура моделювання була повторена $N=1000$ разів. На рис. 3 наведені графіки щільності розподілу ймовірностей за результатами моделювання та за отриманим аналітичним виразом.

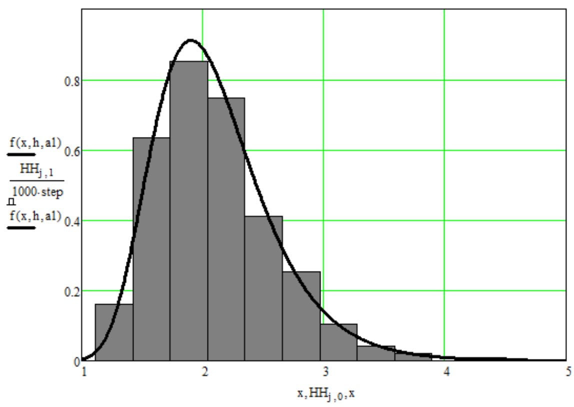
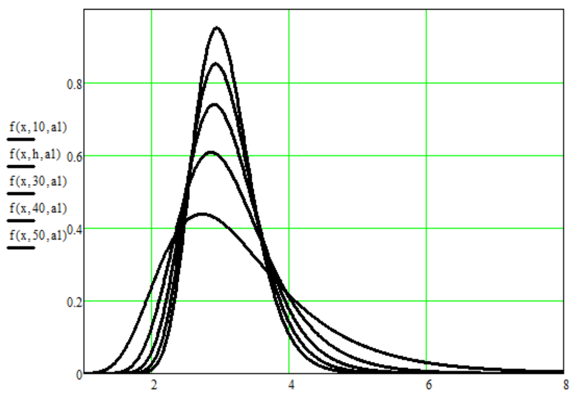


Рис. 3. Графіки щільності розподілу ймовірностей невідомого значення стрибка інтенсивності

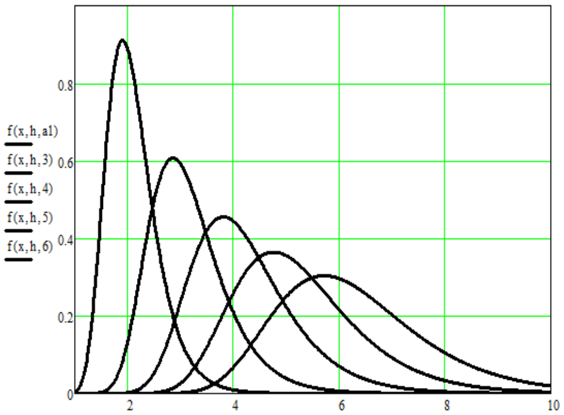
Була проведена перевірка узгодженості результатів моделювання та теоретичних розрахунків за критерієм згоди χ^2 Пірсона. Розраховане значення χ^2 дорівнює 6,2, а пороговий рівень 26,2 (для рівня значущості 0,01), що свідчить про правильність отриманих теоретичних результатів.

Крім того, за результатами моделювання у широкому діапазоні вхідних параметрів можна зробити висновок щодо їх збіжності з отриманої аналітичною формулою для щільності розподілу ймовірностей невідомого параметру α.

Номограми щільностей розподілу ймовірностей невідомого параметру α для різних значень вхідних параметрів наведені на рис. 4.



а) у залежності від обсягу вибірки $n-k$



б) у залежності від математичного сподівання

Рис. 4. Номограми щільностей розподілу ймовірностей невідомого значення стрибка інтенсивності для різних значень вхідних параметрів

Висновки

Розглянуті актуальні питання статистичної обробки даних, представлених нестаціонарними випадковими процесами змін показників під час моніторингу складових елементів систем експлуатації. Аналіз показує, що ці питання недостатньо розглянуті в теорії та практиці експлуатації радіотехнічних систем. Запропоновані моделі опису показників моніторингу дають змогу виділити широкий клас актуальних задач синтезу та аналізу процедур їх статистичної обробки.

У цій статті розглянута одна із задач синтезу та аналізу процедури оцінювання невідомого значення стрибка інтенсивності для випадку стрибкоподібного погіршення технічного стану засобу РТЗП. Проведений синтез та подальший аналіз запропонованої процедури оцінювання шляхом аналітичних розрахунків та математичного моделювання засвідчив коректність та вірність аналітичних співвідношень.

Отримані результати можуть бути використані під час розробки та модернізації систем експлуатації засобів радіотехнічного забезпечення польотів.

Список літератури

1. Жиглявский А.А. Обнаружение разладки случайных процессов в задачах радиотехники / А.А. Жиглявский, А.Е. Красковский. – Л.: Издательство ЛУ, 1988. – 224 с.

2. Dhillon B.S. Maintainability, maintenance, and reliability for engineers. New York: Taylor & Francis Group, 2006, 214 p.

3. Barlow, R.E., Proschan, F. Mathematical Theory of Reliability. New York: John Wiley and Sons, 1965.

4. Левин Б.Р. Теория надёжности радиотехнических систем / Б.Р. Левин. – М.: Советское радио, 1978. – 274 с.

5. Solomentsev O., Zaliskyi M., Zuiev O. Radioelectronic equipment availability factor models. Jachranka Village, Poland: Signal Processing Symposium 2013 (SPS 2013), Proceedings, June 5-7, 2013.

6. Solomentsev O.V., Zaliskyi M.U., Asanov M.M., Zuiev O.V. Data Processing in Exploitation System of Unmanned Aerial Vehicles Radioelectronic Equipment. Kyiv, Ukraine: IEEE 2nd International Conference on Actual Problems of Unmanned Air Vehicles Developments (APUAVD 2013), October 15-17, 2013, Proceedings, PP. 77 – 80.

7. Hoyland A., Rausand M. System reliability theory. – N.Y.: John Wiley & Sons, Inc., 1994. –518 p.

8. Rausand M. System reliability theory: models, statistical methods and applications. – N.Y.: John Wiley & Sons, Inc., 2004. – 458 p.

9. Інструкція про порядок продовження терміну служби (ресурсу) наземних засобів РТЗ польотів і авіаційного електрозв'язку ЦА України, затверджена наказом Мінтрансу України від 11.11.2003 № 871.

10. Hahn G.J., Shapiro S.S. Statistical models in engineering. N.Y.: John Wiley & Sons, Inc., 1967. – 395 p.

Статтю подано до редакції 16.02.2015