

АНАЛІТИЧНЕ КОНСТРУЮВАННЯ РЕГУЛЯТОРА ВЕРТИКАЛЬНОЇ ШВИДКОСТІ ДЛЯ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ АВТОМАТИЧНОГО УПРАВЛІННЯ ВИХОДОМ НА ДРУГЕ КОЛО ПАСАЖИРСЬКОГО ЛІТАКА

Національний авіаційний університет

vadym.morozov89@gmail.com

Представлено аналітичне конструювання регулятора вертикальної швидкості для забезпечення автоматичного управління пасажирським літаком у режимі виходу на друге коло. Розглянутий вихід на друге коло зі всіма працюючими двигунами. Синтез закону оптимального управління виконаний методом аналітичного конструювання регулятора за критерієм узагальненої праці А.А.Красовського. Показана методика синтезу оптимального закону управління у каналі руля висоти на ділянці набору висоти. У каналі автомата тяги використано програмне управління тягою

Ключові слова: система автоматичного керування літаком, наявна вертикальна швидкість

Вступ

Автоматичний вихід на друге коло у вертикальній площині розглядається як реалізація ідеї розгону і набору висоти за критерієм енергетичного швидкісного підйому з використанням параметру вертикальна потенціальна швидкість [1].

Потенціальна вертикальна швидкість літака обмежена як зверху, так і знизу[2] і є наявною вертикальною швидкістю літака. Дана вертикальна швидкість визначена як цільова швидкість виходу на друге коло. При цьому забезпечується виконання вимог до повного градієнту набору висоти, який повинен бути не менше 3,2% зі всіма працюючими двигунами та не менше 2,1-2,7% при відмові одного двигуна в залежності від загальної кількості двигунів. Для забезпечення стабілізації і управління вертикальною швидкістю виходу на друге коло рекомендується застосовувати автоматичний канал руля висоти. Канал автомата тяги забезпечує стабілізацію програмної тяги виходу на друге коло, еквівалентної режиму зліг.

Постановка задачі

Автоматичний вихід на друге коло виконується з режиму автоматичного заходу на приземлення або автоматичного приземлення. Це означає, що початкові умови режиму автоматичного виходу на

друге коло наперед визначені параметрами польоту літака на траєкторії приземлення. У якості управляючого параметра задамо наявну вертикальну швидкість, обмежену як знизу, так і зверху[1,2]. У подальшому дану швидкість будемо називати заданою вертикальною швидкістю виходу на друге коло. Таким чином, задача управління зводиться до задачі стабілізації заданої вертикальної швидкості виходу на друге коло. Постановка задачі: розробити закон оптимальної стабілізації вертикальної швидкості виходу на друге коло у каналі руля висоти.

Математичні моделі динаміки повздовжнього руху літака

Стабілізація та управління вертикальною швидкістю літака забезпечує цільове управління розгоном та набором висоти уходу. Нехтуючи такою характеристикою, як кривизна траєкторії на початковому етапі виходу на друге коло, приймемо допущення щодо прямолінійності польоту у процесі устанавленого набору висоти з постійним градієнтом. У цьому випадку синтез законів управління вертикальною швидкістю можливо виконати з застосуванням лінійної математичної моделі динаміки повздовжнього руху.

Нелінійна математична модель динаміки повздовжнього руху літака

Нелінійна система диференціальних рівнянь ізольованого повздовжнього руху літака має вид [3]:

$$\begin{cases} \dot{V}_K = [nP \cos(\alpha + \varphi) - c_{rxe} qS] / m - g \sin \theta; \\ m V_K \dot{\theta} = nP (\sin(\alpha + \varphi) + c_{rye} qS - mg \cos \theta); \\ \dot{\omega}_z = \frac{M_{RZ}}{I_z}; \\ \dot{\vartheta} = \omega_z; \\ \dot{H} = V_K \sin \theta, \end{cases} \quad (1)$$

де n - задана кількість двигунів; φ - кут встановлення двигунів

$$M_{RZ} = m_{rxe} \cdot qSb_a; \quad q = \rho V^2 / 2.$$

Інші позначення параметрів системи рівнянь (1), а також приведені нижче у даній статті, відповідають ДЕСТ 20058-80 [4]. Кут атаки:

$$\alpha = \vartheta - \theta. \quad (2)$$

Розширимо систему рівнянь (1). Позначивши вертикальну швидкість у траєкторній системі координат, як $\dot{H} = V_y$ і продиференціювавши останнє рівняння системи (1), отримуємо:

$$\dot{V}_y = \dot{V}_K \sin \theta + \dot{\theta} V_K \cos \theta. \quad (3)$$

Підставивши у рівняння (3) перше і друге рівняння системи (1), отримаємо рівняння вертикальної швидкості:

$$\begin{aligned} \dot{V}_y = & [nP \cos(\alpha + \varphi) - c_{rxe} qS] m - g \sin \theta \sin \theta + \\ & + [nP (\sin(\alpha + \varphi) + c_{rye} qS - mg \cos \theta) \frac{\cos \theta}{m}]. \end{aligned}$$

Враховуючи формули траєкторних перевантажень n_{XT} , n_{YT} [3] та рівняння (3), запишемо систему рівнянь ізольованого повздовжнього руху літака (1) у вигляді

$$\begin{cases} \dot{V}_K = g \sqrt{n_{XT}^2 - \sin^2 \theta}; \\ \dot{\theta} = \frac{g}{V_K} \sqrt{n_{YT}^2 - \cos^2 \theta}; \\ \dot{\vartheta} = \omega_z; \\ \dot{\omega}_z = \frac{M_{RZ}}{I_z}; \\ \dot{H} = V_K \sin \theta; \\ \dot{V}_y = \dot{V}_K \sin \theta + \dot{\theta} V_K \cos \theta. \end{cases} \quad (5)$$

Останнє рівняння системи (5) з урахуванням першого і другого рівнянь даної системи прийме вигляд

$$\begin{aligned} \dot{V}_y = & g \sqrt{n_{XT}^2 - \sin^2 \theta} \sin \theta + \\ & + \frac{g}{V_K} \sqrt{n_{YT}^2 - \cos^2 \theta} V_K \cos \theta. \end{aligned} \quad (6)$$

Після перетворень рівняння (6) прийме вигляд

$$\dot{V}_y = g \sqrt{n_{XT}^2 \sin^2 \theta + n_{YT}^2 \cos^2 \theta - 1}. \quad (7)$$

Перевантаження у траєкторній системі координат з урахуванням тангенціальної та вертикального перевантажень запишемо у вигляді [3]:

$$\begin{aligned} n_{XT} &= n_{xa}; \\ n_{YT} &= n_{ya} \cos \gamma_a + n_{za} \sin \gamma_a, \end{aligned}$$

де γ_a - швидкісний кут крену. Враховуючи тільки динаміку повздовжнього руху літака, рівняння (7) перетворюється до виду:

$$\dot{V}_y = g \sqrt{n_{xa}^2 \sin^2 \theta + n_{ya}^2 \cos^2 \theta - 1}. \quad (8)$$

Після вищевказаних перетворень система рівнянь (5) має вид:

$$\begin{cases} \dot{V}_K = g \sqrt{n_{xa}^2 - \sin^2 \theta}; \\ \dot{\theta} = \frac{g}{V_K} \sqrt{n_{ya}^2 - \cos^2 \theta}; \\ \dot{\omega}_z = \frac{M_{RZ}}{I_z}; \\ \dot{\vartheta} = \omega_z; \\ \dot{H} = V_K \sin \theta; \\ \dot{V}_y = g \sqrt{n_{xa}^2 \sin^2 \theta + n_{ya}^2 \cos^2 \theta - 1}. \end{cases} \quad (9)$$

Тангенціальне і вертикальне перевантаження визначаються наступними рівняннями [5]:

$$n_{xa} = \frac{P \cos(\alpha + \varphi) - X_a}{mg}; n_{ya} = \frac{P \sin(\alpha + \varphi) + Y_a}{mg}.$$

Рівняння (8) відображає фізику управління вертикальною швидкістю:

– при програмному значенні тяги двигунів (режим зліт) повздовжнє перевантаження визначається програмною величиною тяги і конфігурацією літака;

– єдиним управляючим фактором є змінення вертикального перевантаження.

Розширимо систему рівнянь (9) параметром вертикальне перевантаження. Врахуємо, що при відсутності вітру траєкторна швидкість дорівнює повітряній швидкості. Виходячи з малого кута атаки для прямолинейного польота, рівняння вертикального перевантаження має вид:

$$n_{ya} = \frac{P \sin(\alpha + \varphi) + Y_a}{mg} \approx \frac{Y_a}{mg}, \quad (11)$$

$$Y_a = c_{ya} \frac{\rho V^2}{2} S.$$

Враховуючи, що

$$\dot{\alpha} = \dot{\vartheta} - \dot{\theta} = \omega_z - \frac{g}{V} \left(\epsilon_{ya} - \cos \theta \right) \quad (12)$$

і виконавши диференціювання рівняння (11), отримаємо

$$\dot{n}_{ya} = \frac{\dot{Y}_a}{mg},$$

$$\dot{Y}_a = \frac{dc_{ya}}{d\alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dt} \cdot \frac{\rho V^2}{2} S + c_{ya} \cdot S \rho V \cdot \dot{V}.$$

Враховуючи перше рівняння системи (9) і рівняння (12), отримаємо:

$$\dot{n}_{ya} = \frac{1}{mg} \left[c_{ya} \frac{\rho V^2}{2} S \left(\omega_z - \frac{g}{V} \left(\epsilon_{ya} - \cos \theta \right) \right) + \right.$$

Тоді, в кінцевому вигляді, нелінійна система диференціальних рівнянь ізольованого повздовжнього руху має вид:

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{V} &= [nP \cos(\alpha + \varphi) - c_{rx} qS] / m - g \sin \theta; \\ \dot{\theta} &= \frac{n P (\sin(\alpha + \varphi) + c_{ry} qS)}{mV} - \frac{g}{V} \cos \theta; \\ \dot{\omega}_z &= \frac{M_{RZ}}{I_z}; \\ \dot{\vartheta} &= \omega_z; \\ \alpha &= \vartheta - \theta; \\ \dot{H} &= V \sin \theta; \\ \dot{V}_y &= \frac{1}{m} \left(\left(\epsilon_{ya} \cos(\alpha + \varphi) - X_a \right) \sin \theta + \left(\epsilon_{ya} \sin(\alpha + \varphi) + Y_a \right) \cos \theta - 1 \right); \\ \dot{n}_{ya} &= \frac{1}{mg} \left[c_{ya} \frac{\rho V^2}{2} S \left(\omega_z - \frac{g}{V} \left(\epsilon_{ya} - \cos \theta \right) \right) + \right. \\ &\quad \left. + c_{ya} \cdot S \rho V \cdot g \left(\epsilon_{xa} - \sin \theta \right) \right]. \end{aligned} \right. \quad (13)$$

Система рівнянь (13) застосуємо для синтезу і аналізу закону управління у каналі руля висоти на етапі встановленого набору висоти виходу на друге коло.

Лінійна математична модель динаміки повздовжнього руху літака

Лінеризована модель динаміки повздовжнього руху літака на основі системи (1): має вид [3, 5]:

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{V} + a_x^V V + a_x^\theta \vartheta + \left(\epsilon_x^\alpha - a_x^\theta \right) \dot{\alpha} &= 0; \\ \dot{\vartheta} - \omega_z &= 0; \\ \dot{\alpha} - a_y^V V - a_y^\theta \vartheta - \omega_z - \left(\epsilon_y^\alpha - a_y^\theta \right) \dot{\alpha} &= 0; \\ \dot{\omega}_z + a_{mz}^V V + a_{mz}^\theta \vartheta + a_{mz}^{\omega z} \omega_z + \left(\epsilon_{mz}^\alpha - a_{mz}^\theta \right) \dot{\alpha} &= a_{mz}^{\delta_e} \delta_e. \end{aligned} \right. \quad (14)$$

Формульні вирази коефіцієнтів лінеаризованої моделі повздовжнього руху (14) представлені у [3, 5].

Відхилення нормального перевантаження запишемо у відповідності з [5]:

$$n_y = -\frac{V}{g} a_y^\alpha \cdot \alpha; \quad (15)$$

Продиференціювавши рівняння (15), отримаємо

$$\dot{n}_y = -\frac{V}{g} a_y^\alpha \cdot \dot{\alpha}. \quad (16)$$

З урахуванням (15), (16) систему рівнянь (14) запишемо у вигляді:

$$\begin{cases} \dot{V} + a_x^V V + a_x^\theta \mathcal{G} + a_x^{ny} n_y = 0; \\ \dot{\theta} - \omega_z = 0; \\ \dot{\omega}_z + a_{mz}^V V + a_{mz}^\theta \mathcal{G} + a_{mz}^{\omega z} \omega_z + a_{mz}^{ny} n_y = a_{mz}^{\delta_6} \delta_6; \\ \dot{n}_y + a_{ny}^V V + a_{ny}^\theta \mathcal{G} + a_{ny}^{\omega z} \omega_z + a_{ny}^{ny} n_y = 0, \end{cases}$$

де

$$\begin{aligned} a_{ny}^V &= \frac{Va_y^\alpha}{g} a_y^V; \\ a_{ny}^\theta &= -\frac{V}{gT_\theta} a_y^\theta; \quad a_{ny}^{\omega z} = -\frac{V}{gT_\theta}; \\ a_{ny}^{ny} &= \frac{g}{Va_y^\alpha} \left(a_y^\alpha - a_y^\theta \right); \quad a_{mz}^{ny} = \frac{g}{Va_y^\alpha} \left(a_{mz}^\theta - a_{mz}^\alpha \right); \\ a_x^{ny} &= \frac{g}{Va_y^\alpha} \left(a_x^\theta - a_x^\alpha \right); \end{aligned}$$

Лінеаризуємо диференційне рівняння вертикальної швидкості (8). Тоді, маємо

$$\Delta \dot{V}_y = \frac{1}{m} \Delta \left[\left(P \cos(\alpha + \varphi) - X_a \right) \sin \theta + \left(P \sin(\alpha + \varphi) + Y_a \right) \cos \theta - 1 \right].$$

У результаті отримуємо лінеаризоване рівняння:

$$\Delta \dot{V}_y = \frac{1}{m} \left[\Delta \left(P \cos(\alpha + \varphi) - X_a \right) \sin \theta + \Delta \left(P \sin(\alpha + \varphi) + Y_a \right) \cos \theta \right]$$

У результаті, лінеаризоване рівняння вертикальної швидкості має вид:

$$\Delta \dot{V}_y + a_{vy}^V \Delta \bar{V} + a_{vy}^\theta \Delta \bar{\theta} + a_{vy}^\alpha \Delta \bar{\alpha} = 0 \quad (17)$$

де

$$\begin{aligned} a_{vy}^V &= \left\{ \begin{aligned} &\left[P^V \cos(\alpha + \varphi) + \left(c_{xa} \rho VS + c_{xa}^V \frac{\rho V^2}{2} S \right) \frac{V \sin \theta}{mV} + \right. \\ &\left. + \left[P^V \sin(\alpha + \varphi) + \left(c_{ya} \rho VS + c_{ya}^V \frac{\rho V^2}{2} S \right) \frac{V \cos \theta}{mV} \right] \right\}_0; \\ a_{vy}^\alpha &= \left\{ \begin{aligned} &\left[-P \sin(\alpha + \varphi) - c_{xa}^\alpha \frac{\rho V^2}{2} S \right] \frac{\sin \theta}{mV} + \\ &\left[P \cos(\alpha + \varphi) + c_{ya}^\alpha \frac{\rho V^2}{2} S \right] \frac{\cos \theta}{mV} \right\}_0; \end{aligned} \end{aligned}$$

$$a_{vy}^\theta = \left\{ \begin{aligned} &\left[P \cos(\alpha + \varphi) - c_{xa} \frac{\rho V^2}{2} S \right] \frac{\cos \theta}{mV} - \\ &\left[P \sin(\alpha + \varphi) + c_{ya} \frac{\rho V^2}{2} S \right] \frac{\sin \theta}{mV} \right\}_0. \end{aligned}$$

Індекс “o” при коефіцієнтах рівняння (17) означає, що данні коефіцієнти розраховуються при збалансованих початкових умовах польоту. Лінеаризовані змінні рівняння (17) мають вид:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta V_y}{V_0} &= \Delta \bar{V}_y; & \frac{\Delta V}{V_0} &= \Delta \bar{V}; & \frac{\Delta \alpha}{(80/\pi)} &= \Delta \bar{\alpha}; \\ \frac{\Delta \mathcal{G}}{(80/\pi)} &= \Delta \bar{\mathcal{G}}; & \frac{\Delta \theta}{(80/\pi)} &= \Delta \bar{\theta}. \end{aligned}$$

Опустивши знак «Δ» і «риску» зверху змінних рівняння (17) й урахувавши рівняння (2) та (15), отримуємо лінеаризоване рівняння динаміки вертикальної швидкості у вигляді:

$$\dot{V}_y + a_{vy}^V V + a_{vy}^\theta \mathcal{G} + a_{vy}^{ny} n_y = 0,$$

де $a_{vy}^{ny} = \frac{g}{Va_y^\alpha} \left(a_{vy}^\theta - a_{vy}^\alpha \right).$

Таким чином, лінеаризована система диференціальних рівнянь динаміки повздовжнього руху, має вид:

$$\begin{cases} \dot{V} + a_x^V V + a_x^\theta \mathcal{G} + a_x^{ny} n_y = 0; \\ \dot{\theta} - \omega_z = 0; \\ \dot{\omega}_z + a_{mz}^V V + a_{mz}^\theta \mathcal{G} + a_{mz}^{\omega z} \omega_z + a_{mz}^{ny} n_y = a_{mz}^{\delta_6} \delta_6; \\ \dot{n}_y + a_{ny}^V V + a_{ny}^\theta \mathcal{G} + a_{ny}^{\omega z} \omega_z + a_{ny}^{ny} n_y = 0; \\ \dot{V}_y + a_{vy}^V V + a_{vy}^\theta \mathcal{G} + a_{vy}^{ny} n_y = 0. \end{cases} \quad (18)$$

Синтез оптимального закону управління у каналі руля висоти для стабілізації заданої вертикальної швидкості виходу на друге коло

Синтез оптимального закону управління у каналі руля висоти виконаємо методом аналітичного конструювання регуляторів за критерієм узагальнюючої роботи А.А. Красовського [6].

Тракт вертикальної швидкості є, щонайменше, нейтральним.

Це означає, що при дії збурення на літак, наприклад, при вітрі, літак не пове-

рнеться до початкового значення вертикальної швидкості.

Введемо позначення для параметрів системи рівнянь (18), а саме:

$$\begin{aligned} X_1 &= V; X_2 = \mathcal{G}; X_3 = \omega_z; \\ X_4 &= n_y; X_5 = V_y; a_{11} = a_x^V; a_{12} = a_x^\theta; \\ a_{14} &= a_x^{ny}; \\ a_{31} &= a_{mz}^V; a_{32} = a_{mz}^\theta; \\ a_{33} &= a_{mz}^{\omega_z}; a_{34} = a_{mz}^{ny}; b_{31} = a_{mz}^{\delta_6}; u_3 = \delta_6; \\ a_{41} &= a_{ny}^V; a_{42} = a_{ny}^\theta; a_{43} = a_{ny}^{\omega_z}; a_{44} = a_{ny}^{ny}; \\ a_{51} &= a_{vy}^V; a_{52} = a_{vy}^\theta; a_{54} = a_{vy}^{ny}. \end{aligned}$$

Для забезпечення астигматизму у контурі управління вертикальною швидкістю включимо у систему (18) рівняння інтеграла відхилення від заданої вертикальної швидкості

$$\dot{X}_6 = V_y.$$

Тоді, система рівнянь (18) перетворюється до виду:

$$\begin{cases} \dot{X}_1 + a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + a_{14}X_4 = 0; \\ \dot{X}_2 - X_3 = 0; \\ \dot{X}_3 + a_{31}X_1 + a_{32}X_2 + a_{33}X_3 + a_{34}X_4 = b_{31}u_3; \\ \dot{X}_4 + a_{41}X_1 + a_{42}X_2 + a_{43}X_3 + a_{44}X_4 = 0; \\ \dot{X}_5 + a_{51}X_1 + a_{52}X_2 + a_{54}X_4 = 0; \\ \dot{X}_6 = X_5. \end{cases} \quad (19)$$

Узагальнений об'єкт управління (19) є нейтральним (у деяких випадках навіть нестійким) і для не термінальної задачі без граничної умови квадратичний оптимізуючий функціонал згідно [6] задамо у вигляді:

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{t_2}{T^*}\right) \sum_{i,k=1}^6 A_{ik} X_i(t_2) X_k(t_2) + \\ &+ \frac{1}{2} \int_{t_1}^{t_2} \exp\left(-\frac{2t}{T^*}\right) \sum_{i=1}^6 \beta_{ii} X_i^2 dt + \\ &+ \frac{1}{2} \int_{t_1}^{t_2} \exp\left(-\frac{2t}{T^*}\right) \frac{u_3^2}{k_3^2} dt + \\ &+ \frac{1}{2} \int_{t_1}^{t_2} \exp\left(-\frac{2t}{T^*}\right) \left(k_3 \sum_{l=1}^6 A_{3l} X_l\right)^2 dt. \end{aligned} \quad (20)$$

Оптимальне управління, яке мінімізує заданий функціонал (20), має вид:

$$u_3 = -k_3^2 \left(\sum_{l=1}^6 A_{3l} X_l \right), \quad (21)$$

де

$$A_{3l} = \int_0^\infty \exp\left(-\frac{2t}{T^*}\right) \sum_{v=1}^6 \beta_{vv} \omega_{vi}(t) \omega_{vk}(t) dt, \quad l=1..6$$

$\omega_{vi}(t)$ и $\omega_{vk}(t)$ - вагові функції об'єкта управління (19); β_{vv} - вагові коефіцієнти; T^* - постійна часу.

Метою управління є стабілізація заданої вертикальної швидкості на встановленій траєкторії виходу на друге коло. Тому прийнемо коефіцієнти $\beta_{11} = \beta_{22} = \beta_{33} = \beta_{44} = 0$, а коефіцієнти $\beta_{55} \beta_{66}$ будуть визначати якість стабілізації заданої вертикальної швидкості. У тому випадку коефіцієнти A_{3l} запишемо у розвернутому вигляді, а саме:

$$\begin{aligned} A_{31} &= \int_0^\infty \exp\left(-\frac{2t}{T^*}\right) (\beta_{55} \omega_{53}(t) \omega_{51}(t) + \\ &+ \beta_{66} \omega_{63}(t) \omega_{61}(t)) dt; \\ A_{32} &= \int_0^\infty \exp\left(-\frac{2t}{T^*}\right) (\beta_{55} \omega_{53}(t) \omega_{52}(t) + \\ &+ \beta_{66} \omega_{63}(t) \omega_{62}(t)) dt; \\ A_{33} &= \int_0^\infty \exp\left(-\frac{2t}{T^*}\right) (\beta_{55} \omega_{53}(t) \omega_{53}(t) + \\ &+ \beta_{66} \omega_{63}(t) \omega_{63}(t)) dt; \\ A_{34} &= \int_0^\infty \exp\left(-\frac{2t}{T^*}\right) (\beta_{55} \omega_{53}(t) \omega_{54}(t) + \\ &+ \beta_{66} \omega_{63}(t) \omega_{64}(t)) dt; \\ A_{35} &= \int_0^\infty \exp\left(-\frac{2t}{T^*}\right) (\beta_{55} \omega_{53}(t) \omega_{55}(t) + \\ &+ \beta_{66} \omega_{63}(t) \omega_{65}(t)) dt; \\ A_{36} &= \int_0^\infty \exp\left(-\frac{2t}{T^*}\right) \beta_{66} \omega_{63}(t) \omega_{66}(t) dt. \end{aligned}$$

Оптимальний закон управління виходом на друге коло через канал руля висоти має вид:

$$\begin{aligned} \Delta \delta_6 &= K_B^V \Delta V + K_B^\theta \Delta \mathcal{G} + K_B^{\omega_z} \Delta \omega_z + \\ &+ K_B^{ny} \Delta n_y + K_B^{V_y} \Delta V + K_B^{\tilde{V}_y} \frac{1}{S} \Delta V_y \end{aligned} \quad (22)$$

де

$$\Delta V = V - V_o; \Delta \mathcal{G} = \mathcal{G} - \mathcal{G}_o; \Delta \omega_z = \omega_z - \omega_{zo};$$

$$\Delta n_y = n_y - n_{yo}; \Delta V_y = V_y - V_{yзад};$$

$$K_B^V = -k_3^2 a_{mz}^{\delta\delta} A_{31}; K_B^{\mathcal{G}} = -k_3^2 a_{mz}^{\delta\delta} A_{32};$$

$$K_B^{\omega z} = -k_3^2 a_{mz}^{\delta\delta} A_{33}; K_B^{ny} = -k_3^2 a_{mz}^{\delta\delta} A_{34};$$

$$K_B^{Vy} = -k_3^2 a_{mz}^{\delta\delta} A_{35}; K_B^{\tilde{V}y} = -k_3^2 a_{mz}^{\delta\delta} A_{36}.$$

Результати чисельного моделювання

Коефіцієнти досліджуваного об'єкту управління (18) отримані на основі аеродинамічних характеристик транспортного літака, наведених у [7]. Чисельне моделювання досліджуваного об'єкта управління виконано з використанням програми *MatLab* 2011b.

Нижче наведені результати синтезу й аналізу розробленого оптимального управління для наступних початкових умов польоту: мінімальний посадочна вага m_{\min} ; допустимо-задня центровка $\bar{x}_{ТПЗ}$; $H=200\text{м}$; $V_o=67,3\text{м/с}$; $V_{REF}=240\text{км/ч}$; $M_o=0,198$; механізація крила у посадочному положенні; шасі випущені; $\alpha_0 = 4,38^\circ$; $\mathcal{G}_0 = 4,38^\circ$; $n_{y0} = 0,9971$; $n_{yTP0} = 1$.

Розраховані коефіцієнти лінійної моделі повздовжнього руху літака (18) наведені нижче:

$$a_x^V = 0,03428; a_x^{\mathcal{G}} = 0,146;$$

$$a_x^{ny} = -0,03699; a_{mz}^V = -0,06461; a_{mz}^{\mathcal{G}} = 0;$$

$$a_{mz}^{ny} = 0,05322; a_{mz}^{\omega z} = 0,742; a_{mz}^{\delta\delta} = -0,4345;$$

$$a_{ny}^V = 1,142; a_{ny}^{\mathcal{G}} = 0; a_{ny}^{\omega z} = -3,93; a_{ny}^{ny} = 0,5738;$$

$$a_{vy}^V = -0,06421; a_{vy}^{\mathcal{G}} = 0; a_{vy}^{ny} = -0,03226.$$

Синтез закону управління вертикальної швидкості виконаний при наступних параметрах функціонала оптимізації (20):

$$\beta_{55} = 1; \beta_{66} = 0,1; T^* = 10; k_3 = 2.$$

Результати синтезу оптимальних коефіцієнтів закону управління (22).

Отримані у результаті двох ітерацій:

У першій ітерації

$$K_B^V = 0,873; K_B^{\mathcal{G}} = 1,024; K_B^{\omega z} = 0,7951;$$

$$K_B^{ny} = -0,09; K_B^{Vy} = 7,183; K_B^{\tilde{V}y} = 0,6649,$$

У другій ітерації виконана корекція тільки за трьома коефіцієнтами, а саме

$$K_B^V = 0,7; K_B^{Vy} = 2; K_B^{\tilde{V}y} = 1.$$

На рис. 1-4 показані результати роботи оптимального закону (22) для лінійної моделі повздовжнього руху (18) при ненульовому початковому відхиленні вертикальної швидкості $V_{yo}=3\text{м/с}$.

Наведено синтез і аналіз оптимальних коефіцієнтів закону управління (22) для висоти траєкторії виходу на друге коло $H_o=50\text{м}$, $H_o=200\text{м}$ и $H_o=400\text{м}$, а також при несприятливих відношеннях ваги та центровки літака (m_{\min} і $\bar{x}_{ТПЗ}$; m_{\max} і $\bar{x}_{ТПЗ}$). Задана швидкість заходу на посадку є функцією посадочної маси літака $V_{REF} = f(m)$.

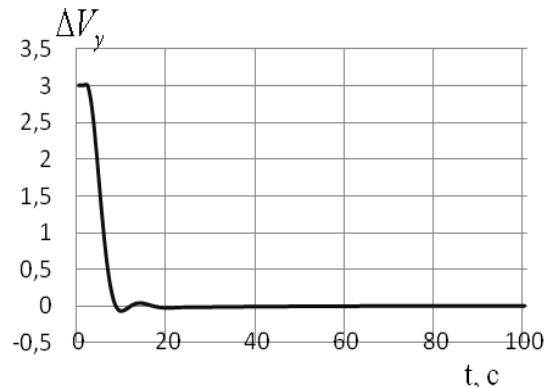


Рис. 1. Графік відхилення вертикальної швидкості $\Delta V_y = f(t)$ (м/с)

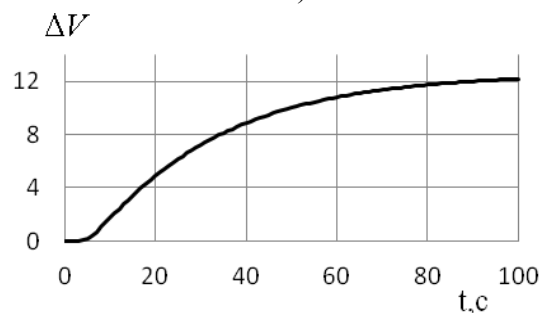


Рис. 2. Графік відхилення істинної швидкості $\Delta V = f(t)$ (м/с)

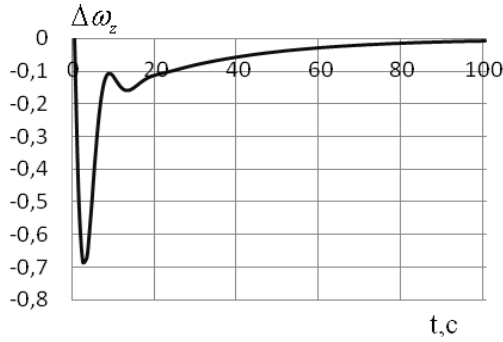


Рис. 3. Графік відхилення кутової швидкості тангажа $\Delta\omega_z = f(t)$ (град/с)

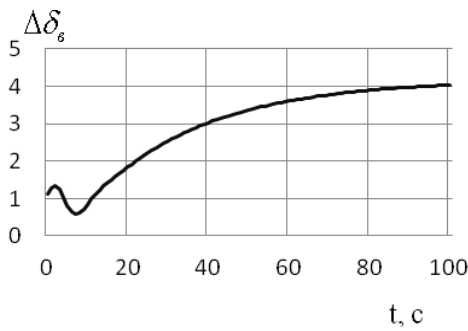


Рис. 4. Графік відхилення руля висоти $\Delta\delta_g = f(t)$ (град)

Дослідження показали, що оптимальні коефіцієнти закону управління (22) є функціями числа M . На рис. 5-10 представлені результати даних досліджень.

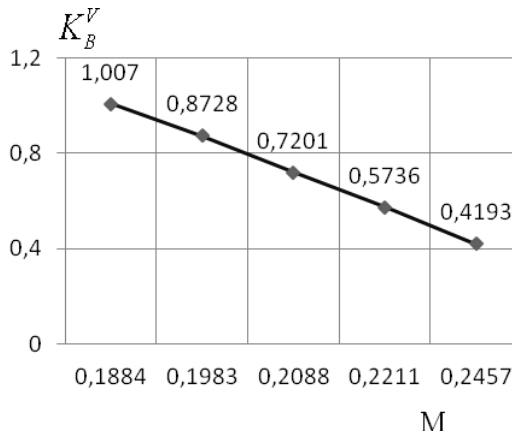


Рис. 5. Коефіцієнт $K_B^V = f(M)$

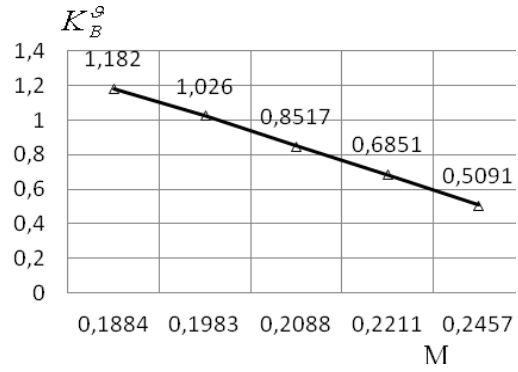


Рис. 6 Коефіцієнт $K_B^g = f(M)$

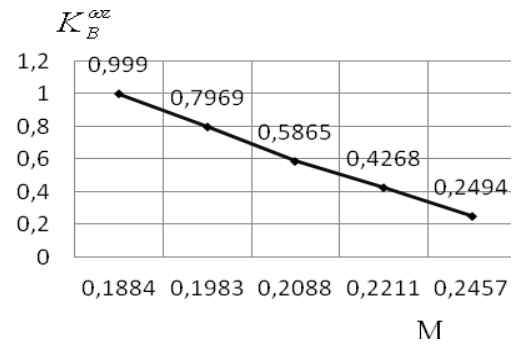


Рис. 7 Коефіцієнт $K_B^{oz} = f(M)$

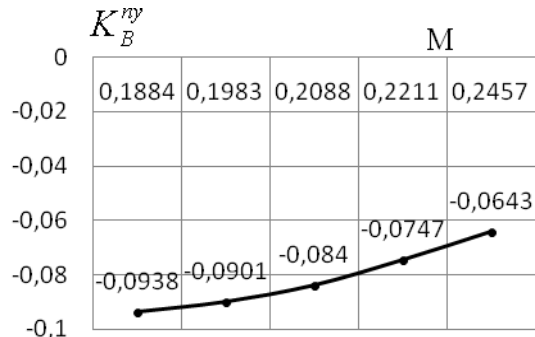


Рис. 8 Коефіцієнт $K_B^{ny} = f(M)$

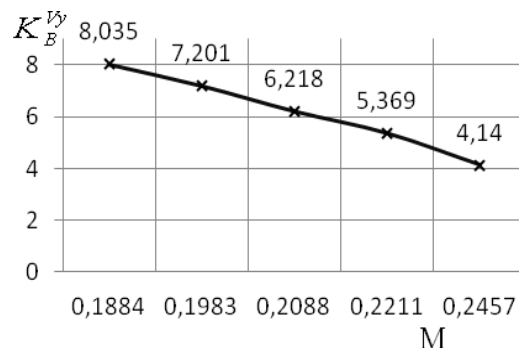


Рис. 9 Коефіцієнт $K_B^{Vy} = f(M)$

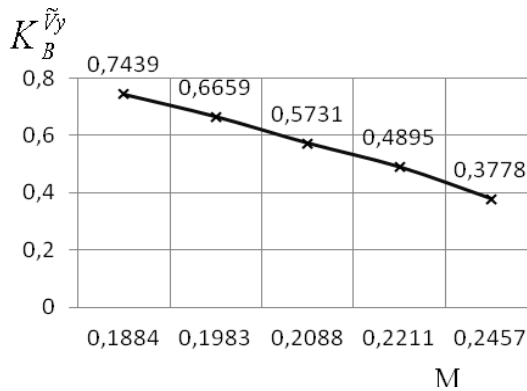


Рис. 10. Коефіцієнт $K_B^{v_y} = f(M)$

У результаті досліджень отриманий оптимальний закон управління кермом висоти, котрий забезпечує стабілізацію заданої вертикальної швидкості виходу на друге коло, а саме:

$$\Delta \delta_e = K_B^V(M) \Delta V + K_B^g(M) \Delta \vartheta + K_B^{\omega_z}(M) \Delta \omega_z + K_B^{n_y}(M) \Delta n_y + K_B^{v_y}(M) \Delta V + K_B^{v_y}(M) \frac{1}{s} \Delta V_y$$

Висновки

Метод аналітичного конструювання регуляторів за критерієм узагальненої роботи дозволяє синтезувати структуру й оптимальні коефіцієнти закону управління заданою вертикальною швидкістю виходу на друге коло. Задача синтезу класифікувалася як нетермінальна задача без граничної умови для нейтрального об'єкта управління.

Аналітично визначені нелінійне і лінеаризоване диференційне рівняння вертикальної швидкості. Данні рівняння використовувались для синтезу й аналізу регулятора заданої вертикальної швидкості виходу на друге коло.

Коефіцієнти розробленого закону управління є функцією числа Маха і, таким чином, забезпечується адаптивність до поточного режиму польоту.

Список літератури

1. Морозов С.В. Автоматичний вихід літака на друге коло за критерієм енергетичного швидкісного підйому.// Наукові вісті НТУУ "КПІ". – 2008. – №2(58). – С. 68-74.
2. Морозов В.С. Автоматичне керування вертикальною швидкістю літака за критерієм запасу максимальної та мінімальної наявної вертикальної швидкості. // Проблеми інформатизації та управління: зб. наукових праць - К.: НАУ, 2014. – Вип. 3(47) – 62 с.
3. Динамика полета/Ефремов А.В., Захарченко В.Ф., Овчаренко В.Н. и др.; под ред. Бюшгенса Г.С. – М.: Машиностроение, 2011. – 776с.
4. ГОСТ 20058-80. Динамика летательных аппаратов в атмосфере. – М.: изд. Стандартов, 1980. – 51с.
5. Асланян А. Э. Системы автоматического управления летательных аппаратов. – К.: КВВАИУ, 1984. – 435 с.
6. Красовский А.А. Системы автоматического управления полетом и их аналитическое конструирование. – М.: изд. Наука, 1973. – 560с.
7. Пахненко В.Л., Трюхан О.Н., Савченков Ю.Г. Особенности практической аэродинамики самолета Ан-124. – К.: КВВАИУ, 1992. – 112с.

Статтю подано до редакції 20.02.2015