УДК 621.396.4

[1]Лысенко А.И., д.т.н.,
[2]Тачинина Е.Н., к.т.н.,
[2]Панченко А.В.,
[2]Бурачинская С. Э.,
[2]Олейник А.А.

МЕТОД РАЗМЕЩЕНИЯ СЕНСОРОВ В ЗОНЕ ЧРЕЗВЫЧАЙНОЙ СИТУАЦИИ НА БАЗЕ ТЕХНОЛОГИИ СОСТАВНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИТЕМ

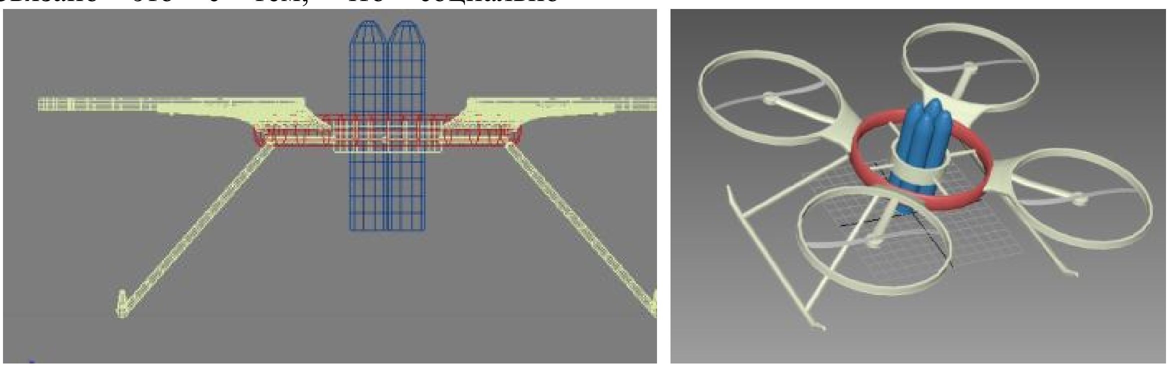
[1]Национальный технический университет Украины «КПИ»
[2]Национальный авиационный университет
tachinina@rambler.ru

Предложен метод размещения сенсоров в зоне чрезвычайной ситуации на базе технологии составных динамических систем

Ключевые слова: беспилотный вариант квадрокоптера, динамическая система

Введение

Проблемы предупреждения и ликвидации чрезвычайных ситуаций (ЧС) природного и техногенного характера приобретают все более острый и актуальный характер. Деятельность по предупреждению чрезвычайных ситуаций является более важной, чем их ликвидация. Связано это с тем, что социально-экономические результаты превентивных действий по предотвращению чрезвычайных ситуаций (снижение потерь и ущерба) могут быть более эффективными для граждан, общества и государства. С экономической точки зрения это обходится в десятки, а иногда и сотни раз дешевле, чем ликвидация последствий техногенных аварий и стихийных бедствий.



а) б)

Рис. 1. Система мониторинга территорий в зоне ЧС на базе беспилотного варианта квадрокоптера: а) вид слева, б) вид сверху

Постановка задачи

Перспективным направлением развития систем предназначенных для предупреждения, выявления и ликвидации последствий ЧС может стать система непрерывного мониторинга территорий на базе беспилотного варианта квадрокоптера. Предложенная система мониторинга состоит из беспилотного варианта квадрокоптера, малогабаритных камер (сенсоров) и контейнеров для доставки этих камер в зону мониторинга. Беспилотный вариант квадрокоптера, используется как летающая платформа на которой расположены, отстреливаемые контейнеры, внутри которых в свою очередь расположено несколько компактных камер для мониторинга местности в зоне ЧС (рис. 1.).

Для обеспечения непрерывного мониторинга территорий в зоне ЧС необходимо расположить малогабаритные камеры оптимальным образом с точки зрения покрытия зоны контроля, а также бесперебойной передачи информации о ее состоянии. Это будет зависеть от оптимального выбора координат и момента времени запуска контейнеров, а также оптимального способа движения летающей платформы до точки запуска и оптимального перемещения контейнеров к цели после запуска.

Для решения рассматриваемой задачи предлагается систему мониторинга территорий рассматривать как составную динамическую систему [5]. Под составной динамической системой буем понимать совокупность объектов (квадрокоптер, запускаемые контейнеры, малогабаритные камеры) объединенных в систему физическим смыслом.

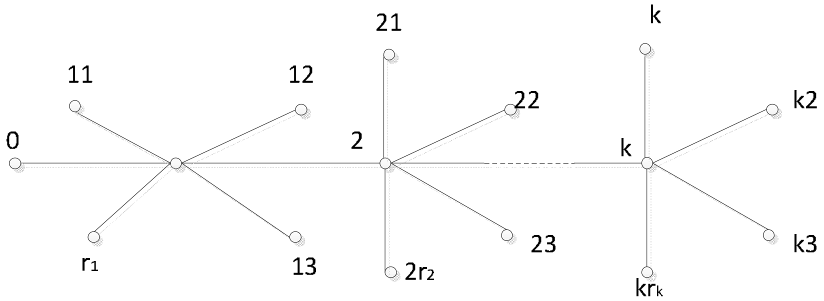


Рис. 2. Схема ветвлений траектории движения составной динамической системы

Траектории таких составных динамических систем называются разрывными, так как состоят из участков общего движения составных частей и участков их индивидуального движения к цели, то есть движения по отдельным ветвям траектории.

Эффективность использования этого класса систем зависит от оптимального выбора координат и момента времени разделения составной динамической системы (СДС), а также от оптимального способа движения СДС до точки разделения и оптимального перемещения подсистем к цели по ветвям траектории после разделения [7] (рис 2).

Задача оптимального управления данной составной динамической системой будет состоять в поиске вектора оптимального управления минимизирующего энергетические затраты на управление, обеспечивающего максимальную зону покрытия контролируемой территории, бесперебойную передачу информации о ее состоянии.

Принцип оптимального управления составной динамической системой с разрывной траекторией

Пусть рассматриваемая составная динамическая система, состоящая из подсистем начинает движение с многообразия по схеме представленной на рис. 2 [4].

$$g_l^{(0)}(x_l(t_0),t_0)\begin{cases} =0,\ l=\overline{1,k_g^{(0)}}; \\ \le 0,\ l=\overline{k_g^{(0)}+1,n_g^{(0)}}; \end{cases} \qquad (1)$$

На многообразиях

$$g_l^{(i)}(x_i(t_i),t_i)\begin{cases} =0,\ l=\overline{1,k_g^{(i)}}; \\ \le 0,\ l=\overline{k_g^{(i)}+1,n_g^{(i)}}; \end{cases} \qquad (2)$$

где $[t_{i-1}\langle t_i\ ,i=\overline{1,k}]$ происходит отделение $r_i(i=\overline{1,k})$ подсистем, которые перемещаются к многообразиям

$$g_l^{(ij)}(x_{ij}(t_{ij}),t_{ij})\begin{cases} =0,\ l=\overline{1,k_g^{(ij)}}; \\ \le 0,\ l=\overline{k_g^{(ij)}+1,n_g^{(ij)}}; \end{cases} \qquad (3)$$

где $(i=\overline{1,k};\, j=\overline{1,r_i})$, на которых заканчивается их движение.

Динамика движения подсистем рассматриваемой СДС будет описываться, уравнениями вида [1,2,3]

$$
\begin{gathered}
\dot{x}_\beta = f_\beta(x_\beta, u_\beta, t), [t_{\beta^*}, t_\beta], \\
x_\beta \in E^n, u_\beta \in \Omega_\beta \subset E^{m_\beta}, u_\beta(\cdot) \\
(\beta = \mathrm{i}, \beta^* = з-1; \beta = ij, \\
\beta^* = i; i=\overline{1,k}; j=\overline{1,r_i});
\end{gathered} \quad (4)
$$

где x_β, u_β - расширенные векторы фазового состояния и управляющих воздействий, соответствующие β-му интервалу времени между структурными преобразованиями СДС, размерности n и m_β; Ω_β - ограниченное множество пространства E^{m_β}, t_{β^*}, t_β -моменты времени начала и конца движения подсистемы по рассматриваемой ветви траектории

На траектории подсистем (4) накладываются ограничения вида.

$$
q_l^{(\beta)}(x_\beta, u_\beta, t) \begin{cases} = 0, & l = \overline{1, k_q^{(\beta)}}; \\ \le 0, & l = \overline{k_q^{(\beta)}+1, n_q^{(\beta)}} \end{cases}; \quad (5)
$$

где $t \in [t_{\beta^*}, t_\beta]$. В моменты разделения для всех фазовых координат должны выполняться следующие условия

$$
\begin{gathered}
x_i(t_i) - x_{ij}(t_i) = 0 \; (i=\overline{1,k}; j=\overline{1,r_i}), \\
x_i(t_i) - x_{i+1}(t_i) = 0 \; (i=\overline{1,k-1})
\end{gathered} \quad (6)
$$

Управление $u_\beta(t)$, фазовые координаты $x_1(t_0), x_\beta(t_\beta)$, моменты времени t_0, t_β $(\beta = i, ij; i=\overline{1,k}; j=\overline{1,r_i})$ необходимо выбирать таким образом, чтобы минимизировать критерий

$$
I = S + \sum_{i=1}^{k}(I_i + \sum_{j=1}^{r_i}(I_{ij}) \to \min \quad (8)
$$

где

$$
\begin{gathered}
S = S(x_1(t_0), t_0; x_1(t_1), t_1; x_2(t_2), t_2; \ldots; \\
x_k(t_k), t_k; x_{11}(t_{11}), t_{11}; \ldots; x_{kr_k}(t_{kr_k}), t_{kr_k},
\end{gathered} \quad (9)
$$

$$
I = \int_{t_{\beta^*}}^{t_\beta} \Phi_\beta(x_\beta, u_\beta, t)dt, \quad (10)
$$

$$
\beta = i, \beta^* = i-1; \beta = ij; \beta^* = i;
$$
$$
i=\overline{1,k};\; j=\overline{1,r_i}).
$$

Таким образом, задача (8)-(10) оптимального управления СДС состоит в поиске оптимальных управлений и траекторий движения подсистем по участкам разрывной траектории, минимизирующих критерий (8), а также в отыскании оптимальных моментов времени и фазовых координат, в которых происходят структурные преобразования СДС.

Для этого составим расширенный критерий [6]

$$
\zeta = \mathrm{S}^* + \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{k}}(\mathrm{I}_\mathrm{i}^* + \sum_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{r_i}}(\mathrm{I}_{\mathrm{ij}}^*) + \mathrm{D}, \quad (11)
$$

где

$$
\begin{gathered}
S^* = \nu S + \sum_{l=1}^{n_g^{(0)}} \nu_l^{(0)}, g_l^{(0)}(x_1(t_0), t_0) + \\
+ \sum_{i=1}^{k}\left[\sum_{l=1}^{n_g^{(1)}} \nu_l^{(i)}, g_l^{(i)}(x_i(t_i), t_i) + \right. \\
\left. + \sum_{j=1}^{r_i}\sum_{l=1}^{n_g^{(ij)}} \nu_l^{(ij)}, g_l^{(ij)}(x_{ij}(t_{ij}), t_{ij})\right],
\end{gathered} \quad (12)
$$

$$
I_\beta^* = \int_{t_{\beta^*}}^{t_\beta} \left\{ \begin{aligned} &\Phi_\beta^*(x_\beta, u_\beta, t) + \\ &+ \lambda_\beta^T(t)\left[f_\beta(x_\beta, u_\beta, t) - \dot{x}_\beta\right] \end{aligned} \right\} dt, \quad (13)
$$

$$
\begin{gathered}
\Phi_\beta^*(x_\beta, u_\beta, t) = \nu\Phi_\beta(x_\beta, u_\beta, t) + \\
+ \sum_{i=1}^{n_g^{(\beta)}} \mu_l^{(\beta)}(t) q_l^{(\beta)}(t)(x_\beta, u_\beta, t)
\end{gathered} \quad (14)
$$

$$\beta = i, \beta^* = i-1; \beta = ij;$$
$$\beta^* = i; \quad i = \overline{1,k}; \ j = \overline{1,r_i}),$$

$$D = \sum_{i=1}^{k} \left\{ \sum_{\tau=1}^{n-1} \alpha_\tau^{(i)} \xi(i) \left[x_{\tau i}(t_i) - x_{i+1_\tau}(t_i) \right] + \right.$$
$$\sum_{j=1}^{r_i} \sum_{\tau=1}^{n-1} \alpha_\tau^{(ij)} \left[x_{\tau i}(t_i) - x_{ij_\tau}(t_i) \right] + \qquad (15)$$
$$\left. {}_n^{(i)} \left[x_{i_n}(t_i) - \xi(i) x_{i+1_n}(t_i) - \sum_{j=1}^{r_i} x_{ij_n}(t_i) \right] \right\},$$

$$\xi(i) = \begin{cases} 1, i = \overline{1,k-1}, \\ 0, i = k. \end{cases}$$

Используя введенные в выражениях (11)-(15) обозначения, сформулируем принцип оптимального управления составной динамической системой с разрывной траекторией.

Пусть $x_\beta, u_\beta, t, x_1(t_0), t_0,$

$(\beta = ij; i = \overline{1,k}; j = \overline{1,r_i})$- допустимый процесс задачи (1)-(8) и $t_0 \langle t_1 \langle ... \langle t_k$. Тогда для его оптимальности необходимо существование множителей $\nu, \nu_l^{(0)}(l = \overline{1,n_g^{(0)}}), \nu_l^{(1)}(l = \overline{1,n_g^{(i)}}), \nu_l^{(ij)}(l = \overline{1,n_g^{(ij)}}),$

$\mu_l^{(\beta)}(t)(l = \overline{1,n_g^{(\beta)}})$ $t \in [t_{\beta *}, t_\beta]$ не равных одновременно нулю и непрерывных на $t \in [t_{\beta *}, t_\beta]$ $(\beta = i, \beta^* = i-1; \beta = ij; \beta^* = i;$

$i = \overline{1,k}; j = \overline{1,r_i})$ решений сопряженных векторных уравнений

$$\dot{\lambda}_\beta(t) + \partial H_\beta(x_\beta(t), u_\beta(t), \lambda_\beta(t), t) = 0,$$

$$(\beta = i, ij; i = \overline{1,k}; j = \overline{1,r_i})$$

таких, что справедливы условия:

(1^0) неотрицательности и дополняющей нежесткости $\nu \rangle 0$;

$$\nu_l^{(0)} \begin{cases} \ge 0, g_l^{(0)}(\hat{x}_1(t_0), \hat{t}_0) = 0, (l = \overline{1,k_g^{(0)}}); \\ \left. \begin{array}{l} \ge 0, g_l^{(0)}(\hat{x}_1(t_0), \hat{t}_0) = 0, \\ = 0, g_l^{(0)}(\hat{x}_1(t_0), \hat{t}_0) \langle 0, \end{array} \right\} \quad (l = \overline{1, k_g^{(0)} + 1, n_g^0}); \end{cases}$$

$$\nu_l^{(\beta)} \begin{cases} \ge 0, g_l^{(\beta)}(\hat{x}_\beta(t_\beta), \hat{t}_\beta) = 0, (l = \overline{1,k_g^{(\beta)}}); \\ \left. \begin{array}{l} \ge 0, g_l^{(\beta)}(\hat{x}_\beta(t_\beta), \hat{t}_\beta) = 0, \\ = 0, g_l^{(0)}(\hat{x}_1(t_0), \hat{t}_0) \langle 0, \end{array} \right\} \quad (l = \overline{1, k_g^{(\beta)} + 1, n_g^\beta}); \end{cases}$$

$$\mu_l^{(\beta)} \begin{cases} \ge 0, g_l^{(\beta)}(\hat{x}_\beta, \hat{u}_\beta, t) = 0, (l = \overline{1,k_g^{(\beta)}}); \\ \left. \begin{array}{l} \ge 0, g_l^{(\beta)}(\hat{x}_\beta, \hat{u}_\beta, t) = 0, \\ = 0, g_l^{(0)}(\hat{x}_\beta, \hat{u}_\beta, t) \langle 0, \end{array} \right\} \quad (l = \overline{1, k_g^{(\beta)} + 1, n_g^\beta}); \end{cases}$$

$$\beta = i, ij; i = \overline{1,k}; \ j = \overline{1,r_i};$$

(2^0) трансверсальности для сопряженных функций и гамильтонианов

$$\left. \frac{\partial S^*}{\partial x_i(t_0)} \right|_\wedge + \lambda_1(\hat{t}_0) = 0;$$

$$\left. \frac{\partial S^*}{\partial t_0} \right|_\wedge - H_1(\hat{x}_1(\hat{t}_0), \hat{u}_1(\hat{t}_0), \lambda(\hat{t}_0), \hat{t}_0 = 0,$$

$$\left. \frac{\partial S^*}{\partial x_{ij}(t_{ij})} \right|_\wedge - \lambda_{ij}(\hat{t}_{ij}) = 0;$$

$$\left. \frac{\partial S^*}{\partial t_{ij}} \right|_\wedge + H_{ij}(\hat{x}_{ij}(\hat{t}_{ij}), \hat{u}_{ij}(\hat{t}_{ij}), \lambda_{ij}(\hat{t}_{ij}), \hat{t}_{ij} = 0,$$

$$i = \overline{1,k}; \ j = \overline{1,r_i};$$

(3^0) скачка для сопряженных функций и гамильтонианов

$$\left. \frac{\partial S^*}{\partial x_i(t_i)} \right|_\wedge - \lambda_1(\hat{t}_i) + \xi(i) \lambda_{i+1}(\hat{t}_i) + \sum_{j=1}^{r_i} \lambda_{ij}(\hat{t}_i) = 0;$$

$$\left. \frac{\partial S^*}{\partial t_i} \right|_\wedge + H_i(\hat{x}_i(\hat{t}_i), \hat{u}_i(\hat{t}_i), \lambda(\hat{t}_i), \hat{t}_i) -$$
$$\xi(i) H_{i+1}(\hat{x}_{i+1}(\hat{t}_i), \hat{u}_{i+1}(\hat{t}_i), \lambda_{i+1}(\hat{t}_i), \hat{t}_i -$$
$$- \sum_{j=1}^{r_i} H_{ij}(\hat{x}_{ij}(\hat{t}_i), \hat{u}_{ij}(\hat{t}_i), \lambda_{ji}(\hat{t}_i), \hat{t}_i) = 0;$$

$$i = \overline{1,k}; \xi(i) \begin{cases} = 1, i = \overline{1, k-1} \\ = 0, i = k; \end{cases}$$

(4^0) минимума гамильтонианов

$$H_\beta(\hat{x}_\beta(t), \hat{u}_\beta(t), \lambda_\beta(t), t) =$$

$$= \min_{u_\beta(t)\in\Omega_\beta} H_\beta(\hat{x}_\beta(t), u_\beta(t), \lambda_\beta(t), t),$$

$$t \in [t_{\beta*}, t_\beta] \, (\beta = i, \quad \beta^* = i-1; \beta = ij;$$

$$\beta^* = i; i = \overline{1,k}\,;\; j = \overline{1,r_i}).$$

Здесь $\beta = i, j; i = \overline{1,k}; j = \overline{1,r_i}$.

Выводы

Таким образом, предложенный метод размещения сенсоров в зоне чрезвычайной ситуации на базе технологии составных динамических систем позволяет определить оптимальные управления и траектории движения подсистем (квадрокоптера, запускаемых контейнеров и малогабаритных камер) по участкам разрывной траектории, а также оптимальные моменты времени и фазовые координаты, в которых происходят структурные преобразования рассматриваемой системы, которые минимизируют энергетические затраты на управление и обеспечивающие максимальную зону покрытия контролируемой территории с учётом требований к качеству передаваемой камерами (сенсорами) информации.

Список литературы

1. Боднер В.А., Роднищев Н.Е., Юриков Е.П. Оптимизация терминальных стохастических систем. – М.: Машиностроение, 1987. – 208 с.

2. Брайсон А., Хо Ю–Ши. Прикладная теория оптимального управления. М.: Мир, 1972. – 554 с.

3. Квакернаак Х., Сиван Р. Линейные оптимальные системы урправления. – М.: Мир, 1977. – 650 с.

4. Кротов В.Ф. Гурман В.И. Методы и задачи оптимального управления. – М.: Наука, 1973. – 448 с.

5. Лысенко А.И. Необходимые условия оптимальности траектории составной динамической системы// Авиационные приборы, навигационные системы жизнедеятельности экипажей Л.А. – М.: ВВИА им. проф. Жуковского, 1988. – С. 82-95.

6. Лысенко А.И. Оптимизация траектории составной динамической системы с текущим моментом разделения// Техническая кибернетика. – Киев: Выща школа. 1990. – Вып. 2. – С. 24-31.

7. Сейдж Э.П., Уайт Ч.С. Оптимальное управление системами. – М.: Радио и связь, 1982. – 392 с.

Статью представлено в редакцию 29.09.2014