УДК 681.5(042.3)

Семко В.В., к.т.н.,
Семко О.В.

ДОСЛІДЖЕННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ РІШЕННЯ ЗАДАЧІ КОНФЛІКТУ ЗА МЕТОДОМ ІНТЕГРАЛЬНОГО УСІКАННЯ ВАРІАНТІВ

semalek@meta.ua

Національний авіаційний університет

Розглянуто питання вирішення задачі конфлікту взаємодії об'єкту управління та відкритої множини об'єктів спостереження в довільному просторі спостереження та пошуку за умов невизначеності та неопуклої системи обмежень. Досліджені математичні засади існування нерухомої точки в суттєво неопуклому та небезперервному просторі рішень, який синтезується на основі моделей методу інтегрального усікання варіантів. Наведені результати імітаційного експерименту

Ключові слова: простір спостереження та пошуку, простір рішень, об'єкт пошуку, об'єкт управління, нерухома точка, топологічний простір,синтез рішення, конфлікт, невизначеність, відкрита множина об'єктів спостереження

Вступ

Сучасні об'єкти і процеси управління структурно та функціонально є складними, багатомірними, характеризуються істотними взаємозв'язками своїх компонентів між собою та із компонентами зовнішнього середовища, а також невизначеністю та конфліктністю при переміщенні в просторі спостереження та пошуку.

Технічні об'єкти і процеси не можуть бути повною мірою формально (математично) описані або мають складний опис, який не може практично в повній мірі бути використаним при синтезі рішень щодо запобігання та вирішення конфлікту з використанням традиційних методів і підходів, наприклад, теорії ігор.

В такому разі застосування методів і підходів ситуаційного управління [1-2] має на увазі наявність об'єкту і суб'єкту управління [3-6]. Здійснення цілей управління забезпечується шляхом реалізації синтезованих стратегій управління (поведінки). Стратегії управління вибираються як варіанти або альтернативи можливих найкращих з точки зору критерію відбору або функції, що оцінює синтезоване рішення.

Актуальність

В силу своєї значимості проблематика синтезу та вибору рішень виділилась в окремий науковий напрямок.

При практичній реалізації (вирішенні) задачі вибору, наприклад, з метою запобігання конфлікту, приймаються конкретні моделі й процедури, які не завжди теоретично обґрунтовується в логічних засадах вибору, аксіоматиці, принципах раціональності, узгодження, теоретичних і практичних аспектах дотримання принципів синтезу ергатичних систем керування і запобігання конфлікту.

Конкретні моделі та процедури синтезу альтернативних рішень і вибору, носять в основному евристичний характер і вимагають розробки теоретично обґрунтованих методів, які можуть бути методологічною основою рішення прикладних задач.

Сучасними є підходи до розв’язання задач конфлікту і вибору на основі методології теорії ігор, методів математичного програмування, рішення динамічних задач дискретної оптимізації в класі детермінованих і недетермінованих моделей, а також методів ситуаційного управління.

Кожен метод синтезу і вибору альтернативних рішень по суті є відображенням, яке зіставляє різним альтернативним варіантам множину обраних варіантів, що при використанні процедури самонавчання дозволяє говорити про використання методів штучного інтелекту, як елементів системи штучного розуму.

Великий інтерес представляють реалізовані в дискретному обчислювальному середовищі методи автоматизованого синтезу та вибору стратегій поведінки, управління, спостереження, вивчення та навчання в системах запобігання та вирішення конфліктів в технічних ергатичних системах. В такому сенсі технічні ергатичні системи використовуються для забезпечення функцій керування в технічних системах, як то інформаційних, навігаційних, тренажерних, навчальних та інших, для яких суттєвим є забезпечення вимог функціонування ергатичних організмів в відповідних просторах (середовищах) відображення дійсності за умов зовнішнього і/або внутрішнього конфлікту.

У вищезазначених просторах (середовищах) інтерактивний цiледосягаючий діалог в процесі функціонування технічної ергатичної системи на рівні ергамату дозволяє трактувати завдання синтезу стратегій і вибору варіантів як ігрове завдання запобігання конфлікту. В такому разі середовище прийняття рішення є середовищем існування віртуальних гравців.

В такому разі сенс віртуальності полягає в постійній зміні активності в середовищі конфліктуючих об'єктів (суб'єктів), як сторін запобігання та та/або вирішення конфлікту.

Мета

В загальному випадку синтез рішень щодо управління об'єктом в умовах конфлікту, невизначеності поведінки об'єктів спостереження, неопуклості та небезперервності багатомірного простору спостереження та пошуку (ПСП) є складним процесом, який потребує багато часу та обчислювальних ресурсів.

Для синтезу стратегій управління об'єктом управління (ОУ) запропоновано метод інтегрального усікання варіантів [6-9], який принципово дозволяє синтезувати тільки ті варіанти стратегій рішення конфлікту взаємодії ОУ з об'єктами спостереження (ОС) в ПСП, які можуть бути гарантовано виконані. Синтез стратегій поведінки щодо запобігання та вирішення конфлікту взаємодії технічних ергатичних систем здійснюється шляхом вибору кращої стратегії в сутності принципу оптимальності.

Метод поєднує в собі підходи, відомі в рішенні оптимізаційних багатокритеріальних задач та принципи дослідження і вибору рішення на основі моделей вибору. За сутністю метод інтегрального усікання варіантів відноситься до методів ситуаційного управління.

Синтез стратегій і вибір рішень визначаються умовами оптимізації та не суперечать необхідним умовам оптимальності керованих систем, що перебувають у стані конфлікту.

Оптимізація варіантів синтезованих рішень для динамічних систем здійснюється в просторі реалізуючих рішень, що дозволяє мінімізувати переборну процедуру вибору оптимального рішення. Така ситуація є типовою при дослідженні екстремальних властивостей таких динамічних об'єктів, як інформаційні об'єкти, соціальні системи, літальні та космічні апарати, морські судна, тощо.

Постановка задач

У розглянутій постановці задача вирішення конфлікту розглядається як варіаційна і формулюється таким чином, що екстремальний елемент є припустимим, незважаючи на можливу стрибкоподібну зміну вектора стану формального середовища опису конфлікту.

Підхід до розв’язання конфлікту за методом інтегрального усікання варіантів орієнтований на якісне дослідження проблеми формального опису середовища і конфлікту в цілому. В такому випадку конструктивні можливості формального опису об’єктів (суб’єктів) конфлікту істотно залежать від того, наскільки успішно можна використовувати чисельні методи, розроблені в теорії оптимального керування для відшукання рішень, що відповідають узагальненим впливам щодо забезпечення функціонування технічної ергатичної системи і/або ергатичного організму.

В такому разі підхід до розв'язання конфлікту за методом інтегрального усікання варіантів пов'язаний з побудовою мінімізуючої послідовності траєкторій (стратегій, ланцюжків) у просторі рішень. Значення критерію в просторі рішень прагне до оптимального.

Метою дослідження є вирішення задачі синтезу стратегій управління ОУ при конфлікті взаємодії з відкритою множиною ОС за умов невизначеності їх поведінки в неопуклому та небезперервному ПСП.

Розв'язання задач

Для опису конфлікту взаємодії ОУ з відкритою множиною ОС в ПСП застосує модель [4-7, 9].

Слід зазначити, що в загальному випадку в запропонованій моделі границя простору Q, який є ПСП, задається неявною функцією

$$Г_{гр}(Q) = 0, \tag{1}$$

яка є безперервною та в загальному випадку неопуклою.

Разом з тим для ОУ та кожного ОС в багатомірному топологічному неопуклому ПСП за двомірними перерізами визначено значення предикату приналежності Θ_j кожної точки простору Q, а саме

$$\begin{cases} \Theta_j = 0, \forall \sum_{i=1}^{m} \xi^i_j = 0 \\ \Theta_j = 1, \forall \sum_{i=1}^{m} \xi^i_j = 2\pi \end{cases}, \tag{2}$$

де Θ_j - значення, яке приймає предикат приналежності точки A_j простору Q за умови обмеження зазначеного простору m-кутником; ξ^i_j - кут повороту вектора-вказівника при його переміщенні від початку в кінець j-го елементу лінії границі $Г_{гр}(Q)$ простору Q в напрямку обертання годинникової стрілки [4-5].

Модель M взаємодії об'єктів в ПСП за умови замкненості ПСП з урахуванням співвідношень (1) та (2) має вигляд

$$M = \bigcup_{i=0}^{N} M^i, \tag{3}$$

де часткова модель M^i i-го ОС може бути представлена у вигляді

$$M^i = \left\langle Б^i, F^i, Г^i_{пр} \right\rangle. \tag{4}$$

Модель ОУ має вигляд

$$M^0 = \left\langle Б^0, F^0, Г^0_{пр} \right\rangle. \tag{5}$$

В співвідношеннях (4) та (5) базис $Б^i$ визначає потенційні можливості *і-го* ОС та ОУ

$$Б^i = \left\langle X^i, Y^i, A^i \right\rangle, \tag{6}$$

де X^i - множини потенційно можливого знаходження i-го ОС, які визначаються як множини (області) керуючих та напівкеруючих станів у відповідності з припущенням невизначеності та прогнозу переміщення i-го ОС; множина Y^i визначається характеристиками переміщення i-го ОС в просторі керуючих і напівкеруючих станів (ресурси управління щодо зміни динамічних та кінематичних характеристик) у відповідності з припущенням A^i, яке враховує прогноз, невизначеність, динаміку та небезпечність переміщення i-го ОС щодо ОУ для співвідношення F^i в базисі $Б^i$ згідно співвідношення (6).

Значення F^i в співвідношеннях (4) визначає властивості *і-го* ОС

$$F^i = \left(f^i_x, f^i_c, d^i \right), \tag{7}$$

де f^i_x - згладжені значення координат для *і-го* ОС в кожен момент спостереження в просторі Q; f^i_c - згладжені значення першої похідної (вектору швидкості зміни координат); d^i - припустиме зближення ОУ з i-м ОС.

В загальному вигляді для і-го ОС значення d^i може бути визначено як

$$d^i = d^i_{зад} + \Delta d^i, \tag{8}$$

де $d^i_{зад}$ - припустиме значення зближення ОУ з i-м ОС, Δd^i - невизначеність, яка враховує динамічність i-го ОС.

В загальному вигляді значення Δd^i для k - мірного простору визначається співвідношенням

$$\Delta d^i = \sqrt{\sum_{j=1}^{k} \left(\ddot{x}^i_j\right)^2 \frac{\overline{\Delta t^2}}{2}}\ , \qquad (9)$$

де $\ddot{x}^i_j$ - друга похідна відповідної j-ї координати i-го вектору швидкості f^i_c i-го ОС, Δt - інтервал вимірювання.

З метою врахування невизначеності для різних за фізичною сутністю ПСП (фізичний, віртуальний, тощо) доцільним є врахування невизначеності у вигляді

$$\Delta x^j_i = \frac{p}{2m\Delta \dot{x}^j_i}, \qquad (10)$$

де $\dot{x}^i_j$ - перша похідна відповідної j-ї координати i-го вектору швидкості f^i_c i-го ОС, Δx^j_i - відповідна координата j вектору f^i_x i-го ОС, m - маса i-го ОС, p - коефіцієнт, який визначається сутністю ПСП та i-го ОС.

Таким чином, співвідношення (8) - (10) визначає вектор f^i_x для i-го ОС.

В співвідношенні (4) $Г^i_{пр}$ - граматика та правила утворення співвідношень при взаємодії ОУ та i-го ОС, а також взаємодії i-го ОС з іншими ОС в ПСП.

Тобто в загальному випадку за співвідношенням (4) можна ввести поняття мови для формального опису процесів, пов'язаних з вирішенням задачі пошуку та переслідування.

В загальному випадку мова є нескінченною множиною, а нескінченні об'єкти важко задати, наприклад, простим перерахуванням елементів [10, 11]. Будь-який кінцевий механізм задавання мови є граматикою. В виразі (4) це $Г^i_{пр}$.

Для ОУ в співвідношенні (5)

$$Б^0 = \left\langle X^0, Y^0, A^0 \right\rangle, \qquad (8)$$

де X^0 - множина потенційно можливого знаходження ОУ, множина Y^0 визначається характеристиками переміщення ОУ в просторі керуємих і напівкеруємих станів (ресурси управління щодо зміни динамічних та кінематичних характеристик) у відповідності з припущенням A^0, яке враховує прогноз, динаміку та небезпечність переміщення ОУ.

$$F^0 = \left(f^0_x, f^0_c, d^0\right), \qquad (9)$$

де f^0_x - в загальному випадку є згладженими значеннями координат ОУ в ПСП в кожен момент спостереження; f^o_c - згладжені значення першої похідної (вектору швидкості зміни координат); d^0 - припустиме найменше зближення ОУ з ОС.

Слід зазначити, що для співвідношень (5), (8-9) суттєвим є вибір системи координат моделі (3).

В співвідношенні (9) значення d^0 є в загальному випадку критичною величиною найменшого припустимого зближення, при якому не порушується цілісність конфлікту. Наприклад, найменша дистанція зближення для морських чи повітряних суден для здійснення маневру ухилляння від зіткнення, що визначається відповідними правилами та інструкціями.

В моделі (3) за умов невизначеності до границі $Г_{гр}(Q)$ підпростору рішень (ПР) Q за співвідношенням (1) ставиться вимога замкненості.

Підпростір Q ПСП формується з урахуванням усіх характеристик поведінки об'єктів в цьому просторі, а саме невизначеності їх координат в кожен момент спостереження, значення вектору швидкості зміни координат, припустимого зближення. За вимог замкненості ПР границю цього простору представимо в вигляді (1).

Границя $Г_{гр}(Q)$ в загальному випадку є безперервною, кусково-гладкою неопуклою і замкненою, що не дозволяє використовувати традиційні підходи щодо опису простору обмежень $G_{обм}$, і не дозволяє використовувати традиційні методи рішення задач опуклого програмування в топологічному просторі. Слід зауважити, що підпростір $G_{обм}$ має задовільняти вимоги зв'язності та безперервності хоча б впродовж траєкторії керуючого переміщення ОУ в ПСП.

Для співвідношення (3) додаткові обмеження підпростіру $G_{обм}$ з границею $Г_{гр}(Q)$ визначаються співвідношенням

$$A = \bigcup_{i=0}^{N} A^i, \qquad (10)$$

яке враховує невизначеність та прогноз переміщення об'єктів в ПСП з врахуванням системи обмежень. Тобто для ОУ маємо

$$F = \bigcup_{i=0}^{N} F^i, \forall f_x^i \subset f_x, \forall f_c^i \subset f_c, \forall d^i \subset d. \qquad (11)$$

Таким чином, співвідношення (11) узагальнює всі характеристики кіберорганізмів в просторі спостережень з врахуванням (7), (8) і (10).

Відображення співвідношення F^i для i – го ОС з врахуванням (A^i, A^0) та базису $(Б, Г_{пр})$ на підмножину $G_{обм}$ породжує підпростори $G^i_{обм}$, які є неприпустимими для позицій ОУ (X^0, Y^0) та параметрів його переміщення, що дозволяє використати принцип невизначеності при визначення динамічних характеристик поведінки об'єктів в ПСП.

Слід зауважити, що ПСП є топологічним і, при необхідності, може бути декомпозований на класи еквівалентності [12].

Тоді

$$G^i_{обм} = E(X^0, Y^0, f_c^0, f_c^i, X^i, Y^i, A^0). \qquad (12)$$

В такому випадку інтегральна множина ПР з врахуванням (12) матиме вигляд

$$G_{ріш} = G_{обм} \bigcup_{i-0}^{N} G^i_{обм}. \qquad (13)$$

Співвідношення (13) дозволяє визначити геометричне місце точок ПСП, як лінійного евклідового простору, в якому значення параметру взаємного розміщення об'єктів (відстань, напрямок на об'єкт, тощо) не менший за значення співвідношення порівняння d^i (відстані, напряму на об'єкт, тощо) для ОУ.

Виходячи з співвідношень, які є формальним описом стану i - го ОС, визначимо інформаційну множину ПРКУ

$$S = \bigcup_{N, \psi_{доп}} S^i(X^0, Y^0, f_c^0, f_c^i, X^i, Y^i, d^i, A^i, \Delta t), \qquad (14)$$

де S^i - множина припустимих значень параметрів, які визначають характеристики переміщення та позицію i-го ОС в ПСП при його переміщенні за напрямком ψ_j, який належить множині припустимих напрямків переміщення ОУ за умови дотримання значення d^i, Δt - інтервал часу вимірювань та розрахунків.

В загальному випадку підпростори $G_{обм}$ та Q не є опуклими та безперервними але є топологічними лінійними. Тоді задачу синтезу стратегії переміщення ОУ можно вирішити в банановому або гільбертовому просторі за умов виконання відповідних перетворень та врахування співвідношень відображення і невизначеності.

На підставі отриманого формального опису інформаційних множин (3) - (14) синтез стратегії управління ОУ здійснюється за мінімально-переборною процедурою методу інтегрального усікання варіантів [4, 7], згідно критерію $Ф$.

Критерій $Ф$ фактично є критерієм вибору, який є адитивним

$$\begin{cases} Ф = \sum_{i=1}^{k} C_i \lambda_i \\ \lambda_i = \dfrac{\Delta u_i}{\sup|u_i|}, \forall \lambda_i \subset \lambda. \\ \sum_{i=1}^{k} C_i = 1 \end{cases} \qquad (15)$$

Значення коефіцієнтів C_i в співвідношенні (15) визначається для кожного виду конфліктів окремо. λ_i визначає "витрати на управління" параметром або функцією управління u_i.

В такому разі задачу синтезу управління можна сформулювати як конфлікт взаємодії об'єктів в ПР

$$K = \langle M, A, S, Г_{пр}, G_{ріш}, \mu \rangle, \qquad (16)$$

а процедуру синтезу стратегій керування μ на підставі принципу оптимальності χ, який реалізовує вимоги критерію $Ф$ для конфлікту згідно співвідношення (16), можна представити у вигляді

$$\begin{cases} K = \langle M, A, S, \Gamma_{пр}, G_{ріш}, \mu \rangle \\ \lambda K = \mu \end{cases}. \quad (17)$$

Вибір оптимальної стратегії μ^* з урахуванням правила зупинки $\Gamma_{зуп}$ для співвідношення (17) формулюється в вигляді

$$\mu^* = \inf_{\chi, \Gamma_{зупп}} K. \quad (18)$$

Співвідношення (16-18) фактично є постановкою задачі опису конфлікту взаємодії об'єктів ПСП.

Розраховані значення є засадними при синтезі ланцюжків стратегій для конфлікту (17) та вибору оптимального рішення згідно (15) та (18).

Синтез стратегій управління при вирішенні конфлікту взаємодії ОУ та ОС в ПСП вміщує два основних етапи, а саме синтез моделі опису ПСП та формальний опис стану конфлікту взаємодії ОУ з ОС.

Для вирішення задачі конфлікту доцільно використати методи ситуаційного управління ОУ [1-2, 7], що забезпечує синтез ланцюжків стратегій управління переміщенням ОУ в просторі рішення (ПР) згідно обраній стратегії рішення конфлікту.

Для структурованої інформації виникають інформаційні співвідношення невизначеності аналогічні принципу невизначеності Гейзенберга в квантовій механіці. При цьому не порушуючи принципи фізичного квантованого світу, слід виходити з посилки "квантової структури інформації" [13], що цілком випливає з принципу структуризації інформації в системах ситуаційного управління.

Таким чином, можна стверджувати, що крім "фізичної нерозрізненості" об'єктивно існує і інформаційна нерозрізненість (нерозрізненість в межах кроку зміни структури). У такому разі співвідношення невизначеності є наслідком дії апарату представлення (не від його точності - розрядної сітки представлення інформації).

Слід зазначити, що в загальному випадку ПСП та ПР є неопуклими, небезперевними та топологічним, що є принциповим для методу інтегрального усікання варіантів.

Теорема. Для довільних самосполучених операторів $A : H \to H$ та $B : H \to H$ і будь якого елементу x з H такого, що ABx та BAx обидва визначені (тобто Ax і Bx також визначені), маємо:

$$\begin{aligned} &\langle x \mid AB \mid x \rangle \langle x \mid BA \mid x \rangle = \left| \langle Bx \mid Ax \rangle \right|^2 \le \\ &\left| \langle Ax \mid Ax \rangle \right| \mid \left| \langle Bx \mid Bx \rangle \right| = \left\| \langle Ax \rangle \right\|^2 \left\| \langle Bx \rangle \right\|^2 \end{aligned}. \quad (19)$$

Ця теорема випливає з нерівності Коші-Буняковського, яке пов'язує норму і скалярний добуток векторів в евклідовому просторі. Нерівність (19) еквівалентна нерівності трикутника для норми.

Слід зазначити, що оператор A в комплексному чи дійсному гільбертовому просторі $\mathfrak{H}$ є ермітовим, симетрическим, якщо він задовольняє рівності $(Ax, y) = (x, Ay)$ для всіх (x, y) з області визначення A. В даному випадку припускається, що (x, y) — скалярний добуток в $\mathfrak{H}$. Оператор в $\mathfrak{H}$ є самосполученим або гіпермаксимальним ермітовим якщо він співпадає зі своїм сполученим.

В данному випадку поняття сполученості пов'язане з топологічністю лінійного простору (ПСП та ПР).

Нехай E, L – лінійні простори, а E^*, L^* – сполучені лінійні простори (простори лінійних функціоналів, визначених на E, L). Тоді для будь-якого лінійного оператора $A : E \to L$ та будь-якого лінійного функціоналу $g \in L^*$ є визначеним лінійний функціонал $f \in E^*$, який є суперпозицією g.

Тобто $f(x) = g(A(x))$.

В такому разі сполучений лінійний оператор має вигляд відображення $g \mapsto f$, а $(A^* g, x) = (g, Ax)$, для якого в загальному випадку (B, x) є дією функціоналу B на вектор x.

Тоді відображення оператора $g \mapsto f$ лінійно та безперервно, а сполучений оператор можно записати у вигляді $A^* : L^* \mapsto E^*$.

В загальному випадку форма, безперервність, лінійність, топологічність ПС є невизначеною. Тому слід враховувати деякі характеризуючі ознаки, які дозволяють узагальнити погляд на характеристики існування ПС.

Слід зазначити, що поняття сполученості існує для топологічного лінійного, банахова та гільбертова просторів.

Задамо для банахова простору безперервний лінійний оператор $A : X \to Y$, який діє з банахова простору *X* в банаховий простір *Y*.

Тоді для сполучених просторів X^*, Y^* визначимо, що $\forall x \in X, f \in Y^*, [Ax, f] = f(Ax)$.

Якщо f– фіксовано, то $[Ax, f]$ – лінійний безперервний функціонал в просторі $X, [Ax, f] \in X^*$. Таким чином, для $\forall f \in Y^*$ є визначеним лінійний безперервний функціонал з X^* такий, що $[Ax, f] = [x, A^* f]$. В такому разі оператор A^* є сполученим.

Аналогічно можна визначити сполучений оператор до лінійного необмеженого оператора. При цьому слід враховувати те, що такий сполучений оператор буде визначеним на всьому просторі.

Слід зазначити, що для сполученого оператора A^* в банаховому просторі справедливими є наступні властивості:

- оператор A^* – лінійний;

- оператор *C* – лінійний безперервний;

- якщо оператор *A* є лінійним безперервним, то оператор A^* є також лінійним безперервним;

- нехай *0* – нульовий оператор, а *E* – одиничний оператор, тоді справедливими є вислови:

$$\left[\begin{array}{l} O^* = O, E^* = E \\ (A+B)^* = A^* + B^* \\ \forall \alpha \in C, [\alpha A]^* = \overline{\alpha} A^* . \\ (AB)^* = B^* A^* \\ (A^{-1})^* = (A^*)^{-1} \end{array}\right. \qquad (20)$$

Згідно співвідношення (20) для відображення в гільбертовому просторі H, як і для відображення в топологічному лінійному та банаховому просторах, норма яких породжена додатньо визначеним скалярним множенням, отримаємо ототожнення простору зі своїм сполученим. Тобто для оператора $A : H \to H$ рівність $(Ax, y) = (x, A^* y)$ визначає сполучений оператор $A^* : H \to H$. В цьому випадку (x, y) є скалярним результатом множення в просторі *H*.

Таким чином, для будь-яких сполучених операторів вірна загальна форма принципу невизначеності, описувана співвідношенням Робертсона-Шредингера [1]

$$\frac{1}{4}\left(\left|x \mid AB - BA \mid x\right|\right)^2 \le \left\|\langle Ax\rangle\right\|^2 \left\|\langle Bx\rangle\right\|^2 . \qquad (21)$$

Для операторів *A* і *B* в виразі (21) комутатор $[A, B] = AB - BA$ і визначений для тих *x*, для яких визначені обидва *ABx* та *BAx*.

В такому разі співвідношення невизначеності Гейзенберга слідує з співвідношення Робертсона-Шредингера.

Тоді для двох фізичних величин *A* і *B*, пов'язаних з самосполученими операторами, для яких визначені *ABx* та *BAx* згідно співвідношенню (21), буде справедливим вираз

$$\Delta_\psi A \Delta_\psi B \ge \frac{1}{2}\left|\langle [A, B] \rangle_\psi\right| . \qquad (22)$$

Виходячи з співвідношення (22), оператор стандартного відхилення величини X в стані ψ системи можна записати в вигляді

$$\Delta_\psi X = \sqrt{\langle X^2 \rangle_\psi \overline{\langle X \rangle_\psi^2}} . \qquad (23)$$

В співвідношенні (23) середнє значення оператора величини *X* для ψ визначено і має вид $\langle X \rangle_\psi = \langle \psi \mid X \mid \psi \rangle$.

Сказане вище відноситься до теорії операторів і може бути узагальнено на будь-яку пару ермітових операторів. В загальному випадку співвідношення невизначеності можна застосувати до віртуальних явищ кібернетичного простору. В такому разі некомутуючі самосполучені операторів A і B мають один і той же власний вектор ψ, який представляє собою стан, який є одночасно вимірювальним для A і B.

Виходячи з співвідношення (19) та сполученості пов'язаних з топологією лінійного простору (ПСП та ПР), а саме лінійних просторів E,L та сполучених з ними просторів лінійних функціоналів E^*, L^*, які визначені на просторах E,L, можна зробити висновок щодо наявності в локальному опуклому топологічному просторі ПСП та ПР безперервного відображення $f: E \to E$ та $f: L \to L$ опуклих компактних множини E та L, а $f:(E,L) \to (E^*, L^*)$, що свідчить про безперевність відображення в разі відкритості піхідної множини, яка є прообразом відображення. В такому разі, виходячи з теореми Шаудера — Тихонова, можна зробити висновок про наявність нерухомої точки в локально опуклому топологічному векторному просторі ПСП та ПР.

За теоремою Бауера нерухома точка може бути у безперервному відображенні (E^*, L^*), що свідчить про наявність рішення задачі конфлікту згідно моделі, визначеної співвідношеннями (3) - (18).

Топологічне векторне представлення даних відрізняється від нетопологічного можливістю отримання вичерпного списку взаємовідносин між пов'язаними геометричним примітивами без зміни координат просторових об'єктів, що зберігаються.

Векторно-топологічне представлення - різновид векторного представлення лінійних і полігональних просторових об'єктів, що описує не лише їх геометрію, але і топологічні стосунки між полігонами, дугами і вузлами.

О.Д.Олександров ввів загальне поняття кінематики як впорядкованого топологічного простору де відношення порядку відповіднич чином погоджено з топологією [16].

Разом з тим слід зазначити, що в подальшому слід враховувати те, що для топологічного простору мають місце твердження.

Твердження 1. Для довільного геометричного замкненого топологічного простору його перерізи є топологічними двомірними підпросторами з границями довільної форми.

Виходячи з положень загальної топології [17, 18], приведемо твердження, щодо підтверджують справедливість наведеного твердження.

Твердження 2. Нехай X_1 та X_2 - топологічні простори, в яких $\forall \alpha_1 \in X_1$ відображення $x_2 \mapsto (\alpha_1, x_2)$ є гомеоморфізм простору X_2 на підпростір $\{\alpha_1\} \times X_2$ простору $X_1 \times X_2$.

Відображення $x_2 \mapsto (\alpha_1, x_2)$ є безперервним перетином за відношенням еквівалентності $p_{r_2} z = p_{r_2} z'$ в $X_1 \times X_2$. Таким чином факторпростір простору $X_1 \times X_2$ за цим відношенням еквівалентності гомеоморфно X_2.

В даному випадку точка $z \in Z$, де Z - простір наділений топологією $\mathcal{F}$ і нерозривний в точці $z; r_2 = X_2 / R$ - фактор-множина наділена фактортопологією X_2 до відношення еквівалентності R; pr_2 – безперевна проекція r_2.

Наслідок. Перетин (зріз) $A(x_1)$ відкритої замкненої підмножини A простору $X_1 \times X_2$ за довільною точкою $x_1 \in X_1$ є відкритою замкненою множиною в X_2.

Твердження 3. Проекція довільної множини U з $X_1 \times X_2$ на будь-яке з просторів-співмножників є відкритою множиною.

Справедливість твердження витікає з наслідку попереднього твердження, наприклад, $p_{r_2} U = \bigcup_{x_1 \in X_1} U(x_1)$.

Зауваження. Проекції замкненої множини з $X_1 \times X_2$ на проостори-співмножники можуть бути незамкненими множинами. Так, наприклад, для раціональної площини множина Q^2 є гіперболою, яка визначається рівнянням

$x_1 x_2 = 1$, яка є замкненою множиною, але обидві її проєкціїспівпадають з доповненням до точки 0 в Q, але ця множине незамкнена.

Твердження 4. Нехай X_1, X_2, Y - топологічні простори і f - відображення простору $X_1 \times X_2$ в Y. Якщо f безперервно в точці (α_1, α_2), то часткове відображення $x_2 \mapsto f(\alpha_2, x_2)$ простору X_2 в Y безперервно в точці α_2.

Зазначене відображення є композицією f та відображення $x_2 \mapsto f(\alpha_2, x_2)$. Таким чином, справедливість твердження є наслідком твердження 2.

Твердження 4 можна висловити інакше, кажучи, що безперервна функція двох аргументів є безперервною по кожному аргументу окремо.

Зауваження. Може статися так, що всі часткові відображення, які визначаються відображенням $f: X_1 \times X_2 \to Y$, безперервні, а f не небезперервне на множині $X_1 \times X_2$. Наприклад, у відображенні *f* числової площини R^2 в *R*, визначеного умовами $f(x, y) = \dfrac{xy}{x^2 + y^2}$ для $(x, y) \neq (0,0)$ та $f(0,0) = 0$ всі часткові відображення безперевні, але *f* не небезперервне в точці (0,0), оскільки $f(x, x) = \dfrac{1}{2}$ при $x \neq 0$.

Якщо *g* - відображення простору X_1 в *Y*, безперервне в точці α_1, то відображення $(x_1, x_2) \mapsto g(x_1)$ простору $X_1 \times X_2$ в Y безперервне в будь-якій точці (α_1, x_2), як композиція *g* та проєкції на X_1.

Результати цього n° безпосередньо розповсюджується на довільний добуток $\prod_{i \in I} X_i$ топологічних просторів, якщо помітити, що останнє гомеоморфно добутку $\left(\prod_{i \in 1} X_i\right) \times \left(\prod_{i \in K} X_i\right)$ для кожного розбиття (*J*,*K*) множини *I*.

Тим самим доведено правильність твердження 1. Тобто перерізи топологічних просторів ПСП та ПР довільними площинами є також топологічними.

Наведені міркування поширюються на динамічні об'єкти, включаючи поля, а також і на об'єкти кібернетичного простору, в якому можна ввести аналог координат частинки і аналог компонент імпульсу частинки, що є канонічними імпульсами, пов'язаними зі зміною середовища у часі, що враховується в співвідношеннях (9) та (10).

Взаємодія різних за своєю фізичною сутністю об'єктів в ПСП та ПР, як в просторі спостережень, станів та поведінки, пошуку щодо ОУ може бути описана, як модель конфлікту.

Виходячи з особливостей функціонування ОУ в ПСП та ПР, слід враховувати те, що при синтезі рішень може змінюватись структура управління ОУ та інформація щодо функціонування та переміщення ОС в ПСП та ПР.

Дослідження часових характеристик при синтезі рішень показали незначну залежність часу обчислення оптимального рішення від кількості ОС (Рис. 1).

Результати дослідження часових характеристик здійснення обчислювальних процедур при синтезі стратегій рішення конфлікту взаємодії ОУ з ОС в ПСП та ПР за методом інтегрального усікання варіантів в залежності від кількості ОС та інтервалу зміни напрямків переміщення ОУ на імітаційних моделях наведені на рис. 2.

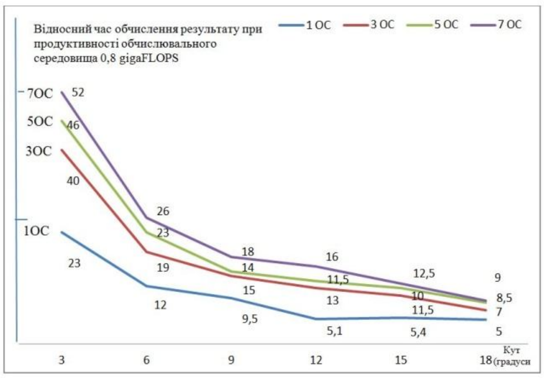

Рис. 1. Залежність часу обчислення оптимального рішення від кількості ОС

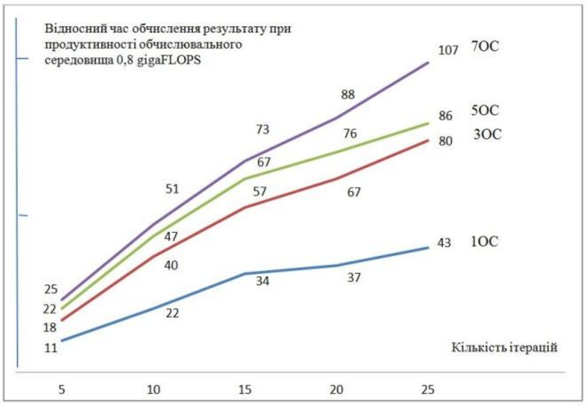

Рис. 2. Залежність часу обчислення від припустимої кількості ітерацій

Дані, які наведені на рис. 1 та рис. 2, відображають лише тенденцію зміни часу обчислень за методом інтегрального усікання варіантів та вказують на незначну залежність часу здійснення обчислювальних процедур від кількості ОС та особливостей ПР.

Подальші дослідження та імітаційні експерименти щодо програмної реалізації алгоритмів методу інтегрального усікання варіантів дозволили отримати кількісні характеристики, які дозволили синтезувати функцію найкращого наближення (24) в класі поліномів Чебишева [19] для оцінювання часу синтезу ланцюжків оптимальних рішень щодо управління ОУ при взаємодії з ОС в просторі Q .

$$t=\frac{N_в}{N_o}(5{,}1851+39{,}392\frac{n}{(\Delta\psi)^2}-1{,}7546\frac{n^2}{(\Delta\psi)^2}-188{,}83\times k\times(\Delta\psi)^2+0{,}42559\frac{n^2}{\Delta\psi}+0{,}2649\times k\times n-0{,}091951\times k\times\Delta\psi-0{,}5177\frac{n}{k}-0{,}057979\times k\times n^2+0{,}2754\frac{\Delta\psi}{k}-0{,}00999\times\Delta\psi\times n),(сек), \quad (24)$$

де $N_в$ - продуктивність обчислювального середовища, яке здійснює розрахунок стратегій рішення (*gigaFLOPS*);

N_o - продуктивність обчислювального середовища PDP11 (*gigaFLOPS*);

k – глибина пошуку (кількість ітерацій за аналізуємим напрямком переміщення ОУ);

n – кількість ОС;

$\Delta\psi$ - інтервал зміни напрямків переміщення.

Синтез рішень щодо вирішення конфлікту взаємодії ОУ з ОС в умовах обмежень та невизначеності показав доволі слабку залежність часу здійснення обчислювальних процедур від кількості ОС (Рис. 3).

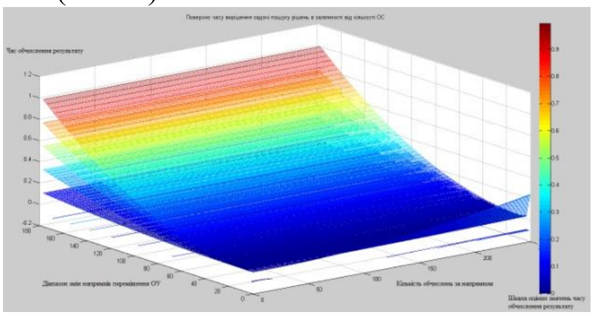

Рис. 3. Залежність часу рішень задачі конфлікту від методу інтегрального усікання варіантів (продуктивність 106 *gigaFLOPS*)

Отримані результати дозволяють зробити висновок про те, що метод інтегрального усікання варіантів в сполученні з сучасними обчислювальними середовищами дозволяє в певній мірі вирішити проблему "доміно" [20] при синтезі управління для задачі конфлікту в "малому" та в "великому" для технічних ергатичних систем.

Виходячи з співвідношення (24) слід зазначити, що час синтезу рішень задачі конфлікту взаємодії ОУ з відкритою множиною ОС в умовах обмежень та невизначеності визначається у загальному випадку кількістю ОС. Тобто, в залежності від структур похідних даних, часові значення виконання обчислень можна характеризувати алгоритм як такий, що йому притаманна середня та максимальна просторова складність.

Тим самим відносно параметра n, який в співвідношенні (24) визначає кількість ОС, алгоритм є поліноміальним і може бути визначеним як "хороший" і віднесений до алгоритмів класу P.

Поліноміальний алгоритм синтезу стратегій управління ОУ для конфлікту взаємодії з відкритою множиною ОС згідно співвідношенням (16-18) дозволяє вважати задачу конфлікту "добре розв'язуваною", а алгоритм визначити як *P*-складний.

В такому разі оцінка часу вирішення задачі конфлікту взаємодії ОУ з множиною ОС за співвідношенням (24) є гарантованою оцінкою.

Висновки

Виходячи з топологічності простору спостереження та пошуку, синтезовано модель конфлікту взаємодії об'єктів спостереження.

Використання семіотичних систем виявилося доцільним при вирішення конфлікту взаємодії об'єктів в довільному просторі спостереження та синтезі рішень за умов невизначеності та відкритої множини об'єктів спостереження.

При вирішенні конфлікту доведено топологічність перерізів простору рішень, що дозволяє синтезувати комбіновану (багатопараметричну) стратегію вирішення конфлікту.

Доведено, що в топологічному просторі рішень існує нерухома точка, що свідчить про наявність рішення задачі конфлікту згідно моделі, визначеної для методу інтегрального усікання варіантів.

Метод інтегрального усікання варіантів дозволяє вирішувати конфлікти в малому для динамічних, кінематичних та віртуальних об'єктів спостереження.

Застосування методу інтегрального усікання варіантів при рішенні задач конфлікту в багатомірних просторах спостереження та пошуку в неопуклому та небезперевному просторі рішень за умов невизначеності при відкритій множині об'єктів спостереження є продуктивним щодо подолання ефекту "доміно" та мінімізації часу синтезу рішення.

Алгоритм синтезу стратегій управління ОУ при взаємодії з відкритою множиною ОС в умовах обмежень та невизначеності є поліноміальним з середньою або максимальною просторовою складністю і дозволяє вважати задачу конфлікту "добре розв'язуваною", а алгоритм визначити як *P*-складний.

Оцінка часу вирішення задачі конфлікту взаємодії ОУ з відкритою множиною ОС є гарантованою оцінкою.

Список літератури

1. *Поспелов Д.А.* Ситуационное управление: теория и практика / Д.И.Поспелов . – М.: Наука, 1986. – 288 с.
2. *Поспелов Г.С.* Искусственный интеллект – основа новой информационной технологии / Г.С.Поспелов. – М.: Наука, 1988. – 280 с.
3. *Касьянов В.А.* Субъективный анализ: Монография / В.А.Касьянов. – К.: НАУ, 2007. – 512 с.
4. *Семко В.В.* Модель конфлікту взаємодії об’єктів кібернетичного простору / В.В.Семко //Проблеми інформатизації та управління. – 2012. – Вип. 2(38). – С. 88-92.
5. *Семко В.В.*, Формальний опис простору пошуку при синтезі рішень / В.В.Семко //Проблеми інформатизації та управління. – 2013. – Вип. 2(42). – С. 104-111.
6. *Семко В.В.* Модель взаємодії кібернетичних організмів та синтез стратегій оптимального керування в кібернетичному просторі / В.В.Семко //Проблеми інформатизації та управління. – 2013. – Вип. 3(43). – С. 75-82.
7. *Семко В.В.* Применение метода интегрального усечения вариантов при синтезе стратегий управления подвижным объектом / В.В.Семко, В.В.Павлов //Кибернетика и вычислительная техника. – 1989. – Вып. 84. – С. 1-6.
8. *Семко В.В.* Автоматизация управления подвижным объектом в условиях конфликта / В.В.Семко // Моделирование в обеспечении безопасности полетов. – Киев: КИИГА, 1987. – С. 67-73.
9. *Семко В.В.*, Логіко-математична модель опису простору рішень /В.В.Семко //Вісник Чернігівського державного технологічного університету. – 2013. – Вип. 2(65). – С. 147-156.

10. *Гладкий А. В.* Формальные грамматики и языки / А. В. Гладкий. – М. : Наука. 1973. – 368 с.

11. *Глушков В.М.* Введение в кибернетику / И.М.Глушков. – К: АН УССР, 1964. – 324 с.

12. *Трауб Дж.* Информация, неопределенность, сложность / Дж.Трауб, Г.Васильковский, Х.Вожьняковский – М.: Мир, 1988. – 184 с.

13. *Шредингер Э. К* принципу неопределенностей Гейзенберга // Избранные труды по квантовой механике – М.: Наука, 1976. – С. 210-217.

14. *Семко В.В.* Применение теории конфликта в задаче предотвращения столкновений воздушных судов / В.В.Семко, В.В.Павлова // Методы и средства оценки уровня безопасности полетов гражданских воздушных судов. – Киев: КИИГА, 1985. – С. 97-102.

15. *Семко В.В.*, Модель конфлікту взаємодії об'єктів кібернетичного простору / В.В.Семко //Проблеми інформатизації та управління. – 2012. – Вип. 2(38). – С. 88-92.

16. *Александров А.Д.* Геометрия и приложения / А.Д.Александров – Новосибирск: Наука, 2006. – 748 с.

17. *Бурбаки Н.* Общая топология. Основные структуры / Н.Бурбаки. – М.: Наука, 1968. – 278 с.

18. *Бурбаки Н.* Элементы математики. Общая топология. Структуры / Н.Бурбаки. – М.: Наука, 1958. – 305 с.

19. *Семко В.В.* Диалоговая система восстановления многомерных эмпирических зависимостей / В.Н.Голего, В.А.Коротеев, В.В.Семко //Кибернетика и вычисл. техника. – 1985. – вып. 68. – С. 72-78.

20. *Чепіженко В.І.* Метод гарантованого оцінювання області повністю керованого стану складної динамічної системи / С.В.Павлова, В.В.Павлов, В.І.Чепіженко // Вісник НАУ. – 2011. – №2. – С. 18-23.

Статтю подано до редакції 28.04.2014