

## АДАПТИВНА СИСТЕМА КЕРУВАННЯ ОБ'ЄКТОМ ДРУГОГО ПОРЯДКУ ЗІ ЗМІННИМИ ПАРАМЕТРАМИ ТА ШУМАМИ ВИМІРЮВАННЯ

[andrew.pisarenko@gmail.com](mailto:andrew.pisarenko@gmail.com)

Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут»

*Досліджено та синтезовано адаптивну систему керування нестационарним об'єктом в умовах зашумленості вимірюваних величин. Розроблено модель за допомогою програмного пакету MATLAB/Simulink. На основі моделювання виконано дослідження працездатності запропонованої моделі при різному характері зміни параметрів об'єкту керування*

**Ключові слова:** адаптивні системи керування, синхронне детектування, моделювання адаптивних систем, MATLAB

### Вступ

Адаптивне керування є одним із розділів сучасної теорії автоматичного керування. Задачею теорії адаптивних систем є аналіз та синтез в умовах неповної апріорної інформації про об'єкт та зовнішні впливи. Неточність математичної моделі, зміна параметрів об'єкта в процесі функціонування, наявність шумів вимірювання знижують ефективність використання традиційних методів теорії автоматичного керування.

У зв'язку з цим виникає потреба у створенні систем, що не потребують повної інформації про об'єкт та умови його експлуатації.

Адаптивні системи дають змогу накопичувати та оброблювати інформацію про поведінку об'єкта у реальному часі. Ця особливість дає змогу знизити недоліки нестачі інформації про систему під час її проектування.

Створення пошукової адаптивної системи з самоналагоджувальним керуючим пристроєм актуальною задачею сучасної теорії автоматичного управління у зв'язку з необхідністю керувати об'єктами зі змінними параметрами та зашумленими сигналами.

Адаптивні системи розділяють на два класи – самоорганізовані (СОС) та самоналагоджувальні (СНС). У СОС використовуються методи та алгоритми по-

шуку структури вільного регулятора. Ця задача виникає при зміні параметрів та структури об'єкту керування. У СНС структура задана і незмінна, а задача полягає у пошуку та налаштуванні коефіцієнтів.

СНС поділяються на два підкласи – пошукові та безпошукові. У пошукових СНС здійснюється пошук коефіцієнтів за допомогою спеціального пошукового сигналу, який подається на реальний об'єкт. У безпошукових СНС у явному або неявному вигляді присутня модель з бажаними динамічними характеристиками. Метою алгоритму адаптації є налаштування коефіцієнтів таким чином, щоб максимально зменшити неузгодженість між об'єктом та моделлю [1].

Адаптивні системи керування за способом одержання інформації для підлаштування параметрів регулятора діляться на:

- системи з еталонною моделлю (ЕМ);
- системи з налагоджувальною моделлю (НМ).

Адаптивні системи з ЕМ містять динамічну модель системи, що має необхідні показники якості. При прямому адаптивному керуванні завдяки обліку взаємозв'язку параметрів об'єкта й регулятора здійснюється безпосередня оцінка й підлаштування параметрів регулятора, чим

виключається етап ідентифікації параметрів об'єкта. При непрямому адаптивному керуванні спочатку робиться оцінка параметрів об'єкта, після чого на підставі отриманих оцінок визначаються необхідні значення параметрів регулятора й здійснюється їхнє підлаштування [2].

Завдання пошукового самоналагоджування формуються таким чином. Передбачається, що є простір станів системи  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ , який є областю визначення функціонала якості системи або цільової функції

$$J(x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (1)$$

Зі станів  $\mathbf{x}$  необхідно вибрати певні стани

$$H_j = h_j(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (2)$$

де  $j = 1, 2, \dots, m$ , при яких забезпечується екстремальне значення функціонала якості

$$J(x_1, x_2, \dots, x_n) = J_0. \quad (3)$$

Зв'язок між екстремальним значенням функціоналу якості і бажаними станами системи не задане в явному вигляді, і необхідний вибір забезпечується шляхом послідовного наближення до розв'язку в результаті опробування різних станів системи. Виходячи з даних міркувань, суттєвою рисою самоналагоджувальних систем даного класу є наявність процесу пошуку як послідовної процедури вибору одного з безлічі можливих шляхів для досягнення поставленої мети.

Всі методи пошуку поділяються на випадкові та регулярні. У випадкових методах напрямок до екстремуму підлаштовується випадковим чином, а у регулярних методах пошуку вибір напрямку пошукового руху здійснюється за заздалегідь заданим законом [3].

Метою роботи є створення пошукової адаптивної системи другого порядку, що включає в себе пошук параметрів об'єкта, самоналагодження регулятора та поправочного коефіцієнту в умовах зашумлення вхідного сигналу.

Основні задачі:

- пошук значень параметрів об'єкта, що змінюються у часі;
- налаштування параметрів моделі об'єкта в залежності від отриманої інформації від синхронних детекторів;
- налаштування коефіцієнтів регулятора у реальному часі в залежності від заданого часу перехідного процесу;
- налаштування поправочного коефіцієнту для зменшення статичної похибки в залежності від параметрів об'єкта;
- можливість оцінки отриманого результату.

### Основна частина

У пошукових системах можуть використовуватися методи пошуку екстремуму, такі як простий перебір параметрів або градієнтні методи [4].

Завдання пошукового алгоритму – зміна параметрів моделі  $\Theta_M$  так, щоб мінімізувати функцію нев'язки  $q(\mathbf{E})$ .

Нехай об'єкт і модель задані такими рівняннями стану:

$$\dot{\mathbf{x}} = F(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \Theta, t, \mathbf{L}_1), \quad \mathbf{y} = G(\mathbf{x}, \mathbf{z}, t) + \mathbf{L}_2, \quad (4)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_M = F_M(\mathbf{x}_M, \mathbf{z}, \Theta_M, t), \quad \mathbf{y}_M = G_M(\mathbf{x}_M, \mathbf{z}, t). \quad (5)$$

де  $\mathbf{x}, \mathbf{x}_M, \mathbf{y}, \mathbf{y}_M, \Theta, \Theta_M, \mathbf{z}$  – вектори станів, виходів, параметрів і вхідів об'єкта і моделі;  $\mathbf{L}_1, \mathbf{L}_2$  – вектори шумів вимірювання. Мета алгоритму – мінімізація функції  $q(\mathbf{E})$ :

$$\mathbf{E} = \mathbf{y} - \mathbf{y}_M. \quad (6)$$

Параметри моделі змінюються у напрямку антиградієнта цільової функції

$$\dot{\Theta}_M = -\Gamma \nabla_{\Theta_M} q(\mathbf{E}), \quad (7)$$

де  $\Gamma > 0$  –  $m \times m$  матриця коефіцієнтів підсилення,  $\nabla_{\Theta_M} q(\mathbf{E}) = \left( \frac{\partial q(\mathbf{E})}{\partial \Theta_M} \right)^T$  розпишемо як градієнт цільової функції за параметрами моделі.

Для виконання перетворень визначимо

$$\frac{\partial q(\mathbf{E})}{\partial \Theta_M} = -\frac{\partial q(\mathbf{E})}{\partial \mathbf{E}} \cdot \frac{\partial G_M}{\partial \mathbf{x}_M} \cdot \frac{\partial \mathbf{x}_M}{\partial \Theta_M}. \quad (8)$$

Додамо високочастотну центровану параметрів  $\Theta_M$ . Рівняння моделі матиме складову  $\delta\Theta_M(t)$  до заданого вектору вигляд

$$\delta\dot{\mathbf{x}}_M = \frac{\partial F_M}{\partial \mathbf{x}_M} \delta\mathbf{x}_M + \frac{\partial F_M}{\partial \Theta_M} \delta\Theta_M. \quad (9)$$

Варіацією  $\delta\mathbf{x}_M(t)$  можна знехтувати, враховуючи її малість по відношенню до  $\delta\Theta_M$ , тому опишемо отриману рівність

$$\delta\dot{\mathbf{x}}_M \approx \frac{\partial F_M}{\partial \Theta_M} \delta\Theta_M, \quad (10)$$

або в операторній формі

$$\delta\mathbf{x}_M \approx \frac{1}{s} \frac{\partial F_M}{\partial \Theta_M} \delta\Theta_M. \quad (11)$$

Перетворимо (11) в заданий вигляд

$$\frac{\delta\mathbf{x}_M}{\delta\Theta_M} \approx \frac{1}{s} \frac{\partial F_M}{\partial \Theta_M}, \quad (12)$$

При умові, що  $\delta\Theta_M$  є досить високочастотним пошуковим сигналом, наближену рівність можна замінити строгою.

З розрахунків (12) опишемо рівняння (8)

$$\frac{\partial q}{\partial \Theta_M} = -\frac{\partial q}{\partial \mathbf{E}} \cdot \frac{\partial G_M}{\partial \mathbf{x}_M} \cdot \frac{1}{s} \frac{\partial F_M}{\partial \Theta_M}. \quad (13)$$

Застосуємо метод синхронного детектування для  $\frac{1}{s} \frac{\partial F_M}{\partial \Theta_M}$ . Для цього

$\delta\Theta_M^T$  помножимо на вираз (11) і усереднимо отримане рівняння за деяким коваючим інтервалом часу

$$\overline{\delta\mathbf{x}_M (\delta\Theta_M)^T} = \frac{1}{s} \frac{\partial F_M}{\partial \Theta_M} \overline{\delta\Theta_M (\delta\Theta_M)^T}, \quad (14)$$

$$\text{де } \overline{\delta\mathbf{x}_M (\delta\Theta_M)^T} = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t \delta\mathbf{x}_M(\tau) (\delta\Theta_M(\tau))^T d\tau.$$

Враховуючи квазістаціонарність моделі

$$\overline{\delta\mathbf{x}_M (\delta\Theta_M)^T} = \frac{1}{s} \frac{\partial F_M}{\partial \Theta_M} \overline{\delta\Theta_M (\delta\Theta_M)^T}. \quad (15)$$

Алгоритм налаштування параметрів (14) остаточно приймає вигляд (7) з урахуванням виведених рівнянь (13),

$$\Theta_M = -\Gamma \left\{ \overline{\delta\Theta_M (\delta\Theta_M)^T} \right\}^{-1} \overline{\delta\Theta_M (\delta\mathbf{x}_M)^T} \left( \frac{\partial q}{\partial \mathbf{E}} \cdot \frac{\partial G_M}{\partial \mathbf{x}_M} \right)^T. \quad (16)$$

Процедура усереднення може бути виконана лінійним фільтром низьких частот.

На рис. 1 надана структурна схема пошукової ідентифікації.

Метод синхронного детектування зводиться до оцінки похідної  $\frac{dy}{du}$ , де  $y$  – керований параметр об'єкта,  $u$  – керуючий вплив [5].

На вхід об'єкта, який має екстремальну залежність  $y(u)$ , спільно з керуючим впливом  $u$  подається незначне збурення у вигляді періодичного сигналу  $f(t) = g \sin \omega t$ , де  $g > 0$  і досить мале. На виході об'єкта отримуємо  $y(t) = y(u + g \sin \omega t)$ . Отримане значення  $y(t)$  множиться на сигнал  $f(t)$ .

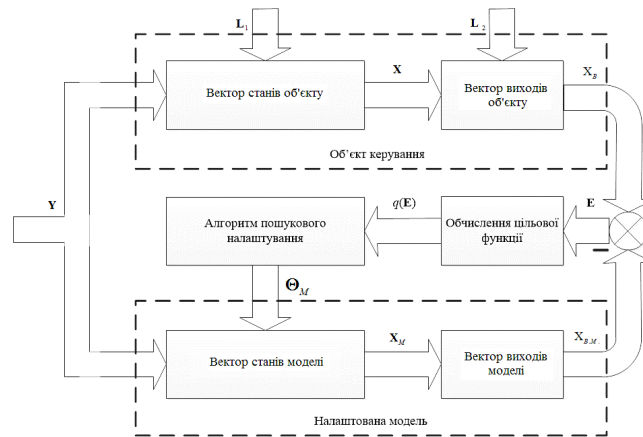


Рис. 1. Структурна схема пошукової ідентифікації

В результаті сигнал  $A$  прийме значення  $A = yf'(t) = y(u + g \sin \omega t) g \sin \omega t$ . (17)

Припускаємо, що залежність  $y(u)$  є досить гладкою функцією. Тому її можна

розкласти в степеневий ряд і обмежитися першими членами розкладання

Можна знехтувати членами вищого порядку, оскільки значення  $g$  мале. В результаті отримаємо

$$y(u + g \sin \omega t) \approx y(u) + g \sin \omega t \left( \frac{dy}{du} \right) \quad (18)$$

Тоді сигнал  $A$  прийме значення

$$A = yf'(t) = y(u) g \sin \omega t + g^2 \sin^2 \omega t \left( \frac{dy}{du} \right). \quad (19)$$

На виході фільтра низьких частот отримаємо сигнал  $B$

$$B = \frac{1}{T} \int_0^T A dt. \quad (20)$$

Якщо постійна часу фільтра  $T$  досить велика, то отримаємо

$$\frac{1}{T} \int_0^T \sin \omega t dt = 0, \quad (21)$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T \sin^2 \omega t dt \approx 0.5 \quad (22)$$

Отже, сигнал  $B$  на виході фільтра пропорційний похідній  $\frac{dy}{du}$

$$B = \frac{1}{T} \int_0^T A dt \approx \frac{g^2 dy}{2 du}. \quad (23)$$

Технічна реалізація синхронного детектування зводиться до організації руху до екстремуму за наявності інформації

про похідну  $\frac{dy}{du}$  зі зворотним знаком,

тобто

$$\frac{du}{dt} = - \frac{dy}{du}. \quad (24)$$

Після інтегрування отримаємо керуючий вплив

$$u(t) = - \int_0^t \frac{dy}{du} dt. \quad (25)$$

### Синтез регулятора зі зворотним зв'язком за станом з біноміальним розподілом коренів

У якості прикладу розглянемо об'єкт другого порядку з двома дійсними коренями, передавальна функція якого має вигляд

$$W(s) = \frac{2}{(s+a) \cdot (s+b)}. \quad (26)$$

Застосовуючи матричний метод перейдемо до векторно-матричної моделі об'єкту

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -(a+b) & 1 \\ -ab & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad s^2 + 2\omega_0 s + \omega_0^2. \quad (28)$$

$$\mathbf{c} = [1 \quad 0], \mathbf{d} = [0]. \quad (27)$$

Використаємо алгоритм синтезу регулятора зі зворотним зв'язком за станами з біноміальним розподілом коренів. Характеристичне рівняння матиме вигляд

$$\begin{aligned} |s\mathbf{E} - \mathbf{A} + \mathbf{bk}| &= \begin{vmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{vmatrix} - \begin{bmatrix} -(a+b) & 1 \\ -a \cdot b & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot [k_1 \ k_2] = \begin{vmatrix} s+a+b & -1 \\ a \cdot b + 2 \cdot k_1 & s+2 \cdot k_2 \end{vmatrix} = \\ &= s^2 + s(2 \cdot k_1 + a + b) + \\ &+ (2 \cdot k_2 \cdot a + 2 \cdot k_2 \cdot b + a \cdot b + 2 \cdot k_1). \end{aligned} \quad (29)$$

Прирівнюємо відповідні коефіцієнти поліномів (29) та (30) отримаємо систему рівнянь

$$\begin{cases} 2 \cdot k_2 + a + b = 2\omega_0 \\ 2 \cdot k_2 \cdot a + 2 \cdot k_2 \cdot b + a \cdot b + 2 \cdot k_1 = \omega_0^2 \end{cases} \quad (30)$$

розв'язками якої є значення коефіцієнтів регулятора

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{\omega_0^2 - 2 \cdot k_2 \cdot (a + b) - a \cdot b}{2}, \\ k_2 &= \frac{2 \cdot \omega_0 - a - b}{2}. \end{aligned} \quad (31)$$

Коригуючий коефіцієнт для зменшення статичної похибки системи [6]

$$K^* = \frac{\omega_0^2}{2}. \quad (32)$$

Нормований час перехідного процесу  $t_{m\omega_0} = 4.74$  с.

За формулою  $|s\mathbf{E} - \mathbf{A} + \mathbf{bk}|$  знаходимо характеристичний поліном замкнутої системи

Структурна схема системи представлена на рис. 2, де ОСД – одинична ступінчата дія, *tn.n.* – задавач часу перехідного процесу.

На об'єкт керування та модель подається вхідний сигнал, до якого додається випадкова складова у вигляді шуму. Виводи об'єкту та його моделі підключені до синхронних детекторів 1 та 2. У ході роботи пошукової системи, значення знайдених невідомих параметрів об'єкту подаються на модифіковану модель об'єкту. До об'єкту та його моделі підключено регулятор. Налаштування регулятора відбувається автоматично. Необхідні параметри: виводи  $x_1$  та  $x_2$ , значення знайдених невідомих параметрів об'єкту.

На рис. 3 зображено модель системи у пакеті *MATLAB/Simulink*.

Система включає такі підсистеми:

- Об'єкт керування;
- Модифікована модель об'єкту;
- Регулятор;
- Синхронні детектори 1-2;
- Коригуючий коефіцієнт  $K^*$ .

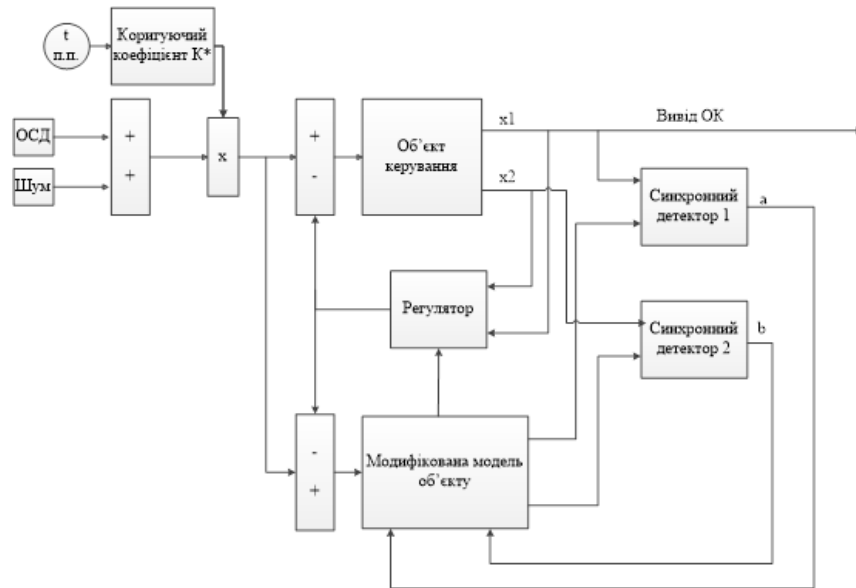


Рис. 2. Структурна схема системи

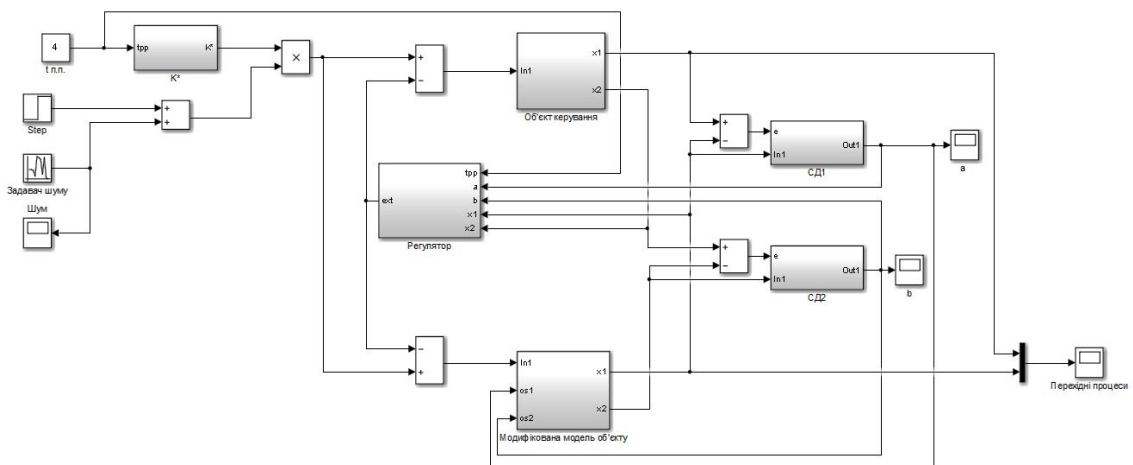


Рис. 3. Модель системи у MATLAB/Simulink

Підсистема «Об'єкт керування» (рис. 4) має 1 вхід та 2 виводи.

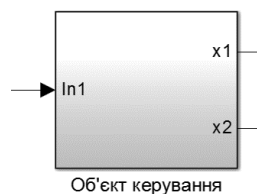


Рис. 4. Підсистема «Об'єкт керування»

Опис входів:

- $In1$  – керуючий вплив;

Опис виводів:

- $x1$  – змінна стану  $x_1(t)$ ;

- $x2$  – змінна стану  $x_2(t)$ .

На рис. 5 надано структуру підсистеми «Об'єкт керування» відповідно до (28)

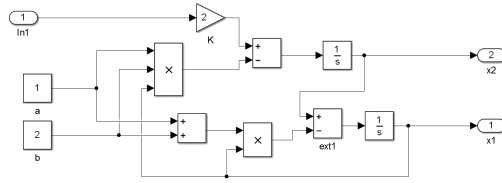


Рис. 5. Структура підсистеми «Об’єкт керування»

Підсистема «Модифікована модель об’єкту» (рис. 6) має 3 входи та 2 виходи.

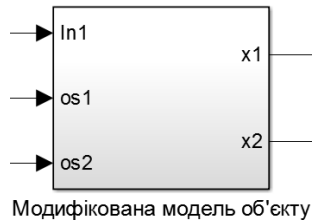


Рис. 6. Підсистема «Модифікована модель об’єкту»

Опис входів:

- $In1$  – керуючий вплив;
- $os1$  – значення коефіцієнту  $a$  з підсистеми «Синхронний детектор1»;
- $os2$  – значення коефіцієнту  $b$  з підсистеми «Синхронний детектор2».

- $x1$  – змінна стану  $\tilde{x}_1(t)$  моделі;
- $x2$  – змінна стану  $\tilde{x}_2(t)$  моделі.

На рис. 7 надано структуру підсистеми «Модифікована модель об’єкту».

Опис виводів:

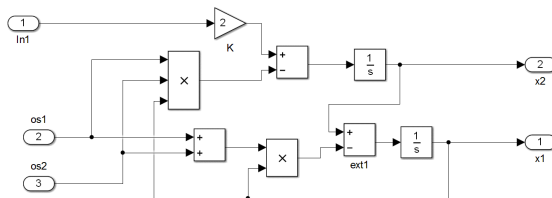


Рис. 7. Структура підсистеми «Модифікована модель об’єкту»

Підсистема «Регулятор» (рис. 8) має 5 входів та 1 вивід.

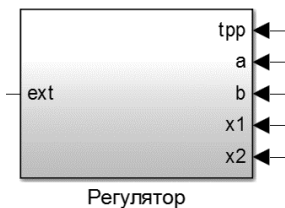


Рис. 8. Підсистема «Регулятор»

Опис входів:

- $tpp$  – значення заданого часу перехідного процесу;
- $a$  – значення параметру  $a$  з підсистеми «Синхронний детектор 1»;

- $b$  – значення параметру  $b$  з підсистеми «Синхронний детектор 2»;
- $x1$  – змінна стану  $x_1(t)$  з підсистеми «Об’єкт керування»;
- $x2$  – змінна стану  $x_2(t)$  з підсистеми «Об’єкт керування».

Опис виводів:

- $k1$  – значення коефіцієнта  $k1$  регулятора стану (31);
- $k2$  – значення коефіцієнта  $k2$  регулятора стану (31).

На рис. 9 надано структуру підсистеми «Регулятор».

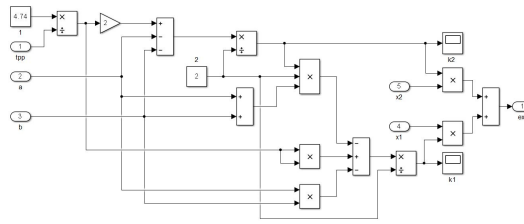


Рис. 9. Структура підсистеми «Регулятор».

Підсистема «Коригуючий коефіцієнт  $K^*$ » (рис. 10) має 1 вхід та 1 вивід

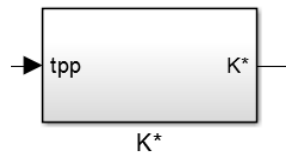


Рис. 10. Підсистема «Коригуючий коефіцієнт  $K^*$ »

Опис входів:

- $tpp$  – величина заданого часу перехідного процесу.

Опис виводів:

- $K^*$  – значення коефіцієнта  $K^*$  за (32).

На рис. 11 надано структуру підсистеми « $K^*$ ».

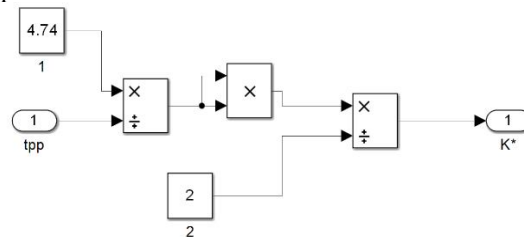


Рис. 11. Структура підсистеми « $K^*$ »

Підсистеми «Синхронний детектор 1-2» (рис. 12) мають 2 входи та 1 вивід.

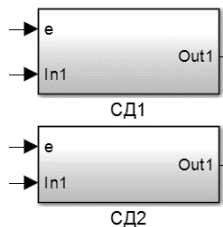


Рис. 12. Підсистеми «Синхронний детектор 1-2»

Опис входів:

- $e$  – сигнали розузгодження між об'єктом керування та модифікованою моделлю об'єкта;
- $In1$  – відповідна змінна стану з модифікованої моделі об'єкта.

Опис виводів:

- $Out1$  – вивід з синхронного детектора.

На рис. 13 надано структуру підсистеми «Синхронний детектор 1» (структура синхронного детектора 2 ідентична).

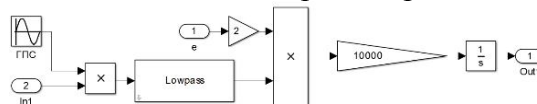


Рис. 13. Структура підсистеми «Синхронний детектор 1»

Налаштування генератора пошукових сигналів (ГПС):

- Амплітуда – 1;
- Частота – 10000 рад/сек;
- Фаза – 0.

**Моделювання системи**

Наведемо приклади для двох режимів моделювання системи.

У першому випадку коефіцієнти об'єкту статичні ( $a=1, b=2$ ), заданий час

перехідного процесу становить 4с, дисперсія шуму вимірювання 0.1.

Результати моделювання:

- перехідний процес системи представлено на рис. 14;
- процес пошуку значення коефіцієнту  $a$  – рис. 15;
- процес пошуку коефіцієнту  $b$  – рис. 16.



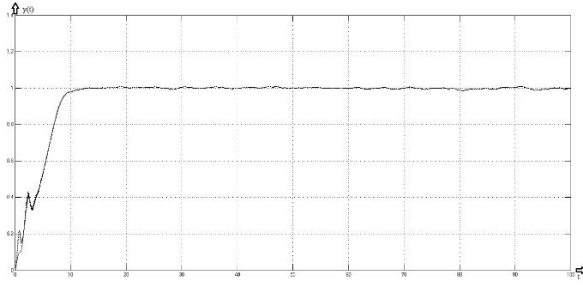
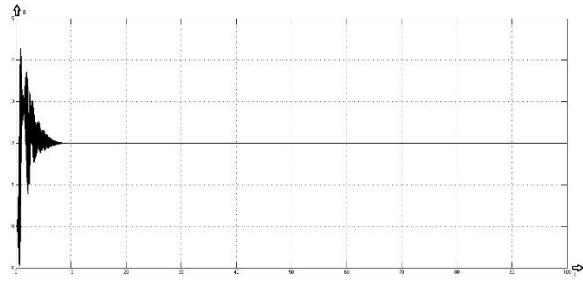
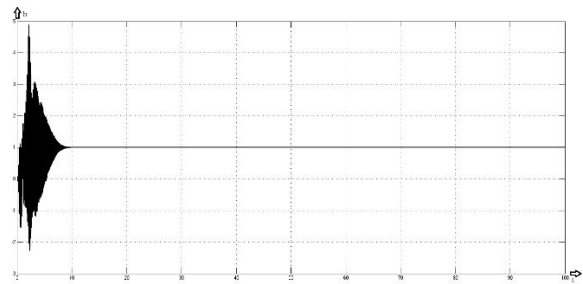


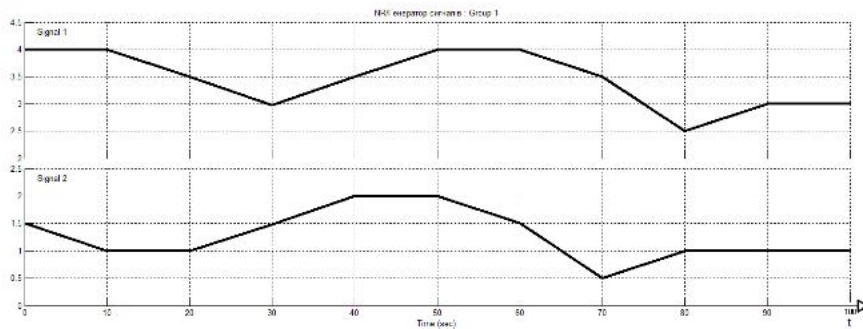
Рис. 14. Графік перехідного процесу системи

Рис. 15. Графік процесу пошуку коефіцієнту  $a$ Рис. 16. Графік процесу пошуку коефіцієнту  $b$ 

У другому досліді зробимо параметри об'єкту динамічними, що змінюються за законами, представленими на рис. 17, заданий час перехідного процесу становить 4с, дисперсія шуму вимірювання 0.1.

Результати моделювання:

- графік перехідного процесу представлено на рис. 18;
- процес пошуку значення коефіцієнту  $a$  – рис. 19;
- процес пошуку значення коефіцієнту  $b$  – рис. 20.

Рис. 17. Моделювання зміни значень коефіцієнтів  $a$  та  $b$  об'єкту

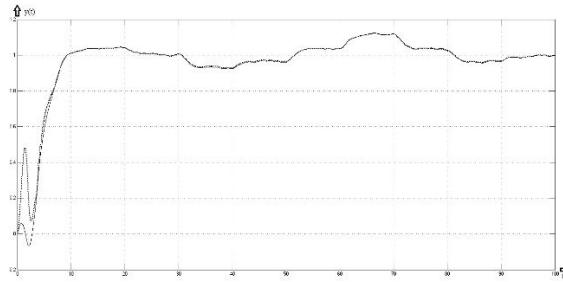
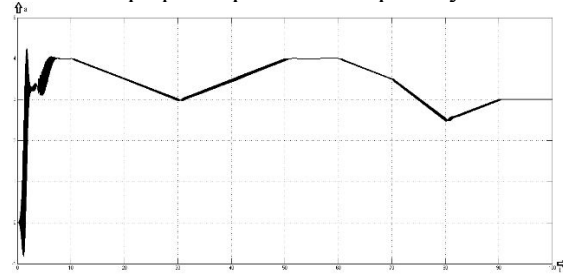
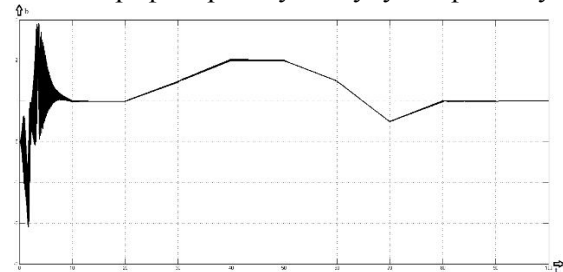


Рис. 18. Графік перехідного процесу системи

Рис. 19. Графік процесу пошуку коефіцієнту  $a$ Рис. 20. Графік процесу пошуку коефіцієнту  $b$ 

### Висновки

Таким чином, у статті розглянуто теоретичні засади методу синхронного детектування, який дозволив побудувати модель адаптивної системи керування для об'єкту, що працює в умовах одночасної зашумленості вихідної величини та зміни параметрів. Побудована модель системи керування дозволяє виконувати ідентифікацію вказаних параметрів та на їх основі підлаштовувати коефіцієнти зворотніх зв'язків за станами та коригуючого коефіцієнту. Працездатність представленої моделі підтверджується результатами моделювання.

### Список літератури

1. Куликовский Р. Оптимальные и адаптивные процессы в системах автоматического регулирования. Пер. с польск. – М.: Наука, 1967. – 380 с.

2. Ефимов Д. В. Робастное и адаптивное управление нелинейными колебаниями. – СПб.: Наука, 2005. – 314 с.

3. Юревич Е. И. Теория автоматического управления. – СПб.: БХВ-Петербург, 2007. – 560 с.

4. Пупков К. А. и др. Методы робастного, нейро-нечёткого и адаптивного управления: учебник для вузов. 2-е изд. / Под ред. Н.Е. Егупова; – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 744 с.

5. Востриков, А.С. Теория автоматического регулирования: Учеб. Пособие для вузов – М.; Высш. шк., 2004. – 365 с.

6. Репнікова Н.Б. Теорія автоматичного керування: класика і сучасність: підруч. – К.: НТУУ «КПІ», 2011. – 328 с.

Статтю подано до редакції 12.05.2014