

ЕКСТРЕМАЛЬНІ ЗАДАЧІ ПЛАНУВАННЯ ПЕРЕДПОЛЬОТНОЇ ПІДГОТОВКИ ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ

Національний авіаційний університет

Запропоновано математичні моделі планування технологічних процесів передпольотної підготовки літальних апаратів, що забезпечують виліт їх максимальної кількості за обмеженого часу або заданої кількості за мінімального часу. Описана процедура перетворення моделей до канонічного виду екстремальних комбінаторних задач. Дана інтерпретація результатів їх розв'язання.

Вступ

Складність сучасної авіаційної техніки, великий об'єм взаємозв'язаних робіт з її підготовки до польотів, широке застосування засобів наземного контролю пред'являють високі вимоги до вдосконалення форм і методів організації технологічних процесів передпольотного обслуговування літальних апаратів (ЛА).

Підготовка групи ЛА до польотів є складним організаційно-технологічним процесом, що вимагає застосування математичних методів і технічних засобів управління, а також ефективного інженерно-авіаційного і матеріально-технічного забезпечення [1-2].

Проблема управління передпольотною підготовкою ЛА обумовлена необхідністю виконання в найкоротші терміни функцій збору, передачі і обробки великих об'ємів інформації, що постійно оновлюється, про наявність і стан авіаційної техніки, варіанти спорядження ЛА, терміни їх підготовки до польотів, укомплектованості інженерно-технічним складом, ресурси ЛА і авіаційних двигунів, а також функцій аналізу і оцінки обстановки, розробки планів інженерно-авіаційного забезпечення польотів, ухвалення якісних своєчасних рішень і доведення завдань до виконавців.

Особливу гостроту проблема управління передпольотною підготовкою ЛА придбає у разі використання рухомих (мобільних) аеродромів, для яких характерна обмеженість різного роду ресурсів, необхідних для виконання технологічних операцій по підготовці ЛА до вильоту (технічних позицій, на яких виконуються окремі роботи, безпосередніх виконавців робіт тощо).

Це зумовлює необхідність автоматизації управління технологічними процесами підготовки ЛА до вильоту, що, у свою чергу, вимагає розробки математичних методів прийняття

управлінських рішень і використання сучасних комп'ютерних технологій.

До складу функціональних задач, що розв'язуються в автоматизованій системі управління передпольотною підготовкою ЛА на рухомих аеродромах, входить ряд задач, що мають явно виражений багатоваріантний і, отже, оптимізаційний характер. До їх числа відносяться, передусім, задачі планування технологічних процесів підготовки ЛА до вильоту в екстремальних ситуаціях, коли вимагається забезпечити виліт максимальної кількості ЛА за заданий час або заданої кількості ЛА за мінімального часу.

До розв'язання подібних задач доцільно застосувати традиційний підхід, заснований на побудові їх математичних моделей з наступним використанням оптимізаційних алгоритмів.

Постановка екстремальних задач планування передпольотної підготовки ЛА

Екстремальні задачі планування технологічних процесів підготовки ЛА до вильоту формуються в дискретному часі з кроком квантування, рівним 1/2 хвилини. Для цього заданий (плановий) період розбивається на необхідну кількість рівних напіввідкритих інтервалів (відрізків), перенумерованих числами натурального ряду, починаючи з 1, що грають роль умовних одиниць часу. Довжина кроку вибрана такою, щоб вона була кратною нормативній тривалості технологічних операцій і часовим проміжкам між ними.

Початковими даними для задачі планування технологічних процесів підготовки до вильоту максимальної кількості ЛА за заданий час служать наступні множини і величини:

I – множина бортових номерів ЛА, що розглядаються при розв'язанні цієї задачі;

k^H – номер напіввідкритого інтервалу часу, починаючи з якого можуть виконуватися роботи з підготовки ЛА до вильоту (початковий момент заданого періоду часу);

k^K – номер напіввідкритого інтервалу часу, що завершує заданий період (кінцевий момент заданого періоду часу);

J_i – множина номерів типових технологічних маршрутів (графіків) передпольотної підготовки i -го ЛА; $i \in I$;

h_{ij} – тривалість технологічного процесу підготовки до вильоту i -го ЛА згідно з j -м типовим маршрутом (виражена у кількості напіввідкритих інтервалів часу); $i \in I$; $j \in J_i$;

P_{ij} – множина номерів технічних позицій (ТП), через які проходить j -й типовий маршрут передпольотної підготовки i -го ЛА; $i \in I$; $j \in J_i$;

$$P_{ij} = \{p_{ijl}; l = \overline{1, \lambda_i}\};$$

$t_{ij}^{0H}(p)$ і $t_{ij}^{0K}(p)$ – номери інтервалів часу, на яких починається і закінчується обслуговування i -го ЛА на p -й ТП згідно з j -м типовим маршрутом його передпольотної підготовки (встановлені, виходячи з умови, що момент початку технологічного процесу належить початковому інтервалу часу $k_0 = 1$); $i \in I$; $j \in J_i$; $p \in P_{ij}$.

Необхідно для максимальної кількості ЛА ($i \in I$) вибрати по одному з типових маршрутів і визначити час початку підготовки до вильоту кожного i -го ЛА, виходячи з того, що процес його передпольотного обслуговування і пересування до стартової позиції повинен завершитися не пізніше за інтервал часу з номером k^K .

Початковими даними для задачі планування технологічних процесів підготовки до вильоту заданої кількості ЛА за мінімальний час служать ті ж самі множини і величини, що і для попередньої задачі планування підготовки до вильоту максимальної кількості ЛА за заданий час.

Але в цьому випадку для кожного i -го ЛА ($i \in I$) необхідно вибрати один з типових маршрутів і визначити час початку його передпольотного обслуговування, виходячи з вимоги, щоб технологічний процес підготовки до вильоту усіх ЛА завершився в мінімальний термін.

Шукані змінні

Шуканими змінними, значення яких здатні описати рішення даних завдань, виступають бівалентні незалежні величини $z_{ijk} \in \{0, 1\}$, $i \in I$, $j \in J_i$, $k \in K_{ij}^H$, де K_{ij}^H – множина номерів інтервалів часу, яким може належати момент початку передпольотної підготовки i -го ЛА згідно з j -м технологічним графіком, прив'язаним до календарного часу:

$$K_{ij}^H = \{k^H, k^H + 1, \dots, k^K - h_{ij} + 1\}.$$

Сенс шуканих змінних полягає в наступному. Якщо в результаті розв'язання задачі виявляється, що яка-небудь змінна $z_{i'jk'} = 1$, це означає, що i' -у ЛА призначений j' -й типовий технологічний маршрут передпольотної підготовки, пересування по якому необхідно почати на k' -му інтервалі часу; при $z_{i'jk'} = 0$ це твердження невірне.

Математична модель задачі планування технологічних процесів підготовки до вильоту максимальної кількості ЛА за заданий час

Для побудови математичної моделі цієї задачі необхідно сформувати наступні множини:

$K_{ij}(p)$ – множина номерів інтервалів часу, в які можливе виконання робіт з підготовки i -го ЛА до вильоту згідно з j -м технологічним маршрутом на p -й ТП:

$$K_{ij}(p) = \{k^H + t_{ij}^{0H}(p) - 1, k^H + t_{ij}^{0H}(p), \dots, k^K - h_{ij} + t_{ij}^{0K}(p)\};$$

$$i \in I; j \in J_i; p \in P_{ij};$$

P – множина номерів ТП, на яких можливе виконання робіт по передпольотному обслуговуванню даних ЛА:

$$P = \bigcup_{i \in I} \bigcup_{j \in J_i} P_{ij};$$

P'' – множина ТП, на яких можливий збіг за часом технологічних процесів обслуговування двох і більше ЛА:

$$P'' = \{p \in P : (\exists i_1 \in I)(\exists i_2 \in I \setminus \{i_1\})$$

$$(\exists j_1 \in J_{i_1})(\exists j_2 \in J_{i_2})$$

$$[K_{i_1 j_1}(p) \cap K_{i_2 j_2}(p) \neq \emptyset]\};$$

$K''(p)$ – множина номерів напіввідкритих інтервалів, на яких можливий збіг за часом технологічних процесів обслуговування двох і більше ЛА на p -й ТП:

$$\begin{aligned}
& K^H(p) = \{k : (k^H \leq k \leq k^K) \& \\
& \& (\exists i_1 \in I)(\exists i_2 \in I \setminus \{i_1\})(\exists j_1 \in J_{i_1}) \\
& (\exists j_2 \in J_{i_2})[k \in K_{i_1 j_1}(p) \cap K_{i_2 j_2}(p) \neq \emptyset]\}; \\
& p \in P^H;
\end{aligned}$$

$I^H(p, k)$ – множина номерів ЛА, обслуговування яких на p -й ТП може співпадати за часом на k -му напіввідкритому інтервалі:

$$\begin{aligned}
I^H(p, k) &= \{i \in I : (\exists j \in J_i)[k \in K_{ij}(p)]\}; \\
p &\in P^H; \quad k \in K^H(p);
\end{aligned}$$

$J_i^H(p, k)$ – множина технологічних маршрутів передпольотної підготовки i -го ЛА, на яких можливий збіг за часом його обслуговування на p -й ТП з іншими ЛА в k -му інтервалі часу:

$$\begin{aligned}
J_i^H(p, k) &= \{j \in J_i : k \in K_{ij}(p)\}; \\
p &\in P^H; \quad k \in K^H(p); \quad i \in I^H(p, k);
\end{aligned}$$

$K_{ij}^H(p, k)$ – множина номерів інтервалів часу, яким повинен належати момент початку передпольотної підготовки i -го ЛА згідно з j -м технологічним маршрутом, щоб на k -му інтервалі цей ЛА знаходився (обслуговувався) на p -й ТП:

$$\begin{aligned}
K_{ij}^H(p, k) &= \{k' \in K_{ij}^H : \\
& k' + t_{ij}^{0H}(p) - 1 \leq k \leq k' + t_{ij}^{0K}(p) - 1\}; \\
p &\in P^H; \quad k \in K^H(p); \\
i &\in I^H(p, k); \quad j \in J_i^H(p, k).
\end{aligned}$$

Цільова функція, що відбиває прагнення максимізувати кількість ЛА, що готуються до вильоту за даний період часу (k^H, k^K) , виражається наступною формулою:

$$f(z) = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} \sum_{k \in K_{ij}^H} z_{ijk} \rightarrow \max. \quad (1)$$

Математична модель завдання включає обмеження, які відбивають вимогу, щоб:

1) кожному ЛА було призначено не більш за один технологічний графік його підготовки до вильоту:

$$\sum_{j \in J_i} \sum_{k \in K_{ij}^H} z_{ijk} \leq 1; \quad i \in I; \quad (2)$$

2) на кожній ТП одночасно знаходилося не більш одного ЛА:

$$\sum_{i \in I^H(p, k)} \sum_{j \in J_i^H(p, k)} \sum_{k' \in K_{ij}^H(p, k)} z_{ijk'} \leq 1; \quad (3)$$

$$p \in P^H; \quad k \in K^H(p).$$

У математичній постановці завдання планування технологічних процесів підготовки до вильоту максимальної кількості ЛА за заданий

час формулюється таким чином: визначити вектор бівалентних змінних

$$z = (z_{ijk} \mid i \in I; j \in J_i; k \in K_{ij}^H),$$

що обертає в максимум цільову функцію (1) при дотриманні системи обмежень (2)–(3).

Значення цільової функції характеризує максимальну кількість ЛА, які можна підготувати до вильоту за заданий період часу (k^H, k^K) , а вектор значень шуканих змінних повністю визначає технологічний графік підготовки кожного ЛА до вильоту. Наприклад, якщо в результаті розв'язання задачі змінній $z_{i'j'k'}$ присвоєно значення 1, цей факт інтерпретується таким чином:

1) ЛА з бортовим номером i' призначений j' -й типовий технологічний графік його передпольотного обслуговування;

2) передпольотну підготовку i' -го ЛА необхідно почати на k' -му інтервалі часу;

3) терміни початку і закінчення виконання технологічних операцій на ТП, що входять в цей технологічний маршрут, визначаються по формулах:

$$t_{i'j'}^H(p) = k' + t_{i'j'}^{0H}(p) - 1;$$

$$t_{i'j'}^K(p) = k' + t_{i'j'}^{0K}(p) - 1; \quad p \in P_{i'j'}.$$

Задача планування технологічних процесів підготовки до вильоту максимальної кількості ЛА за заданий час відноситься до класу екстремальних комбінаторних задач з лінійною структурою, канонічна форма яких така: максимізувати цільову функцію

$$f(x) = \sum_{i \in I_0} c_i x_i \rightarrow \max \quad (4)$$

при дотриманні обмежень

$$g_j(x) = \sum_{i \in I_j} a_{ji} x_i \leq b_j; \quad j = \overline{1, n}, \quad (5)$$

де x – вектор незалежних булевих змінних:

$$x = (x_i; i = \overline{1, m}); \quad x_i \in \{0, 1\}, \quad i = \overline{1, m};$$

m – кількість змінних;

n – кількість обмежень;

$g_j(x)$ – функції незалежних змінних;

$$j = \overline{1, n};$$

I_0, I_j – множина номерів незалежних змінних, що входять відповідно в цільову функцію і j -е обмеження завдання;

a_{ji}, b_j, c_i – цілі числа, що є відповідно коефіцієнтами і вільними членами обмежень, коефіцієнтами цільової функції.

Для приведення початкової математичної моделі цієї задачі (1)–(3) до канонічної форми необхідно виконати наступні операції:

1) перенумерувати шукані змінні z_{ijk} , $i \in I$, $j \in J_i$, $k \in K_{ij}^H$ числами натурального ряду від 1 до m , де

$$m = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} |K_{ij}^H|;$$

2) кожній змінній $z_{ijk} \in \{0, 1\}$, $i \in I$, $j \in J_i$, $k \in K_{ij}^H$ поставити у відповідність змінну $x_{i'}$, $i' \in \overline{1, m}$;

3) ввести нові позначення шуканих змінних $x_{i'}$; $i' \in \overline{1, m}$ у вирази (1)–(3) замість початкових змінних z_{ijk} , $i \in I$, $j \in J_i$, $k \in K_{ij}^H$;

4) перенумерувати усі обмеження системи (2)–(3) числами натурального ряду від 1 до n , де

$$n = |I| + \sum_{p \in P^H} |K^H(p)|.$$

Формально крізна перенумерація змінних z_{ijk} , $i \in I$, $j \in J_i$, $k \in K_{ij}^H$, що входять в початкову математичну модель (1)–(3), полягає в тому, що кожній трійці індексів (i, j, k) ставиться у відповідність певний номер (i') змінної $x_{i'}$; $i' \in \overline{1, m}$, яка входить в канонічну форму (4)–(5). Це дозволяє за результатами розв'язання задачі (4)–(5) однозначно визначити шукане рішення задачі планування технологічних процесів підготовки до вильоту максимальної кількості ЛА за заданий час.

Аналіз математичної моделі задачі планування технологічних процесів підготовки до вильоту максимальної кількості ЛА за заданий час, перетвореної в канонічну форму (4)–(5), дає підстави для наступних висновків:

а) вектор коефіцієнтів цільової функції є унімодулярним, тобто складається з елементів, рівних одному з двох значень:

$$(\forall i \in \overline{1, m}) (c_i \in \{0, 1\});$$

б) матриця коефіцієнтів системи обмежень також є унімодулярною:

$$(\forall j \in \overline{1, n}) (\forall i \in \overline{1, m}) (a_{ji} \in \{0, 1\});$$

в) вектор вільних членів системи обмежень складається з елементів, рівних одиниці:

$$(\forall j \in \overline{1, n}) (b_j = 1).$$

Це дозволяє використовувати для розв'язання цієї задачі спрощений алгоритм спрямованого перебору варіантів [3].

Отримані результати рішення задачі (4)–(5) інтерпретуються таким чином. Якщо деяка змінна $x_{i'}$; $1 \leq i' \leq m$ в результаті реалізації алгоритму спрямованого перебору набуває значення 1, то таке ж значення привласнюється змінній $z_{i''j''k''}$, $i'' \in I$, $j'' \in J_{i''}$, $k'' \in K_{i''j''}^H$, трійка індексів якої (i'', j'', k'') відповідає номеру (i') змінної $x_{i'}$; $1 \leq i' \leq m$:

$$[i' \leftrightarrow (i'', j'', k'')] \& (x_{i'} = 1) \rightarrow (z_{i''j''k''} = 1).$$

Інакше:

$$[i' \leftrightarrow (i'', j'', k'')] \& (x_{i'} = 0) \rightarrow (z_{i''j''k''} = 0).$$

Сформований у такий спосіб вектор значень незалежних змінних $z = (z_{ijk} \mid i \in I; j \in J_i; k \in K_{ij}^H)$ інтерпретується описаним вище чином.

Математична модель задачі планування технологічних процесів підготовки до вильоту заданої кількості ЛА за мінімальний час

Початкові дані, шукані змінні і множини, що формуються для побудови математичної моделі задачі планування технологічних процесів підготовки до вильоту заданої кількості ЛА за мінімальний час, співпадають з тими, які були введені раніше при розгляді задачі планування передпольотної підготовки максимальної кількості ЛА за заданий час.

Цільова функція, що відбиває прагнення мінімізувати тривалість технологічного процесу підготовки до вильоту заданої кількості ЛА, виражається наступною формулою:

$$f(z) = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} \sum_{k \in K_{ij}^H} (k + h_{ij}) z_{ijk} \rightarrow \min. \quad (6)$$

У систему обмежень задачі планування технологічних процесів підготовки до вильоту заданої кількості ЛА за мінімальний час входять математичні вирази, які відбивають вимогу, щоб:

1) кожному ЛА, що розглядається, був призначений рівно один технологічний графік його підготовки до вильоту (іншими словами, щоб усі ЛА були підготовлені до вильоту):

$$\sum_{j \in J_i} \sum_{k \in K_{ij}^H} z_{ijk} = 1; \quad i \in I; \quad (7)$$

2) на кожній технічній позиції одночасно знаходилося не більш одного ЛА (співпадає з виразом (3)).

У математичній постановці завдання планування технологічних процесів підготовки до вильоту заданої кількості ЛА за мінімальний

час формулюється таким чином: визначити вектор бівалентних змінних

$$z = (z_{ijk} \mid i \in I; j \in J_i; k \in K_{ij}^H),$$

що обертає в мінімум цільову функцію (6) при дотриманні системи обмежень (3) і (7).

По аналогії з попередньою задачею вектор значень шуканих змінних повністю визначає технологічний графік підготовки кожного ЛА до вильоту.

Мінімальна тривалість підготовки до вильоту заданих ЛА визначається (у вигляді кількості напіввідкритих інтервалів часу) по формулі:

$$T_{\min} = \max \{ (k_i + h_i - k^H - 1); i \in I \},$$

де k_i – номер напіввідкритого інтервалу часу, на якому повинне початися передпольотне обслуговування i -го ЛА:

$$k_i = k', \text{ таке що } z_{ij'k'} = 1; \quad i \in I;$$

h_i – тривалість технологічного процесу підготовки i -го ЛА до вильоту:

$$h_i = h_{ij'}, \text{ таке що } x_{ij'k'} = 1; \quad i \in I.$$

Задача планування технологічних процесів підготовки до вильоту заданої кількості ЛА за мінімальний час відноситься до класу екстремальних комбінаторних задач з лінійною структурою, канонічна форма яких представлена виразами (4)–(5).

Для приведення початкової математичної моделі цієї задачі, представленої виразами (3), (6) і (7), до канонічної форми необхідно виконати наступні операції:

1) змінити знак цільової функції (6) на протилежний:

$$f(z) = - \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} \sum_{k \in K_{ij}^H} (k + h_{ij}) z_{ijk} \rightarrow \max;$$

2) замінити кожне з обмежень-рівнянь (7) парою обмежень-нерівностей наступного виду:

$$\sum_{j \in J_i} \sum_{k \in K_{ij}^H} z_{ijk} \leq 1; \quad - \sum_{j \in J_i} \sum_{k \in K_{ij}^H} z_{ijk} \leq -1;$$

3) перенумерувати шукані змінні z_{ijk} , $i \in I$, $j \in J_i$, $k \in K_{ij}^H$ числами натурального ряду від 1 до m ;

4) кожній змінній $z_{ijk} \in \{0, 1\}$, $i \in I$, $j \in J_i$, $k \in K_{ij}^H$ поставити у відповідність змінну $x_{i'}$, $i' \in \overline{1, m}$;

5) ввести нові позначення шуканих змінних $x_{i'}$; $i' \in \overline{1, m}$ у вирази (3), (6) і (7) замість початкових змінних z_{ijk} , $i \in I$, $j \in J_i$, $k \in K_{ij}^H$;

6) перенумерувати усі обмеження системи (3) і (7) числами натурального ряду від 1 до n , де:

$$n = 2 \times |I| + \sum_{p \in P^H} |K^H(p)|.$$

Аналіз математичної моделі задачі планування технологічних процесів підготовки до вильоту заданої кількості ЛА за мінімальний час, перетвореною в канонічну форму (4)–(5), дає підстави для наступних висновків:

а) матриця коефіцієнтів системи обмежень складається з елементів, рівних одному з трьох значень:

$$(\forall j = \overline{1, n}) (\forall i = \overline{1, m}) (a_{ji} \in \{-1, 0, 1\});$$

б) вектор вільних членів системи обмежень складається з елементів, рівних одному з двох значень:

$$(\forall j = \overline{1, n}) (b_j \in \{-1, 1\}).$$

Це дозволяє використовувати для розв'язання цієї задачі спрощений алгоритм спрямованого перебору варіантів [3].

Результати рішення задачі (4)–(5) стосовно планів технологічних процесів підготовки до вильоту заданої кількості ЛА за мінімальний час інтерпретуються аналогічно тому, як це було викладено раніше для задачі планування підготовки до вильоту максимальної кількості ЛА за заданий час.

Висновки

Приведені математичні моделі в поєднанні алгоритмами спрямованого перебору варіантів дозволяють визначати технологічні процеси передпольотної підготовки, що забезпечують виліт максимальної кількості ЛА за заданий час або заданої кількості ЛА за мінімальний час.

Список літератури

1. Федеральные авиационные правила инженерно-авиационного обеспечения государственной авиации. – <http://rubuo.narod.ru/Avia/Doc/9.htm>.

2. ОСТ 54 30054-88. Система технического обслуживания и ремонта авиационной техники. Регламент технического обслуживания самолета (вертолета). – М.: Изд-во стандартов, 1988. – 64 с.

3. Литвиненко А.Е. Метод направленного перебора в системах управления и диагностирования. – К.: Наук.-вид. центр НБУВ, 2007. – 328 с.