УДК 004.732:004.057.4:004.057.2

Амирханов Э.Д.

СРАВНИТЕЛЬНЫЕ ОЦЕНКИ ИНФОРМАЦИОННО-ЭНТРОПИЙНЫХ МЕР СПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫХ БЕСПРОВОДНЫХ СЕТЕЙ ПРИ СТАТИСТИЧЕСКОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ ТРАФИКА

Национальный авиацийнный университет

Разработана методика анализа производительности специализированных беспроводных сетей с разнородным трафиком. Для получения сравнительных косвенных оценок предлагается применять информационно-энтропийные меры модельных распределений интенсивности трафика и длины пакетов. Выведено выражение для дифференциальной энтропии распределения Парето как типичного модельного распределения, которым описывается статистика самоподобного трафика.

Введение

Специализированные беспроводные сети широко применяются в системах критичного применения, в специальных подразделениях силовых структур, для обеспечения спасательных работ в условиях чрезвычайных ситуаций (ЧС) самого разного характера. Сети такого назначения имеют децентрализованную систему контроля и управления. Организация общего центра управления сопряжена со значительными затратами времени, а обеспечить требуемые мобильность, надежность и безопасность работы такого центра в условиях ЧС практически невозможно.

В специализированных беспроводных сетях используют самые разные архитектуры, технологии и стандарты, поэтому такие сети являются гетерогенными по определению. Однако основой специализированных беспроводных сетей, как правило, являются сети стандартов *IEEE* 802.11*x*.

Исчерпывающее изложение принципов построения сетей стандарта *IEEE* 802.11 разных модификаций, методов аппаратной реализации и оценка производительности даны в работе [1]. За основу анализа временных характеристик работы сети взяты модели равномерного [2] или геометрического [3] распределений вероятностей отправки пакета каждой станцией сети. Предполагается, что все станции в сети являются статистически однородными. Под этим подразумевается одинаковое вероятностное распределение длин пакетов, выбираемых каждой станцией из очереди.

В специализированных беспроводных сетях данные предположения выполняются не в полной мере. Станции в сети уже нельзя считать статистически однородными. Кроме того, трафик сети, как правило, является разнородным (речь, видео, данные) и самоподобным по своей природе [4]. Его статистические характеристики уже не могут быть описаны распределениями экспоненциального семейства. В этом случае используются распределения с так называемыми «тяжелыми хвостами» (Парето, Вейбулла, гамма- и бета-распределения).

Для оценивания характеристик производительности гетерогенных беспроводных сетей, в которых циркулирует разнородный самоподобный трафик, необходимо применять непараметрические методы. В качестве нижнего порога производительности можно получать некие асимптотические сравнительные оценки, например, информационно-энтропийные меры рассматриваемых вероятностных распределений.

В статье рассмотрены сравнительные оценки информационно-энтропийных мер равномерного, геометрического и нормального модельных распределений, а также распределения Парето.

Информационно-энтропийные характеристики сетевого трафика

Согласно моделям, предложенным в [2, 3], непрерывный временной интервал, на котором происходит передача данных, разбивается на виртуальные слоты. В каждом слоте может вообще не быть пакета (ни одна из станций сети не ведет передачу), или один пакет (одна и только одна станция ведет передачу), или иметь место коллизия, когда передавать пытаются две или более станций.

Пусть в начале каждого слота t_k j-я станция пробует отправить пакет. Вероятность попытки обозначим p_{kj}. Если попытка оказалась неудачной, после некоторого интервала отсрочки $\tau_d\left(n_{\text{tr}}\right)$ она повторяется. Общая длительность интервала отсрочки не зависит от числа попыток передачи $n_{\text{tr}} = 0,1,2,\ldots$ вплоть до наступления события успешной передачи. Величина $\tau_d\left(n_{\text{tr}}\right)$ выбирается из геометрического распределения с параметром $\tau_d\left(0\right)$, т.е. $\tau_d\left(n_{\text{tr}}\right)=0,1,2,\ldots$ с соответствующими вероятностями $\tau_d\left(0\right)$,

$$\tau_d\left(0\right)\left[1-\tau_d\left(0\right)\right],\tau_d\left(0\right)\left[1-\tau_d\left(0\right)\right]^2,\ldots$$

Шкала времени – дискретная, а каждый тип слота представляет собой целое число коротких (элементарных) интервалов. Поскольку станция делает попытку передачи в начале слота, вероятность коллизии и число повторных попыток не зависят от длительности пакета. Как отмечалось выше, наиболее общей мерой для вероятностных распределений, по крайней мере, принадлежащих к одному типу (в рассматриваемом случае – к дискретному типу), является энтропия. Приведем сравнительные энтропийные характеристики модельных распределений [6].

1. Геометрическое распределение, которое неразрывно связано с биномиальным. Отличие состоит в том, что биномиальная случайная величина определяет вероятность m успехов в n испытаниях, а геометрическая - вероятность n испытаний до первого успеха (включая первый успех).

2. Равномерно распределённая на ограниченном интервале $\left[-a,a\right]$ случайная величина имеет наивысшую энтропию среди всех случайных величин, распределённых на $\left[-a,a\right]$.

3. Показательное распределение с параметром λ имеет наибольшую энтропию среди всех распределений, определённых на полуоси $\left[0,\infty\right]$ с математическим ожиданием λ.

4. На всей прямой $\left[-\infty,\infty\right]$, из множества всех распределений с фиксированными математическим ожиданием и дисперсией, наибольшей энтропией обладает нормальное распределение.

Информационная энтропия геометрического распределения:

$$H_G\left(x\right)=-\log_2 p-\frac{q}{p}\log_2 q\,. \qquad (1)$$

Дифференциальная информационная энтропия гауссовского распределения:

$$H_N\left(x\right)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}\exp\left[-\frac{\left(x-a\right)^2}{2\sigma^2}\right]\ln\left\{\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}\exp\left[-\frac{\left(x-a\right)^2}{2\sigma^2}\right]\right\}dx=\log_2\left(\sigma\sqrt{2\pi e}\right) \qquad (2)$$

Энтропия дискретного источника всегда положительна. Дифференциальная энтропия $H\left(x\right)$ в отличие от энтропии источников дискретных сообщений зависит от масштаба x и может принимать положительные, отрицательные и нулевые значения [5]. Информационный смысл имеет не сама дифференциальная энтропия, а разность значений энтропии, чем и объясняется ее название.

На рис. 1 и рис. 2 изображены графики энтропии геометрического и нормального распределений.

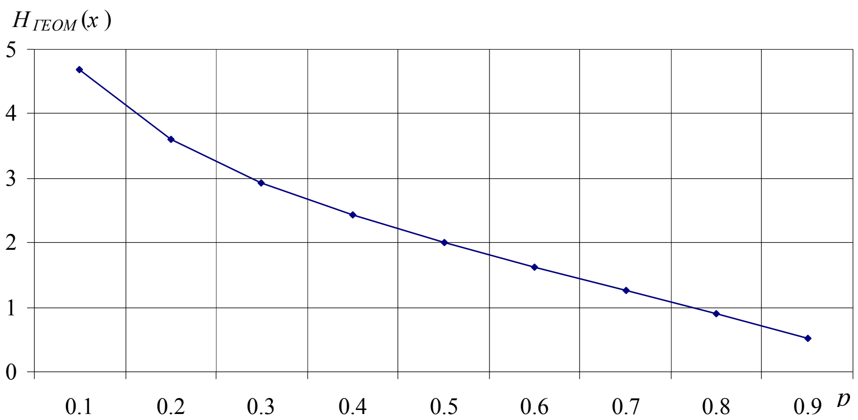

Рис. 1. Зависимость энтропии геометрического распределения от вероятности успеха

Для сравнения рассчитана зависимость дифференциальной энтропии от среднеквадратического отклонения интервала передачи относительно максимально допустимого значения. Наблюдается монотонный рост энтропии, следовательно, рост потребного ресурса обмена данными.

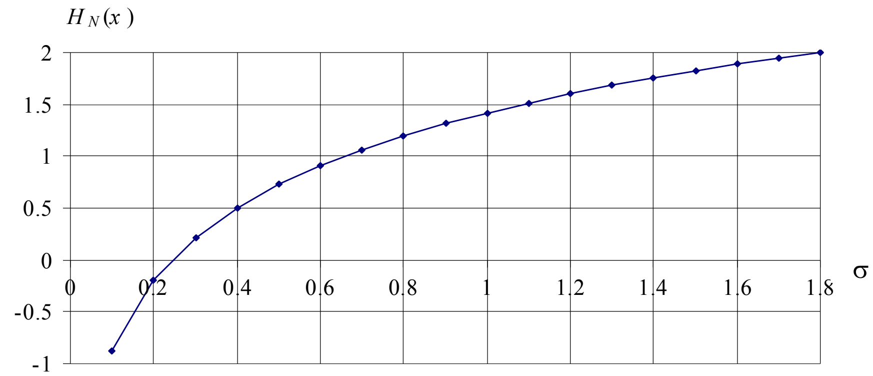

Рис. 2. Зависимость энтропии гауссовского (нормального) распределения от среднеквадратического отклонения σ

Выведем теперь выражение для энтропии распределения Парето.

Плотность распределения Парето имеет вид:

$$w_p(x) = cx^{-c-1}, \tag{3}$$

где c – параметр формы.

На рис. 3 изображена гистограмма временного ряда с распределением Парето. Выборка получена путем функционального преобразования совокупности случайных чисел с равномерным распределением. Объем выборки – 1000 отсчетов.

Дифференциальная информационная энтропия распределения Парето рассчитывается по стандартной формуле (см., например, [5]):

$$H(x) = \int w(x)\log_2\left[w(x)\right]dx.$$

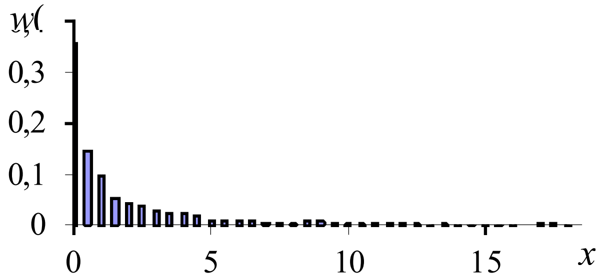

Рис. 3. Гистограмма плотности распределения Парето с параметром $c = 1$

Обозначим для краткости $-c-1 = d$. Тогда:

$$\begin{aligned} H_P(x) &= \int_0^\infty cx^d \log_2\left(cx^d\right)dx = c\int_0^\infty x^d\left(\log_2 c + d\log_2 x\right)dx = \\ &= c\log_2 c\int_0^\infty x^d dx + cd\int_0^\infty x^d \log_2 x dx. \end{aligned} \tag{4}$$

Первое слагаемое в выражении (4) представляет собой обычный интеграл от степенной функции. Второе слагаемое – табличный интеграл [7]:

$$\int x^d \ln(ax)dx = \frac{x^{d+1}}{d+1}\ln(ax) - \frac{x^{d+1}}{(d+1)^2}. \tag{5}$$

После громоздких, но несложных преобразований получаем окончательное выражение для дифференциальной энтропии распределения Парето:

$$H_P(x) = c\frac{\log_2 c}{\ln 2}\times\frac{x^{-c}}{-c-1} + (c-1)\left[x^{-c}\log_2 x - \frac{x^{-c}}{c\ln 2}\right]. \tag{6}$$

На рис. 4 изображены графики дифференциальной энтропии распределения Парето для параметров формы $c = 0,5$ и $c = 1$. Видно, что при изменении значений x энтропия сначала убывает, а затем растет, что объясняется влиянием «тяжелого хвоста» распределения.

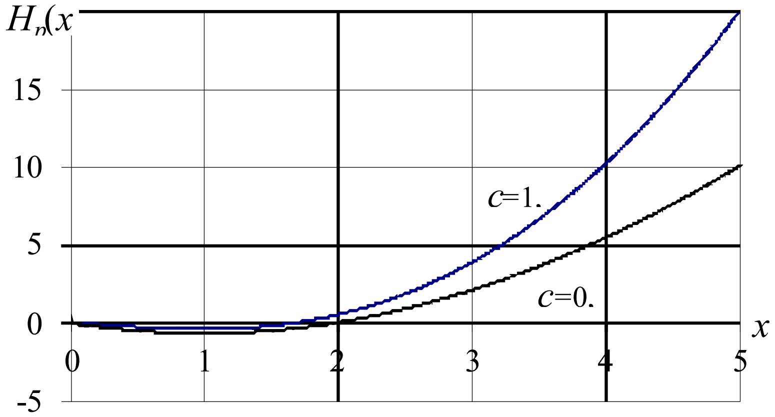

Рис. 4. Зависимость энтропии распределения Парето от значений аргумента при разных параметрах формы

Как следует из полученных результатов, при расчете энтропийных мер можно использовать разные параметры модельных распределений. При этом сравнительные оценки, основанные на энтропии, будут достаточно универсальными и наглядными.

Выводы

Информационно-энтропийные меры, которые предлагается применять для оценки производительности беспроводных компьютерных сетей, являются достаточно универсальными и дают наглядное представление о ключевых показателях эффективности функционирования сетей. Рассчитывая обычную или дифференциальную энтропию для модельных распределений интенсивности разнородного сетевого трафика, можно получать обобщенные сравнительные характеристики эффективности функционирования сетей в широком диапазоне статистических параметров.

Для оценивания производительности сетей, в частности, беспроводных сетей, необходимо учитывать функциональные или статистические связи между параметрами трафика и характеристиками сети. Эта задача представляет предмет дальнейших исследований.

Список литературы

1. Вишневский В.М., Ляхов А.И., Портной С.Л., Шахнович И.В. Широкополосные беспроводные сети передачи информации. – М.: Техносфера. 2005. – 592 с.
2. Bianchi G. Performance analysis of the IEEE 802.11 distributed coordination function // IEEE Journal on Selected Areas in Communications. – Nr. 18 (3), March, 2000. – P. 535–547.
3. Cali F., Conti M., Gregory E. Tuning of the IEEE 802.11 protocol to achieve a theoretical throughput limit // IEEE/ACM Transactions on Networking. – Nr. 8(6), December, 2000. – P. 785–799.
4. Заборовский В.С. Методы и средства исследования процессов в высокоскоростных компьютерных сетях: Дисс. д-ра техн. наук: 05.13.01 – Управление в технических системах / СПб.: ЦНИИ РТК, 1999. – 268 с.
5. Дмитриев В.И. Прикладная теория информации. – М.: Высшая школа. 1989. – 320 с.
6. Evans M., Hastings N., Peacock B. Statistical distributions. – John Wiley & Sons, Inc., 1993 – 170 p.
7. Двайт Г.Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы. – М.: Наука, 1964. – 228 с.