УДК 621.314:621.391

Нечипорук В.В., к.т.н.

РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ ВУЗЛІВ ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЧНОГО ОБЛАДНАННЯ

Національний авіаційний університет

Описана процедура побудови математичних моделей для дослідження технічного стану вузлів електроенергетичного обладнання. Викладено основні методи

Вступ

Однією з ключових задач для характеристики технічного стану вузлів електроенергетичного обладнання є побудова математичних моделей фізичних процесів, які супроводжують роботу цих вузлів. Подібна задача виникає і при створенні інформаційно-вимірювальних систем (ІВС) діагностики електроенергетичного обладнання (ЕО), що передбачається діагностувати, оскільки методи (і, відповідно, алгоритми) діагностики суттєво залежать від цих моделей. Математичні моделі визначають набір можливих діагностичних параметрів і діагностичні простори, у яких здійснюється формування навчаючих сукупностей для проведення подальшої діагностики вузлів електроенергетичного обладнання. Крім того, на основі аналізу цих математичних моделей можливе отримання додаткової інформації про об'єкт діагностики.

Одними з найбільш ефективних і зручних у практичному використанні є *акустико-емісійний* та *вібраційний* методи діагностики, що пов'язано з наявністю достатньо чутливих вимірювальних перетворювачів та можливістю вимірювання інформаційних сигналів під час роботи обладнання (функціональна діагностика). За результатами вимірювання та аналізу процесу акустичної емісії можна контролювати ступінь навантаження та прогнозувати розвиток дефектів (наприклад, таких як тріщини) в масивних елементах конструкції енергетичних електромашин (осердя статору, стяжні призми, місця кріплення корпусів машин тощо).

Однією з основних особливостей функціонування ЕО електростанцій є нерегулярні динамічні навантаження, прикладені практично до всіх елементів конструкції. В результаті цього вібрації, процеси акустичної емісії та ряд інших фізичних процесів, які відбуваються у працюючому ЕО, є випадковими за своєю природою. Тому використання статистичних методів (на відміну від детермінованих) дає можливість одержати більш точні результати та оцінювати їх достовірність при проведенні діагностики його вузлів.

Основна частина

Для побудови стохастичних математичних моделей вібрацій та акустичної емісії, що супроводжують роботу вузлів ЕО, застосуємо теорію лінійних випадкових процесів [3]. Це дає можливість отримати повні ймовірнісні характеристики досліджуваних процесів (наприклад, моменти будь-якого порядку) навіть у негауссовому випадку. У свою чергу це дозволяє встановити найбільш інформативні діагностичні ознаки і таким чином підвищити точність, надійність та достовірність діагностики.

Модель повинна враховувати з одного боку циклічність (регулярність) процесів, а з іншого – додаткові сили випадкової природи, що виникають безпосередньо у вузлах працюючого ЕО. Таку циклічність, притаманну роботі ЕО, дають можливість врахувати математичні моделі лінійних періодичних випадкових процесів [1-3].

Коротко зупинимось на означенні та основних властивостях лінійних випадкових процесів (ЛВП), які використано при побудові математичних моделей вібрацій і процесів акустичної емісії вузлів ЕО.

Лінійним випадковим процесом називається процес, який може бути представлений стохастичним інтегралом виду

$$\xi(t)=\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(\tau,t)\,d\eta(\tau),\quad t\in T \qquad (1)$$

де $\varphi(\tau,t),\quad t\in(-\infty,\infty)$ – дійсна невипадкова числова функція (ядро (1)), що задовольняє рівномірно за t умові $\varphi(\tau,t)\in L_p(-\infty,\infty)$;

$\{\eta(\tau),\ \mathbf{P}\{\eta(0)=0\}=1,\tau\in(-\infty,\infty)\}$ – (породжуючий) процес з незалежними приростами і безмежно подільною характеристичною функцією приростів.

Теорема зв'язувала параметри канонічної форми безмежно подільного закону розподілу приросту породжуючого процесу з конструктивними параметрами інтегрального зображення ЛВП.

Зауваження. Параметрична множина T в (1) може визначатися як інтервал на числовій осі, або як якась інша числова підмножина, що належить числовій осі, зокрема і $T = \Delta_N = \{t_n : t_n = n\Delta t\}_{n=0}^{N}$. У цьому підрозділі T розглядається як неперервний відрізок часу, але коли T є множиною дискретних точок, то тоді (1) буде процесом з дискретним часом, різновид якого представлений виразом (8), що розглядається детально далі.

Детерміновану функцію $\varphi(\tau,t)$ називають ядром інтегрального зображення (1), а випадковий процес $\eta'(\tau)$, що являє собою узагальнену похідну від процесу з незалежними приростами $\eta(\tau)$ – породжуючим.

Зважаючи на те, що діагностичні сигнали формуються реальною фізичною системою, процес $\xi(t)$ повинен мати скінченні значення енергетичних характеристик. В даному випадку будемо вимагати, щоб процес $\xi(t)$ був гільбертовим, тобто, щоб виконувалась умова $\mathbf{M}\left[|\xi(t)|^2\right] < \infty$. Для цього необхідно, щоб дисперсія приростів процесу $\eta(\tau)$ була скінченною, а для функції $\varphi(\tau,t)$ при кожному фіксованому $t \in T$ виконувалась умова $\int_{-\infty}^{\infty} |\varphi(\tau,t)|^2 d\tau < \infty$.

Зображення (1) можна прийняти в якості математичної моделі діагностичних сигналів для використання її в задачах вимірювання та діагностики, оскільки властивості лінійних випадкових процесів виду (1) зумовлюються характеристиками ядра $\varphi(\tau,t)$ та функції $\eta(\tau)$, які, в більшості важливих для практики випадків (про що піде мова далі) можна однозначно визначити за заданим процесом $\xi(t)$. Крім того, клас процесів виду (1) замкнутий відносно лінійних перетворень, які в даному випадку зводяться до відповідних лінійних перетворень над невипадковими ядрами $\varphi(\tau,t)$.

Для лінійного у вузькому розумінні гільбертового випадкового процесу $\xi(t)$ (1) логарифм одновимірної характеристичної функції з пуассонівським спектром породжуючого процесу у формі Колмогорова визначається виразом

$$\ln f_\xi(u;t) = \ln \mathbf{M}\left[e^{iu\xi(t)}\right] = imu\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(\tau,t)d\tau + \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left[e^{iux\varphi(\tau,t)} - 1 - iux\varphi(\tau,t)\right]\frac{dK(x)}{x^2}d\tau \qquad (2)$$

де m і $K(x)$ – параметри безмежно подільної характеристичної функції приростів процесу $\eta(t)$ у формі Колмогорова [39] за припущення, що $\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(\tau,t)d\tau < \infty$.

Функція $K(x)$ в (2) має назву “пуассонівський спектр стрибків”.

Вираз (2) не є канонічною формою Колмогорова для одновимірної характеристичної функції процесу $\xi(t)$.

Багатовимірні характеристичні функції процесу $\xi(t)$ теж безмежно подільні. Логарифм n-вимірної характеристичної функції лінійного випадкового процесу у формі Колмогорова має вигляд:

$$\ln f_\xi(u_1,\dots,u_n;t_1,\dots,t_n) = \ln \mathbf{M}\left[e^{i\sum_{k=1}^{n}u_k\xi(t_k)}\right] = im\sum_{k=1}^{n}u_k\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(\tau,t_k)d\tau +$$

$$+\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left[e^{ix\sum_{k=1}^{n}u_k\varphi(\tau,t_k)} - 1 - ix\sum_{k=1}^{n}u_k\varphi(\tau,t_k)\right]\frac{dK(x)}{x^2}d\tau \qquad n=1,2,\dots;\ t_1,\dots,t_2\in T, \qquad (3)$$

Параметри $K(x)$ та m у виразах (2), (3) визначаються за заданими характеристичними функціями приростів процесу $\eta(\tau)$.

Як відзначено в [3], наявність загального вигляду характеристичної функції лінійного випадкового процесу (3) є досить важливою властивістю, яка зумовлює таку ж універсальність в прикладному плані моделі (1), як, наприклад, моделі гаусівських процесів, які також є частинним випадком лінійних процесів. Загальний вигляд характеристичної функції (3) дає можливість проводити повний аналіз відгуків лінійних систем: знаходити кумулянти, функції розподілу відгуків, вивчати розподіл стрибків їх реалізацій на вході та виході таких систем, досліджувати зв’язки між вхідними і вихідними характеристиками лінійних ланок тощо.

У випадку інтегровності за τ функції $\varphi^n(\tau,t),\ n=1,2,...$ при всіх t та існування всіх кумулянтів процесу $\eta(\tau)$ у точці $\tau=1$ змішані кумулянти для значень процесу $\xi(t)$ n-го порядку в моменти часу $t_1,...,t_n$ мають вигляд:

$$\varkappa_n\left[\xi(t_1),\ldots,\xi(t_n)\right]=\varkappa_n\int_{-\infty}^{\infty}\prod_{k=1}^{n}\varphi(\tau,t_k)d\tau,\quad n=1,2,\ldots, \tag{4}$$

де $\varkappa_n$ – n-ий кумулянт випадкової величини $\eta(1)$.З урахуванням (4) вирази для математичного сподівання $\mathrm{M}[\xi(t)]$ та кореляційної функції $R_\xi(t_1,t_2)$ лінійного випадкового процесу (1) мають вигляд:

$$\mathrm{M}[\xi(t)]=\varkappa_1\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(\tau,t)d\tau,\quad R_\xi(t_1,t_2)=\varkappa_2\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(\tau,t_1)\varphi(\tau,t_2)d\tau. \tag{5}$$

Для стаціонарного дійсного лінійного випадкового процесу зображення (1) можна подати у вигляді:

$$\xi(t)=\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(t-\tau)d\eta(\tau),\ t\in T. \tag{6}$$

При цьому, вирази для математичного сподівання та кореляційної функції набувають вигляду:

$$\mathrm{M}[\xi(t)]=\varkappa_1\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(x)dx=const,\quad R_\xi(\tau)=\varkappa_2\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(x)\varphi(x+\tau)dx. \tag{7}$$

Вище розглянуто основні властивості математичної моделі діагностичного сигналу у вигляді лінійного випадкового процесу, заданого на неперервному інтервалі часу. Таку модель доцільно використовувати при дослідженнях з допомогою аналогових пристроїв, що входять до складу ІВС (давачів, підсилювачів, аналогових фільтрів тощо).

Однак, до складу сучасних діагностичних ІВС входять також і цифрові засоби обробки інформації, з допомогою яких, власне, і здійснюються основні операції з діагностики. Такі пристрої оперують не з неперервно змінними в часі електричними сигналами, а з множинами чисел, отриманими в результаті дискретизації по часу та квантування по рівню реальних неперервних діагностичних сигналів. Для опису цифрових сигналів необхідно мати моделі з дискретним часом. Звісно, вони повинні мати тісний зв'язок із вихідними моделями неперервного аргументу.

Процеси з дискретним часом, залежно від конкретної задачі, будемо розглядати заданими на еквідистантній решітці $\Delta_N=\{t_n : t_n=n\Delta t\}_{n=0}^{N}$ з кроком Δt (крок дискретизації), $\forall t_n\in T$, якщо необхідно буде враховувати їх зв'язок із вихідними неперервними процесами або ж для простоти, на множині $\left[\overline{0,N}\right]$ чи на $\left(\overline{-\infty,\infty}\right)$.

Варіантом зображення процесу (1) при виконанні певних умов може бути наступне

$$\xi(n)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}\varphi(m,n)\zeta(m),\ n\in\left(\overline{-\infty,\infty}\right), \tag{8}$$

де $\varphi(m,n)$, $m\in\left(\overline{-\infty,\infty}\right)$ – детермінована функція (ядро зображення (8)), для якої виконується умова $\sum_{m=-\infty}^{\infty}|\varphi(m,n)|^2<\infty$ при кожному фіксованому $m\in\left(\overline{-\infty,\infty}\right)$;

$\zeta(m)$ – породжуючий білий шум у вузькому розумінні (випадкова послідовність із незалежними значеннями), який будемо вважати гільбертовим і стаціонарним.

Якщо білий шум $\zeta(m)$ отримано дискретизацією стохастично неперервного випадкового процесу з незалежними приростами, то він належить до класу безмежно подільних випадкових процесів. Тоді для лінійного випадкового процесу $\xi(n)$ можна записати зображення одно- та багатовимірних характеристичних функцій (що виражаються через характеристики функцій $\varphi(m,n)$ та $\zeta(m)$) у відомих канонічних формах. Зокрема, логарифм одно- чи багатовимірної

характеристичної функції процесу (8) у формі Колмогорова легко отримати з (2) і (3), розглядаю
чи часовий аргумент як дискретний та замінюючи у цих формулах інтегрування по τ підсумовуванням по m.

Математичне сподівання та кореляційна функція лінійного випадкового процесу з дискетним часом (8) мають вигляд: $\mathrm{M}[\xi(n)] = \varkappa_1 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \varphi(m,n)$,

$$R_{\xi}(n_1,n_2) = \varkappa_2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \varphi(m,n_1)\varphi(m,n_2), \qquad (9)$$

$$n_1, n_2 \in \overline{(-\infty,\infty)},$$

де $\varkappa_1 = \mathrm{M}[\zeta(m)]$, $\varkappa_2 = \mathrm{D}[\zeta(m)]$.

Для стаціонарного лінійного випадкового процесу з дискретним часом зображення (8) набуває вигляду:

$$\xi(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \varphi(n-m)\zeta(m),\ n \in \overline{(-\infty,\infty)}, \qquad (10)$$

а математичне сподівання та кореляційна функція

$$\mathrm{M}[\xi(n)] = \varkappa_1 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \varphi(m) = const,\ R_{\xi}(m) = \varkappa_2 \sum_{k=-\infty}^{\infty} \varphi(k)\varphi(k+m) \qquad (11)$$

При експлуатації на енергетичних об’єктах ЕО, а також споруди, на яких воно встановлене, попадають під вплив різних динамічних сил, які призводять до виникнення механічних коливань [50, 51]. Ці сили породжуються безпосередньо при роботі цього устаткування (електричних машин, вимикачів, роз’єднувачів тощо) чи можуть бути зумовлені зовнішнім впливом. Таким зовнішнім впливом можуть бути сейсмічні хвилі, які виникають під час землетрусу, і, як наслідок, можуть призвести до руйнування цього устаткування за рахунок резонансу, який може виникнути на власних частотах коливання ЕО.

Висновки

Для створення сейсмостійкого обладнання, а також споруд, на яких це обладнання встановлюється, актуальною є задача визначення їх власних частот. Цю задачу можна розв’язувати як за допомогою чисельно-аналітичних методів, так і експериментальним шляхом. В останньому випадку здійснюється штучне збудження пружної хвилі в об’єкті дослідження шляхом механічного ударного впливу на цей об’єкт. Далі досліджується відгук на цей вплив, який вимірюється в певних точках об’єкта. За результатами такого дослідження і визначаються власні частоти об’єкта.

Цей же підхід покладено в основу методів ударної діагностики різноманітних об’єктів. Ці методи можуть бути з успіхом застосовані для вирішення задачі діагностики різних вузлів електроенергетичного обладнання (шихтовані магнітопроводи, стяжні призми та інші масивні вузли електричних машин, підшипники кочення тощо).

Успішне розв’язання вказаних задач потребує попередньої розробки та детального аналізу математичних ймовірнісних моделей, які б адекватно описували досліджувані сигнали.

Список літератури

1. Нечипорук В.В. Стаціонаризація кусково-нестаціонарних пуассонівських процесів відмов. – Тех. електродинаміка, ПСЕ частина 6, – 2004. – с. 115-118.

2. Марченко Б.Г., Мыслович М.В. Вибродиагностика подшипниковых узлов электрических машин. – К.: Наукова думка, 1972. – 196 с.

3. Марченко Б.Г., Мыслович М.В. Теория диагностики энергоагрегатов по девиации врощающихся узлов м ее применение для дизель-электрических генераторов. – Техн. электродинамика. – Ч.1. – 1998. № 5. – С. 36 – 40.

4. Марченко Б.Г., Мыслович М.В. Теория диагностики энергоагрегатов по девиации врощающихся узлов м ее применение для дизель-электрических генераторов. – Техн. электродинамика. – Ч. 2. – 1998. № 6. – С. 39-42.

5. Марченко Б.Г., Мыслович М.В. Теория диагностики энергоагрегатов по девиации врощающихся узлов м ее применение для дизель-электрических генераторов. – Техн. электродинамика. – Ч. 3. – 1999. № 1. – С. 99=63.

Марченко Б.Г., Мыслович М.В. Теория диагностики энергоагрегатов по девиации врощающихся узлов м ее применение для дизель-электрических генераторов. – Техн. электродинамика. – Ч. 4. – 1999. № 5. – С. 40-45.