УДК 621.391(045)

Красноусова О.Ю., канд. техн. наук

НОВА МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ГАРМОНІК І КОЕФІЦІЄНТІВ ПУЛЬСАЦІЙ НЕСИНУСОЇДНИХ ПРОЦЕСІВ

Інститут електроніки та систем управління Національного авіаційного університету

Розроблено методику для розрахунку спектральної щільності імпульсів, а також коефіцієнтів пульсацій періодичних послідовностей імпульсів. Відмінна особливість методики – обчислення шуканих параметрів без використання операцій інтегрування по Фур'є або по Лапласу

Введення і постановка завдань

Класичні способи визначення спектрів сигналів і процесів засновані на обчисленнях інтегралів Фур'є. Залежно від виду функції часу ці обчислення можуть бути відносно громіздкими операціями. Для незгасаючих коливань $u(t)$ принципово неможливо обчислити інтеграл Фурьє, що дає вираження спектральній щільності $\dot{S}[u]$, [1]. Такі сигнали $u(t)$ називають неінтегрованими [1]. Для визначення виразів $\dot{S}[u]$ деяких неінтегрованих сигналів раніше використовувалися спеціальні математичні прийоми [1, 2], які не завжди приводили до правильних результатів, як це показано в [3]. Останнім часом були проведені розробки нових способів визначення спектрів [3–7]. У цих способах були обгрунтовані виключені операції обчислень інтегралів Лапласа і Фур'є. Було запропоновано використання цих способів для визначення спектральної щільності, як неінтегрованих, так і інтегрованих сигналів, зокрема, імпульсів $w(t)$.

Представляє практичний інтерес апробація запропонованих нових способів шляхом визначення параметрів гармонік несинусоїдних процесів і порівнянням одержаних результатів з деякими довідковими даними, що наводяться в літературі.

Запропонована методика розрахунку параметрів гармонік і коефіцієнтів пульсацій заснована на одному із нових способів визначення спектральної щільності імпульсу $\dot{S}[u]$, [4–7].

Суть методики

1. Для періодичного процесу $u(t)$ заданого на нескінченному інтервалі $t \in (-\infty, \infty)$ або для процесу $v(t) = u(t) \cdot h(t)$, де $h(t)$ – стрибок Хевісайда, виділяється імпульс коливання, що заданий для періоду процесу.

2. Проводиться диференціювання цього імпульсу $n-$разів з урахуванням виникаючих стрибків, зв'язаних з виглядом функції $w(t)$ і її похідних. Порядок похідної $w^{(n)}(t)$ дорівнює одиниці, якщо $u(t)$ експоненціальна функція; $n = 2$, якщо $u(t)$ гармонійна функція; $n = k + 1$, якщо $u(t)$ степенева або поліноміальна функція, де $k-$найвищий степінь.

3. Виходячи з отриманого виразу похідної $w^{(n)}(t)$ визначається спектральна щільність $\dot{S}[w^{(n)}]$ у вигляді зваженої суми спектрів δ-імпульсів і їх похідних для поліноміальної функції $u(t)$ або у вигляді спектру похідної δ-імпульсу – для степеневої функції $u(t)$. Вирази, $\dot{S}[\delta^{(n)}]$ є елементарними функціями. Вирази $\dot{S}[w]$ знаходять в результаті поділу спектру $\dot{S}[w^{(n)}]$ на $(j\omega)^n$. Для гармонійних функцій $u(t)$ використовується алгебраїчний взаємозв'язок спектрів $\dot{S}[w]$ і $\dot{S}[w^{(n)}]$, що приводить до виразу $\dot{S}[w]$.

4. Виходячи з отриманого виразу $\dot{S}[w]$, визначається вираз $\dot{S}[\omega]$ – спектра

5. льної щільності імпульсу для будь-якої частоти, наприклад, $\dot{S}(0)$, $\dot{S}(\omega_1)$ - для нульової частоти, для частоти першої гармоніки періодичного процесу і т. д.

6. По виразам $\dot{S}(0)$, $\dot{S}(\omega_k)$, де k – номер гармоніки, більший нуля, визначається комплексна амплітуда $\dot{U}_{m,k}$ гармонік процесу $u(t)$, з використанням співвідношень:

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_{m,0} &= U_{cp} = \frac{\dot{S}(0)}{T} \\ \dot{U}_{m,k} &= \frac{2}{T}\dot{S}(\omega_k) \end{aligned}\right\}, \qquad (1)$$

де T – період коливань $u(t)$.

6. Коефіцієнт пульсацій $K_П$ визначається співвідношенням:

$$K_П = 2 \cdot \left| \frac{\dot{S}(\omega_1)}{\dot{S}(0)} \right| = \frac{\left|\dot{U}_{m,1}\right|}{\left|U_{cp}\right|}. \qquad (2)$$

Приклади використання методики

Приклад 1. Періодична послідовність трикутних імпульсів. Нехай сигнал $u(t)$ має вигляд, рис. 1. Виділимо один імпульс $w(t)$ і продиференціюємо його двічі. В результаті отримаємо три δ – імпульси:

$$w^{(2)} = \tau^{-1}[\delta(t) + \delta(t-2\tau) - 2\delta(t-\tau)],$$

де $\tau = T/2$. Звідси маємо:

$$\dot{S}[w^{(2)}] = \tau^{-1}[1 + e^{-j2\omega\tau} - 2e^{-j\omega\tau}]$$

і

$$\dot{S}[w] = (j\omega)^{-2} \cdot \dot{S}[w^{(2)}],\ \dot{S}(\omega_1) = \frac{-2T}{\pi^2}.$$

Для визначення $\dot{S}(0)$ використовуємо правило Лопіталя. Позначимо $\omega\tau = \lambda$.

Тоді:

$$\dot{S}[w] = \dot{S}[\lambda] = -\tau(1 + e^{-2j\lambda} - 2e^{-j\lambda})/\lambda^2.$$

Продиференціюємо чисельник і знаменник цього виразу двічі і спрямуємо λ до нуля, отримаємо $\dot{S}(0) = \tau$, що дорівнює площі імпульсу $w(t)$.

Звідси середнє значення $U_{cp} = \frac{\dot{S}(0)}{T} = 0.5$, а коефіцієнт пульсацій $K_{Ï} = \frac{8}{\pi^2}$.

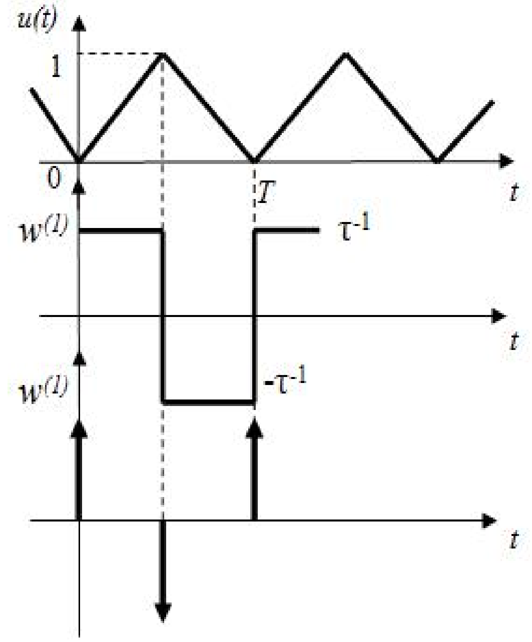

Рис. 1. Сигнал, його імпульс і похідні імпульсу

Ці ж значення отримуються при використанні класичного методу визначення параметрів гармонік і приводяться в довідниках.

Використання виразу $\dot{S}[w]$, що наведений вище, дозволяє визначити також і амплітуди інших гармонік, а також коефіцієнтів пульсацій відносно інших гармонік.

Зокрема, для гармоніки з частотою $\omega_3 = 6\pi/T = 3\pi/\tau$ одержуємо: $\dot{S}(\omega_3) = -4\tau/(9\pi^2)$. Амплітуда цієї гармоніки дорівнює:

$$\dot{U}_{m,3} = \frac{2}{T}\dot{S}(\omega_3) = -4/(9\pi^2),$$

тобто вона за модулем менша, ніж амплітуда першої гармоніки рівно у 9 разів. Тоді й коефіцієнт пульсацій для цієї гармоніки буде меншим, ніж для першої гармоніки рівно у 9 разів.

<u>*Приклад 2.*</u> Імпульс степеневої функції $w(t) = \tau^{-2} \cdot t^2 [h(t) + h(t-\tau)]$. Третя похідна цього імпульсу, рис. 2, дорівнює:

$$w^{(3)} = \frac{2}{\tau^2}[\delta(t) - \delta(t-\tau)] - \delta^{(2)}(t-\tau) - \frac{2}{\tau}\delta^{(1)}(t-\tau)$$

Звідси:

$$\dot{S}[w^{(3)}] = \frac{2}{\tau^2}(1 - e^{-j\omega\tau}) - (j\omega)^2 e^{-j\omega\tau} - \frac{2j\omega}{\tau} e^{-j\omega\tau},$$

$\dot{S}[w] = (j\omega)^{-3} \cdot \dot{S}\left[w^{(3)}\right]$. Так само, як в прикладі 1, визначаються значення $\dot{S}(0), \dot{S}(\omega_1)$, де $\omega_1 = \dfrac{2\pi}{\tau}$, а також амплітуди гармонік і коефіцієнт $K_П$ для періодичної послідовності таких імпульсів.

Зокрема, з отриманого виразу $\dot{S}[w]$ можна знайти значення $\dot{S}(0) = \tau/3$, $\dot{S}(\omega_1) = j\tau(2\pi - j2)/(2\pi)^2$, де $\omega_1 = \dfrac{2\pi}{\tau}$, а потім і $K_П = 0.707$ - для періодичної послідовності імпульсів *w*.

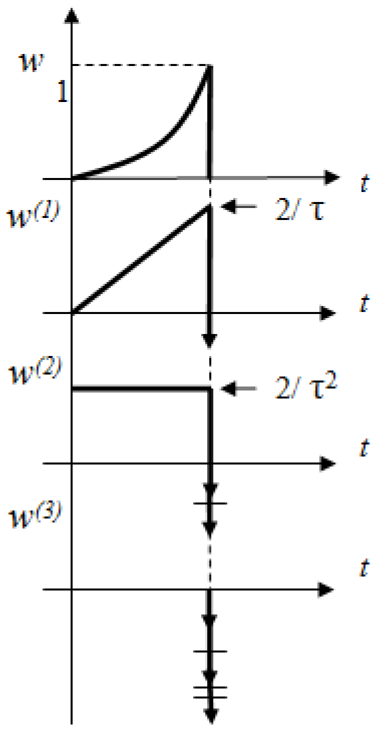

Рис. 2. Імпульс і його похідні

Цікаво, що імпульс $w(t)$, рис. 2, можна розглядати як потужність $p(t)$ сигналу, що має вигляд $u = t/\tau$ на інтервалі $t \in (0, \tau)$. Тоді по виразу похідної $w^{(3)}$ можна отримати вираз спектральної щільності і для потужності сигналу $p(t)$. Відомо, що модуль значення цієї щільності для частоти $\omega = 0$ дозволяє знайти діюче значення періодичного сигналу $u(t)$, якщо цей модуль поділити на період та здобути корінь квадратний.

<u>*Приклад 3.*</u> Імпульс синусоїди $w = 1 \cdot \sin \omega_0 t [h(t) - h(t-\tau)]$, $\tau = \dfrac{\pi}{\omega_0}$. Диференціюємо імпульси *w* двічі, рис.3. В результаті отримаємо:

$$w^{(2)} = -\omega_0^2 w + \omega_0[\delta(t) + \delta(t-\tau)],$$

$$\dot{S}[w^{(2)}] = -\omega_0^2 \dot{S}[w] + \omega_0(1 + e^{-j\omega\tau}).$$

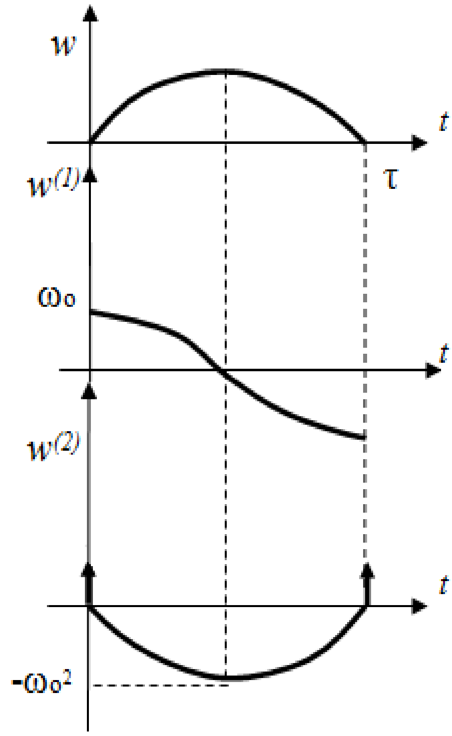

Рис. 3. Імпульс та його похідні

Звідси маємо значення $\dot{S}(0) = \dfrac{2}{\omega_0}$, якщо $\omega_1 = 2\omega_0$; $K_П = 2/3$, що відповідає діодному двухнапівперіодному випрямлячу.

Рекомендації по застосуванню методики

Методику рекомендується використовувати для визначення параметрів будь-яких гармонік та коефіцієнтів пульсацій періодичних процесів, що виникають в вентильних колах імпульсивних перетворювачів: діодних і тиристорних випрямлячів, тиристорних регуляторах змінної та постійної напруги, автономних інверторів, перетворювачів числа фаз мережі. Методику доцільно використовувати і для визначення спектрів радіосигналів, зокрема, при амплітудній модуляції гармонійних несучих коливань періодичною послідовністю імпульсів, що описуються степеневими та поліноміальними функціями.

Перевага методики, порівняно з класичним методом розрахунку спектрів, полягає у виключенні операцій обчислень інтегралів Фур'є. (Замість обчислень інтегралів Фур'є використовується диференціювання функцій часу, з урахуванням похідних скачків − δ-імпульсів.) Достовірність отриманих результатів підтверджується повним співпаданням цих результатів з даними, що приведені в літературі, зокрема, в довідниках.

Висновки

Запропоновано методику визначення параметрів гармонік та коефіцієнтів пульсацій несинусоїдних процесів.

Відмінна риса методики − виключення операцій обчислень інтегралів Фур'є та використання операцій диференціювання імпульсів процесу з урахуванням скачків функцій імпульсів, що приводять до δ - функцій.

Методика виявляється корисною для вирішення задач аналізу спектрів коливань, що є характерними для вентильних кіл різноманітних імпульсних перетворювачів.

Методика дозволяє також визначати амплітуди гармонік для спектрів тужності періодичних послідовностей імпульсів степеневих функцій часу. При цьому амплітуда нульової гармоніки потужності являє собою квадрат ефективного значення періодичного сигналу.

Список літератури

1. *Баскаков С.И.* Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: ВШ, 1988. – 532 с.

2. *Атабеков Г.И.* Теоретические основы электротехники. Ч.1. – М.: Энергия, 1978. – 594 с.

3. *Егоршин Ю.А., Красноусова О.Ю.* Определение спектров неинтегрируемых сигналов // Електроніка та системи управління. – К.: НАУ, 2007 – Вип. 4. – С. 55–60.

4. *Белецкий А.Я., Егоршин Ю.А.* Спектры конечно-дифференцируемых сигналов // Електроніка та системи управління. – К.: НАУ, 2004. – Вип. 1 – С. 20–32.

5. *Єгоршин Ю.О., Красноусова О.Ю.* Визначення операторних зображень сигналів та процесів без обчислень інтегралів Лапласа // Вісник НАУ. – К.: НАУ, 2007. – Вип. 1. – С. 58–62.

6. *Єгоршин Ю.О., Красноусова О.Ю.* Використання властивостей δ-імпульсів при визначенні спектрів сигналів // Вісник НАУ. – К.: НАУ, 2007. Вип. 2. – С. 6–9.

7. *Єгоршин Ю.О., Красноусова О.Ю.* Определение спектров неинтегрируемых сигналов – мультипликативных комбинаций степенных и гармонических функций // Електроніка та системи управління. – К.: НАУ, 2007. – Вип. 4. – С. 55-60.

8. *Sineglazov V.M., Krasnousova O.J., Jegorshin J.A.* The new methods of determination of spectrum signals // Congress "75 years NAU. v. II". K: NAU, 2008.