УДК 629.782.001.5(045)

Климова А.С., канд. техн. наук

ФОРМУВАННЯ ОПТИМАЛЬНИХ ЗА ПАРЕТО ВАРІАНТІВ СКЛАДНИХ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

Інститут комп'ютерних технологій
Національного авіаційного університету

Розглянута методика, що дозволяє сформувати множину альтернативних варіантів побудови складної технічної системи, отримати оптимальні за Парето альтернативи і вибрати найкращий варіант з погляду особи, яка приймає рішення

Постановка проблеми в загальному виді

Сучасні складні технічні системи (СТС) створюються для рішення великої кількості складних завдань при різних умовах функціонування і характеризуються значною складністю і великою вартістю розробки.

Сучасна економічна обстановка в країні вимагає раціонального використання матеріальних ресурсів, тому з метою істотного скорочення витрат розробка і створення СТС здійснюється шляхом оптимізації та вибору основних її параметрів з урахування багато чинників (багатокритеріальної оптимізації).

На практиці в більшості випадків для багатокритеріальної (векторної) оптимізації використовується лише обмежене коло методів і інструментів аналізу. Це пов'язано з такими проблемами:

– відсутність відповідного інструментарію для виконання процедур і аналізу;

– не застосовність того або іншого методу аналізу до тих початкових даних, якими оперує аналітик;

– висока вартість програмних продуктів (може досягати декількох тисяч доларів), які реалізують велику кількість "просунутих" пошукових методів і аналіз даних та ін.

У статті запропоновано обчислювальну методику, яка дозволяє створити множину альтернативних варіантів побудови СТС, отримати оптимальні за Парето альтернативи в результаті порівняння варіантів за векторним критерєм і вибрати компромісно-оптимальний варіант її побудови.

Аналіз публікацій і досліджень

Науковим і технічним питанням синтезу (структурного і параметричного) присвячена велика кількість робіт вітчизняних і зарубіжних вчених, серед них роботи М.Є. Салуквадзе, А.М. Вороніна, І.А. Попова, А.К. Міцитіса, С.К. Баранова, В.В. Подіновського, В.Д. Ногіна, Ю.К. Зіатдінова, О.І. Козлова та ін. У цих роботах розглядаються, в основному, теоретичні і практичні підходи до дослідження СТС. У праці [1], виділені основні проблемні питання векторної оптимізації: нормалізація (приведення до єдиної міри) часткових критеріїв; виділення множини компромісів (ефективних за Парето рішень); вибір схеми компромісів і єдиного рішення та ін.

На основі аналізу праць [1, 2] можна зробити висновок, що нормалізація виконується із застосуванням вектора обмежень

$$f^0 = f^0(y) = \left\{ \frac{f_k(y)}{A_k} \right\}_{k=1}^{m} = \left\{ f_k^0(y) \right\}_{k=1}^{m},$$

де A_k – k-та компонента нормуючого вектора обмежень. Відповідно до відомої теореми [6], ця операція є монотонною і рішення, що отримане в нормалізованому просторі критеріїв, не змінюється при переході до початкового (натурального) простору часткових критеріїв.

Згідно з працею [1] множина Парето – виділяється з нормалізованого простору критеріїв у результаті рішення задачі параметричного програмування

$$y' = \underset{c \in X_c}{\mathrm{Y}} \arg\min_{y \in Y} \sum_{k=1}^{m} c_k f_k^0(y),$$

де $f_k^0(y)$ – нормалізоване значення k-го часткового критерію;

$c = \{c_k\}_{k=1}^m$ – формальний векторний параметр, визначений на множині

$$X_c = \left\{ c \mid \sum_{k=1}^{m} c_k = 1, c_k \geq 0 \right\}.$$

Аналіз праць [1, 4, 5] показує, що для побудови функції узагальненого критерію, найчастіше застосовується лінійна згортка часткових критеріїв.

Найбільш простою функцією векторного критерію є [1]

$$Y(\alpha, f) = \sum_{k=1}^{m} \alpha_k [1 - f_{0k}(y)]^{-1}; \alpha_k \geq 0, \sum_{k=1}^{m} \alpha_k = 1,$$

де $\alpha_k = const$ – коефіцієнти регресії, що відображують переваги від особи, яка приймає рішення за окремими критеріями.

Функція $Y(\alpha, f)$ є узагальненим критерієм $(F_{\text{узаг}}[f(y)])$, що має сенс скалярної згортки вектора часткових критеріїв за нелінійною схемою компромісів.

Мета роботи

Розглядається обчислювальна методика багатокритеріальної оптимізації основних параметрів СТС, яка призначена для виконання прикладних завдань під час проведення науково-технічних досліджень на початкових етапах розробки і створення СТС. Методика дозволяє: створити і оцінити статистичні властивості багатофакторних регресійних моделей критеріальних функцій для побудови множини альтернативних варіантів АКС; провести істотне скорочення кількості альтернатив до оптимальних за Парето рішень в результаті порівняння варіантів за векторним критерєм; вибрати єдине компромісно-оптимальне рішення по нелінійній схемі компромісів при різних поєднаннях коефіцієнтів важливості заданих критеріїв.

Постановка задачі багатокритеріальної оптимізації основних параметрів авіаційно-космічної системи

Розглянемо постановку завдання, на яке орієнтована обчислювальна методика векторної оптимізації, на прикладі авіаційно-космічної системи (АКС).

На початковому етапі побудови концепції АКС задається певним набором параметрів $y = \{y_j\}_{j=1}^n$, $y \in Y$. Передбачається, що функціювання системи залежить тільки від цих параметрів.

Для кожного параметра задаються обмеження у вигляді нерівностей

$$a_{jH} \leq y_j \leq a_{jB}, \quad j = \overline{1,\ q}. \qquad (1)$$

Перетини заданих меж утворюють допустиму область $Y^{Д}$

$$\Delta_j = [a_{jH}, a_{jB}], j = \overline{1,q}, Y^{Д} = \mathrm{I}\ \Delta_j.$$

Якість ухваленого рішення оцінюється за сукупністю суперечливих часткових критеріїв

$$f = f(y) = \{f_k(y)\}_{k=1}^m \in H. \qquad (2)$$

Критерії $fk(y)$ є рівноцінними, мають бути позитивними і вимагають мінімізації.

Постановка задачі полягає в тому, щоб сформувати множину альтернативних варіантів побудови АКС, яка належить $Y^{Д}$, в результаті порівняння варіантів за векторним критерєм (2) отримати ефективні за Парето альтернативи і вибрати на основі інформації про відносну важливість часткових критеріїв з використанням нелінійної схеми компро-місів єдиний компромісно-оптимальний варіант АКС.

Результати досліджень і обґрунтування отриманих результатів

У випадках, коли аналітичні залежності критеріїв від параметрів невідомі на першому етапі вирішення задачі необхідно побудувати регресійні моделі часткових критеріїв від параметрів шляхом проведення експери-ментальних процедур [3].

Як апроксимуючі многочлени в роботі використовується квадратична поліноміальна форма регресійних моделей. Невідомі коефіцієнти полінома розраховуються за допомогою методу найменших квадратів.

Для отриманих регресійних моделей проводиться комплексна оцінка статистичних характеристик за результатами регресійного аналізу. Потім ухвалюється рішення про можливість застосування моделей для створення множини альтернативних варіантів АКС.

На другому етапі розраховується множина альтернативних варіантів АКС (пробних точок простору параметрів). В цієї множині варіантів АКС оптимальним за Парето варіантам побудови системи відповідає множина ефективних точок, що описується за формулою

$$Y^K = \left\{ \begin{array}{l} y' \mid y' \in Y;\ \forall y \in Y : f_k(y') \le f_k(y), \\ k \in [1, m], \end{array} \right\},$$

причому хоч би одна з нерівностей є суворою. Ці рішення задовольняють (в деякому розумінні) векторному критерію (2) при заданих обмеженнях (1).

Для визначення цієї множини використовується лема Карліна, точки області визначаються за результатами рішення задачі параметричного програмування

$$y^* = \underset{\alpha \in X_\alpha}{\mathrm{Y}} \arg\min_{y \in Y} \sum_{k=1}^{m} \alpha_k f_k^0(y) \qquad (3)$$

$$\alpha = \{\alpha_k\}_{k=1}^{m},\ X_\alpha = \left\{ \alpha \mid \sum_{k=1}^{m} \alpha_k = 1,\ \alpha_k \ge 0 \right\},$$

де $f_k^0(y)$ – нормалізоване значення критерію для мінімізації.

Отримання оптимальних точок Парето виконується в нормалізованому просторі критеріїв. Координати точок цього простору обчислюють за формулою

$$f_{ik}^0(y) = \frac{f_{imek}(y) - f_{k\min}(y)}{f_{k\max}(y) - f_{k\min}(y)}, \qquad (4)$$

де $f_{k\min}(y)$, $f_{k\max}(y)$ – мінімальне і максимальне значення k-го критерію, які розраховано за моделями;

$f_{imek}(y)$, $f_{ik}^0(y)$ – поточне і нормалізоване значення часткового критерію в i-й точці.

Множину Парето-оптимальних варіантів АКС отримують в результаті порівняння альтернатив з використанням векторного критерію (2). Варіанти, що залишилися, є компромісно-оптимальними і утворюють множину компромісів $Y^К$ (Парето-оптимальних рішень).

Виділення Парето-оптимальних точок включає наступні кроки.

Крок 1. Введення початкових даних: обмежень на параметри у вигляді нижньої (a_{jH}) і верхньої (a_{jB}) меж; кількості пробних варіантів побудови АКС; значень формального векторного параметра $a \in [0;1]$.

Крок 2. Створення множини нормованих ЛП$_\tau$ точок в одиничному гіперкубі $(Z_{1ЛП_\tau}, Z_{2ЛП_\tau}, \mathrm{K}, Z_{N ЛП_\tau})$.

Крок 3. Розрахунок множини точок простору параметрів $Y^Д$ із використанням нормованих значень ЛП$_\tau$ точок і обмежень на параметри.

Крок 4. Розрахунок з використанням моделей і отримання множини точок простору критеріїв в натуральних значеннях.

Крок 5. Нормалізація (приведення значень до безрозмірної шкали з діапазону $[0;1]$) простору критеріїв в припущенні, що значення часткових критеріїв суворо позитивні $f_k(y) > 0$.

Крок 6. Формування множини Парето-оптимальних варіантів АКС і побудова компромісної кривої.

Крок 7. Визначення сукупности значень координат точок ненормованого простору критеріїв і координат точок простору параметрів, що відповідають кожній точці множини Парето.

Сукупність, знайдених таким чином точок простору параметрів утворює Парето-оптимальні варіанти АКС, за якими будується крива Парето.

Єдиний компромісно-оптимальний варіант побудови АКС, що задовольняє векторному критерію (2), виконується на основі інформації про відносну важливість часткових критеріїв з використанням нелінійної схеми компромісів

$$F_{\text{узаг}}[f(y)] = \sum_{k=1}^{m} \alpha_k \left(1 - f_k^0(y)\right)^{-1}, \ \sum_{k=1}^{m} \alpha_k = 1, \ \alpha_k \geq 0,$$

де $F_{\text{узаг}}[f(y)]$ – узагальнений критерій;

$f_k^0(y)$ – нормалізоване значення критерію для мінімізації;

$a_k, k \in [1, m]$ – коефіцієнти важливості критеріїв.

1. Для формування $F_{\text{узаг}}[f(y)]$ в роботі використовується нелінійна схема компромісів.

Єдиний розв'язок багатокритеріальної задачі визначається шляхом мінімізації функції узагальненого критерію

$$y' = \underset{y \in Y}{\arg\min} F_{\text{узаг}}[f(y)]. \qquad (5)$$

Для вибору єдиного компромісно-оптимального варіанту АКС з використанням нелінійної схеми компромісів суперечливих критеріїв використовується наступні кроки.

Крок 1. Введення початкових даних: діапазонів зміни значень параметрів у вигляді нижньої (a_{jH}) і верхньої (a_{jB}) межі; кількості альтернативних варіантів АКС і вагових коефіцієнтів важливості часткових критеріїв.

Кроки 2 – 5. Аналогічні крокам 2 – 5 попереднього етапу.

Крок 6. Створення математичного виразу узагальненого критерію $F_{\text{узаг}}$.

Крок 7. Розрахунок нормованих значень $F_{\text{узаг}}$ в усіх точках простору критеріїв при різних значеннях коефіцієнтів важливості часткових критеріїв.

Крок 8. Визначення точки мінімуму $F_{\text{узаг}}$ при різних коефіцієнтах важливості часткових критеріїв.

Крок 9. Визначення значень основних параметрів АКС і критеріїв, які відповідають точкам мінімуму $F_{\text{узаг}}$.

Крок 10. Аналіз отриманих компромісно-оптимальних варіантів АКС і вибір остаточного рішення.

Висновки

За допомогою одержаних результатів можливо:

– створити і провести комплексну оцінку багатофакторних регресійних моделей и сформувати множину альтернативних варіантів побудови СТС;

– виділити серед множини альтернативних варіантів побудови системи оптимальних за Парето варіантів шляхом порівняння альтернатив за векторним критерієм;

– зробити вибір єдиного переважного компромісно-оптимального варіанту СТС на основі суб'єктивної інформації про відносну важливість часткових критеріїв із використанням нелінійної схеми компромісів.

Одержані результати досліджень забезпечують подальший розвиток програмно-алгоритмічного забезпечення векторної оптимізації основних параметрів СТС з використанням множини Парето і нелінійної схеми компромісів.

Список літератури

1. *Воронин А.Н., Зиатдинов Ю.К., Марченко А.В., Осташевский В.В.* Сложные технические и эргатические системы: методы исследования / Монография. – Харьков: Факт, 1997. – 240 с.

2. *Соболь И.М., Статников Р.Б.* Выбор оптимальных параметров в задачах с многими критериями. – М.: Наука, 1981. – 110 с.

3. *Лапач С.Н., Чубенко А.В., Бабич П.Н.* Статистика в науке и бизнесе. – К.: ООО «МОРИОН», 2002. – 640 с.

4. *Подиновский В.В., Ногин В.Д.* Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. – М.: Наука, 1982. – 256 с.

5. *Карлин С.* Математические методы в теории игр, программировании и экономике. – М.: Мир, 1964. – 838 с.

6. *Гермейер Ю.Б.* Введение в теорию исследования операций. – М.: Наука, 1971. – 383 с.