

УДК 519.876.5:629.735.051·844·847 (045)

Казак В.М., д-р техн. наук  
Лейва Каналес Родриго,  
Яковицкая Е.Ю.

## МОДЕЛЬ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК БЕСПЛАТФОРМЕННОЙ ИНЕРЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

Аэрокосмический институт  
Национального авиационного университета

*Проведен анализ возможного пути снижения затрат на сертификационные испытания. Предложена математическая модель инерциальной навигационной системы*

### **Введение**

В условиях мирового экономическо-го кризиса еще более остро встает вопрос стоимости проведения летных сертификационных испытаний, что заставляет постоянно искать пути сокращения их объема. Одним из таких путей, широко используемых как у нас, так и за рубежом, является объединение результатов моделирования и летных испытаний с целью повышения достоверности принимаемых на их основе решений о соответствии характеристик воздушного судна (ВС) и его оборудования нормам летной годности [1, 2, 4]. При этом при обработке этого процесса необходимо учитывать следующие условные этапы: анализ свойств ВС; создание математической модели ВС; синтез алгоритмов системы управления полетом; разработка математической модели системы управления полетом; модельные испытания и оценка тактико-технических характеристик ВС с замкнутой системой управления; испытание системы на пилотажном стенде с участием оператора в контуре управления.

При оценке результатов моделирования необходимо помнить, что полное их использование требует, прежде всего, проверки адекватности математических моделей. Для сертификации систем управления полетом ВС используются три группы детерминированных требований к характеристикам этих систем: к динамике автоматического управления, статистические и предельные. В состав современного бортового цифро-

го навигационного оборудования входит бесплатформенная инерциальная система (БИНС), динамические характеристики которой существенно влияют на требуемые навигационные характеристики [1 – 3].

### **Цель статьи**

Целью статьи является разработка модели БИНС, пригодной для оценки их характеристик.

### **Изложение основного материала**

Предлагается модель БИНС, реализующая принцип моделирования «по входу» (моделирование возмущенной работы системы), отличающегося от широко известного принципа моделирования «по выходу» тем, что он обеспечивает более точную имитацию выходных ошибок, поскольку основан на решении уравнений динамики системы. В качестве возмущающих факторов в разрабатываемой модели приняты инструментальные погрешности. Модель инструментальных погрешностей определяется статистическими характеристиками погрешностей реальных датчиков: угловых скоростей, линейных ускорений.

Правильное функционирование модели БИНС обеспечивается подачей на ее входы необходимых сигналов от следующих моделей:

- модели динамики движения ВС;
- модели кинематики движения ВС;
- модели воздушного судна, как объекта управления.

Модель динамики БИНС можно существенно упростить, если принять следующие допущения: основная доля навигационных ошибок обусловлена ошибками в начальных условиях (ошибками выставки БИНС) и инструментальными погрешностями системы. При этом обеспечивается учет следующего важного обстоятельства: ошибки оператора при вводе стартовых данных в вычислительную систему самолетождения (ВСС) непосредственно сказываются на ошибках выставки и, следовательно, через ошибки в начальных условиях при решении уравнений возмущенной работы, на навигационные ошибки.

В режиме «Выставка» обеспечивается проверка отсутствия движения ( $W = 0$ ) с выдачей сигнала «Отказ» при наличии движения ( $W \neq 0$ ) и формирование следующих параметров:

- оценок составляющих  $w_{x0}, w_{z0}$  вектора абсолютной угловой скорости в осях моделируемого горизонтального трехгранника;

- оценки начального азимутального угла  $\alpha_0$  (истинного курса  $ИК_0$ );

- ошибок в оценках балансировочных сигналов

$\Delta \omega_{XB}, \Delta \omega_{ZB}$  (берутся  $\Delta \omega_{XB} = \Delta \omega_{ZB} = 0$ );

- начальных (для режима «Навигация») угловых ошибок ориентации моделируемого трехгранника  $\Phi_{x0}, \Phi_{y0}, \Phi_{z0}$  (берется  $\Phi_{y0} = 0$ ).

Оценки составляющих  $\omega_{x0}, \omega_{z0}$  вектора абсолютной угловой скорости предлагается вычислять из соотношений:

$$\hat{\omega}_{x0} = 7 \cdot 10^{-8} \cdot E_1 + \Omega \cos \hat{B}_0 \cos \hat{\alpha}_0, \quad (1)$$

$$\hat{\omega}_{z0} = 7 \cdot 10^{-8} \cdot E_2 + \Omega \cos \hat{B}_0 \sin \hat{\alpha}_0,$$

где  $E_i \in N(0,1)$  -  $E_1, E_2, \dots, E_e$  берутся независимыми, случайными, нормально распределенными числами с нулевыми средними и единичными среднеквадратичными значениями;  $\Omega = 7,292116 \times 10^{-5}$  1/с - угловая скорость вращения Земли;  $\alpha_0$  - начальный азимутальный угол моделируемого трехгранника;  $ИК_0$  - стояночное зна-

чение истинного курса;  $B_0$  - значение геодезической широты места выставки, вводимое оператором (им же вводится начальное значение геодезической долготы  $L_0$ );  $B_0$  - истинное значение геодезической широты места выставки, вы-

рабатываемое в модели кинематики движения ВС.

Начальное значение азимутного угла вычисляется по формуле:

$$\hat{\alpha}_0 = -\text{arctg} \hat{\omega}_{z0} / \hat{\omega}_{x0}. \quad (2)$$

Ошибки в оценках балансировочных сигналов:

$$\begin{aligned} \Delta \hat{\omega}_{XB} &= \Delta \hat{\omega}_{ZB} = 0 \\ \Delta \hat{\omega}_{YB} &= 43 \cdot 10^{-8} E_3 + \Omega \left( \sin B_0 - u_{21}^{\circ} \right), \end{aligned} \quad (3)$$

где  $u_{11}^{\circ} = \cos \alpha_0 \cos B_0$ ;  $u_{21}^{\circ} = \sin B_0$

$u_{31}^{\circ} = \sin \alpha_0 \cos B_0$  - компоненты первого столбца матрицы направляющих косинусов радиус-вектора начального положения самолета.

Угловые ошибки ориентации моделируемого трехгранника берутся следующими:

$$\begin{aligned} \Phi_{X0} &= \frac{\Delta a_z}{g}, \Delta a_z = 420 \cdot 10^{-6} g E_4, \\ \Phi_{Y0} &= 0, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\Phi_{Z0} = \frac{\Delta a_x}{g}, \Delta a_x = 420 \cdot 10^{-6} g E_5,$$

где  $\Delta a_x, \Delta a_z$  - случайные смещения нулей акселерометров;  $g$  - ускорение силы тяжести.

Численные значения угловых ошибок ориентации:

$$\begin{aligned} \Phi_{X0} &= 42 \cdot 10^{-5} \cdot E_4, \\ \Phi_{Y0} &= 0, \\ \Phi_{Z0} &= 42 \cdot 10^{-5} \cdot E_5. \end{aligned} \quad (5)$$

В режиме «Навигация» решаются дифференциальные уравнения ошибок ориентации моделируемого опорного трехгранника:

$$\begin{aligned} \hat{\Phi}_X &= \hat{\omega}_{xu} - \omega_{xu} + \Omega(u_{11} - u_{11}) + \xi_x + \Delta \omega_{XB} \\ \hat{\Phi}_Y &= \Omega(u_{21} - u_{21}) + \xi_y + \Delta \omega_{YB} \\ \hat{\Phi}_Z &= \hat{\omega}_{zu} - \omega_{zu} + \Omega(u_{31} - u_{31}) + \xi_z + \Delta \omega_{ZB} \end{aligned} \quad (6)$$

где  $\omega_{xu}$ ,  $\omega_{zu}$ ,  $u_{11}$ ,  $u_{21}$ ,  $u_{31}$  – соответственно составляющие вектора истинной угловой скорости и истинные значения направляющих косинусов, принимаемые из модели кинематики движения ВС;  $u_{11}, u_{21}, u_{31}$  – оценки направляющих косинусов, вычисляемые в модели БИНС;  $\xi_x, \xi_y, \xi_z$  – шумы ДУС, моделируемые при их нормальной работе как независимые гауссовские шумы и как появившиеся смещения при имитации отказов.

Кроме того, в режиме «Навигация» решается уравнение оценок составляющих относительной скорости:

$$\begin{aligned} \hat{\omega}_{xH} &= \frac{\hat{W}_{zu}}{\hat{R}_z} - \hat{W}_{xu} \frac{2f u_{11} u_{31}}{a} \\ \hat{\omega}_{zH} &= \frac{\hat{W}_{xu}}{\hat{R}_x} - \hat{W}_{zu} \frac{2f u_{11} u_{31}}{a} \end{aligned} \quad (7)$$

где  $\hat{R}_x, \hat{R}_z$  – оценки составляющих радиус-вектора текущего местоположения,

$$\begin{aligned} \left(\hat{R}_x\right)^{-1} &= a^{-1} \left( 1 - f \hat{u}_{21}^2 + 2f \hat{u}_{11}^2 - \frac{H}{a} \right) \\ \left(\hat{R}_z\right)^{-1} &= a^{-1} \left( 1 - f \hat{u}_{21}^2 + 2f \hat{u}_{31}^2 - \frac{H}{a} \right); \end{aligned} \quad (8)$$

$H$  – абсолютная высота, принимаемая из модели СВС,  $a=6378245$  м;  $a$  – большая полуось земного эллипсоида;  $f$  – сжатие Земли.

Оценки составляющих вектора полной скорости вычисляются следующим образом:

$$\begin{aligned} \hat{W}_{xu} &= \int_0^t \hat{W}_{xu} d\tau, \quad \hat{W}_{yu} = \int_0^t \hat{W}_{yu} d\tau, \\ \hat{W}_{zu} &= \int_0^t \hat{W}_{zu} d\tau, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \hat{W}_{xu} &= \dot{W}_{xu} + \dot{W}_{yu} \hat{\Phi}_z - \dot{W}_{zu} \hat{\Phi}_y + g \hat{\Phi}_z \\ \hat{W}_{yu} &= -\dot{W}_{xu} \hat{\Phi}_z + \dot{W}_{yu} + \dot{W}_{zu} \hat{\Phi}_x + g \\ \hat{W}_{zu} &= \dot{W}_{xu} \hat{\Phi}_y + \dot{W}_{yu} \hat{\Phi}_x + \dot{W}_{zu} + g \hat{\Phi}_x. \end{aligned} \quad (10)$$

$\dot{W}_{xu}, \dot{W}_{yu}, \dot{W}_{zu}$  – составляющие вектора полного ускорения, принимаемые из модели кинематики движения ВС.

Начальные значения  $\hat{W}_{x0}, \hat{W}_{u0}, \hat{W}_{z0}$  оценок  $\hat{W}_x, \hat{W}_u, \hat{W}_z$  берутся нулевыми.

Направляющие косинусы вычисляются путем решения дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{u}_{11} &= \omega_{zu} \cdot u_{21}, \quad \dot{u}_{12} = \omega_{zu} \cdot u_{22}, \\ \dot{u}_{21} &= \omega_{xu} \cdot u_{31} - \omega_{zu} \cdot u_{21}, \\ \dot{u}_{22} &= \omega_{xu} \cdot u_{32} - \omega_{zu} \cdot u_{21}, \\ \dot{u}_{31} &= -\omega_{xu} \cdot u_{21}, \quad \dot{u}_{32} = -\omega_{xu} \cdot u_{22}. \end{aligned} \quad (11)$$

Начальные значения для решения этих уравнений берутся следующими:

$$\begin{aligned} u_{11} &= \cos \alpha_0 \cos B_0, \\ u_{12} &= \sin \alpha_0 \sin L_0 - \cos \alpha_0 \sin B_0 \cos \alpha_0, \\ u_{21} &= \sin B_0, \quad u_{22} = \cos B_0 \cos L_0, \\ u_{31} &= \sin \alpha_0 \cos B_0, \\ u_{32} &= -\left( \cos \alpha_0 \sin L_0 + \sin \alpha_0 \sin B_0 \cos L_0 \right). \end{aligned} \quad (12)$$

Из модели БИНС передаются в ВСУП (или в навигационный вычислитель, если таковой имеется) следующие параметры:  $B$  – геодезическая широта;  $L$  – геодезическая долгота;  $IK$  – истинный курс;  $UC$  – угол сноса;  $ИПУ$  – истинный путевой угол;  $МПУ$  – магнитный путевой угол;  $W$  – путевая скорость;  $W_{yg}$  – вертикальная скорость;  $W_N, W_E$  – северная и восточная составляющие путевой скорости;  $H$  – высота;  $УНТ$  – угол наклона траектории;

$\hat{u}, \hat{\delta}_W$  – соответственно модуль и угол ветра  $\hat{\psi}_T$  гироскопический курс  $\hat{\gamma}, \hat{\vartheta}$  – соответственно углы крена и тангажа;  $\hat{\dot{\gamma}}, \hat{\dot{\vartheta}}$  – производные от этих углов;  $\hat{A}_{xg}, \hat{A}_{yg}, \hat{A}_{zg}$  – ускорение самолета в горизонтальных осях;  $\hat{A}_{xc}, \hat{A}_{yc}, \hat{A}_{zc}$  – ускорение в самолетных осях;  $A_{TP}$  – ускорение вдоль траектории полета. Решение системы дифференциальных уравнений (10-12) возмущенной работы БИНС позволяет получить «возмущенные» величины  $\hat{\Phi}_x, \hat{\Phi}_y, \hat{\Phi}_z, \hat{u}_{11}, \hat{u}_{12}, \hat{u}_{22}, \hat{u}_{32}, \hat{u}_{21}, \hat{u}_{31}$  и найти по ним нужные параметры из конечных соотношений:

$$\hat{B} = \arctg \frac{\hat{u}_{21}}{\sqrt{\hat{u}_{11}^2 + \hat{u}_{31}^2}}, \quad \hat{L} = \arctg \frac{\hat{u}_{12} \hat{u}_{31} - \hat{u}_{11} \hat{u}_{32}}{\hat{u}_{22}}$$

$$\hat{IK} = \hat{\psi}_T - \hat{\alpha}, \quad \hat{\alpha} = \arctg \frac{\hat{u}_{31}}{\hat{u}_{11}}, \quad \hat{\psi}_T = \hat{\psi} + \hat{\Phi}_y,$$

$$\hat{W} = \sqrt{\hat{W}_{xu}^2 + \hat{W}_{zu}^2}, \quad \hat{\gamma} = \hat{\gamma} + \hat{\Phi}_x \cos \hat{\psi}_T + \hat{\Phi}_z \sin \hat{\psi}_T,$$

$$\hat{\vartheta} = \hat{\vartheta} - \hat{\Phi}_x \sin \hat{\psi}_T + \hat{\Phi}_z \cos \hat{\psi}_T,$$

$$\hat{W}_N = \hat{W} \cos \hat{ИПУ}, \quad \hat{W}_E = \hat{W} \sin \hat{ИПУ},$$

$$\hat{ИПУ} = \left( \arctg \frac{\hat{W}_{zu}}{\hat{W}_{xu}} \right) - \hat{\alpha}, \quad \hat{W}_{yг} = \hat{W}_{yu},$$

$$\hat{МК} = \hat{IK} - \Delta M, \quad \hat{H} = \int_0^t \hat{W}_{yг} d\tau,$$

$$\hat{V}_C = \hat{ИПУ} - \hat{IK}, \quad \hat{УНТ} = \arctg \frac{\hat{W}_{yг}}{\hat{W}}$$

$$\hat{VHT} = \arctg \frac{\hat{W}_{yг}}{\hat{W}}$$

$$\hat{u} = \sqrt{\hat{u}_N^2 + \hat{u}_E^2}, \quad \hat{u}_N = \hat{W}_N - \hat{V}_{CBC} \cos \hat{IK},$$

$$\hat{\delta}_W = \arctg \frac{\hat{u}_E}{\hat{u}_N}, \quad \hat{u}_E = \hat{W}_E - \hat{V}_{CBC} \sin \hat{IK}.$$

Для решения этих уравнений из модели кинематики движения ВС принимаются следующие «идеальные» параметры: углы крена  $\hat{\gamma}$ , тангажа  $\hat{\vartheta}$ , рыскания  $\hat{\psi}$ . Из моде-

ли СВС поступают оценки воздушной скорости  $V_{CBC}$  и абсолютной высоты  $H_{abc}$ .

Магнитное склонение  $\Delta M$  принимается из модели магнитного поля Земли.

### Выводы

Учитывая специфику задач исследовательского стенда, принцип моделирования уравнений возмущенной работы применяется только для наиболее важных в навигационном отношении параметров. Для части «менее важных» (в навигационном отношении) параметров принято, как более экономичное, упрощенное моделирование, при котором оценки параметров, получаемые в БИНС, берутся равными истинным значениям. Такое (упрощенное) моделирование принято для быстроменяющихся параметров: угловых скоростей вращения самолета вокруг своих осей  $\hat{\omega}_{xc}, \hat{\omega}_{yc}, \hat{\omega}_{zc}$  и производных крена  $\hat{\gamma}$  и  $\hat{\vartheta}$  тангажа, а также ускорений  $A_{xg}, A_{yg}, A_{zg}, A_{xc}, A_{yc}, A_{zc}, A_{TP}$ . Первая группа параметров принимается из модели динамики движения ВС и транслируется на выходы модели БИНС; вторая группа параметров (ускорения и УНТ) принимается из модели БИНС. С выходов модели БИНС необходимые параметры подаются на входы и ВСУП.

### Список литературы

1. Руководство по требуемым навигационным характеристикам, DOC9613AN1937, ICAO, 1999.
2. Единые западноевропейские нормы летной годности. Всепогодные полеты, JAR-AWO, 1996.
3. Казак В.Н., Салимон В.И., Туник А.А. Системы автоматического и полуавтоматического управления полетом. – К.: НАУ, 2001. – 201 с.
4. Методика оценки соответствия точности характеристик систем автоматического управления эксплуатационным требованиям вероятности недопустимых ошибок управления. Лётноисследовательский институт им. М.М. Громова, 1993.