

1Гусинін В.П., д-р техн. наук  
 2Гусинін А.В., канд. техн. наук  
 3Тачиніна О.М., канд. техн. наук

## ОПТИМІЗАЦІЯ КЕРУВАННЯ ВИВЕДЕННЯМ НА ОРБИТУ БАГАТОРЕЖИМНОЇ АВІАЦІЙНО-КОСМІЧНОЇ СИСТЕМИ НА ОСНОВІ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ

1Національне космічне агентство України  
 2Національний технічний університет України „КПІ”  
 3Національний авіаційний університет

*Запропоновано підхід до оптимізації керування виведенням на орбіту багато режимної авіаційно-космічної системи. Підхід засновано на застосуванні математичного апарату диференціальних перетворень функцій та рівнянь, не потребує чисельного інтегрування диференціальних рівнянь траєкторного руху авіаційно-космічної системи та допускає аналітичне розв'язання проблеми*

### Вступ

Сучасний стан світового ринку транспортних космічних послуг диктує необхідність розробки нових конкурентоспроможних засобів виведення, які характеризуються високою гнучкістю своїх функціональних можливостей, здатністю адаптуватися до будь-яких вимог потенційного замовника, високою надійністю та відповідним рівнем послуг, що надаються згідно ціні фрахту, яка запрошується. Особлива увага приділяється двоступеневим авіаційно-космічним системам (АКС) горизонтального старту, які складаються з літака-носія (ЛН) та орбітальної ступені (ОС). У якості літака-носія в багатьох проектах АКС розглядаються літаки АН-124 та АН-225, які створені в АНТК ім. О.К. Антонова: проекти “Оріль” (рис. 1), “Світязь” (рис. 2), “МАКС” (рис. 3), тощо. У якості ОС застосовують ракети-носії, орбітальні літаки, вантажні блоки виведення [1].



Рис. 1. Авіаційно-космічна система «Світязь» на базі літака АН-225

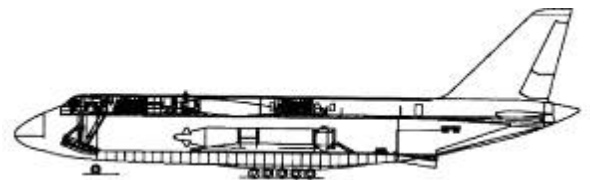


Рис. 2. Авіаційно-космічна система «Оріль» на базі літака АН-124

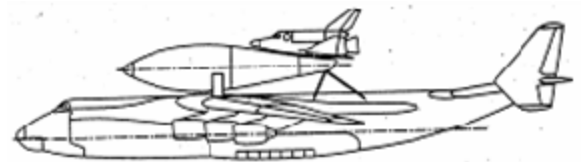


Рис. 3. Авіаційно-космічна система «МАКС» на базі літака АН-225

На даний час у світі експлуатується АКС «Пегас» (США) з нижньою підвіскою ракети-носія (рис. 4).



Рис. 4. Авіаційно-космічна система «Пегас-ХЛ» на базі літака L-1011-115 «Тристар»

Створення АКС вимагає рішення низки спеціальних проблем, одною з яких є забезпечення виведення ОС на задану орбіту.

## **Особливості керування процесом виведення багаторежимної АКС**

Виведення на орбіту є одним з найвідповідальніших етапів польоту АКС.

Процес виведення, що керується є багаторежимним та починається після відділення ОС від літака-носія і запуску двигуна першої ступені ОС. Він характеризується різними режимами роботи рушійної установки ОС та стрибкоподібною зміною маси в моменти розділення її ступенів та скидання головного обтічника. Особливістю даного процесу є те, що на всіх етапах виведення політ ОС відбувається з працюючими ракетними двигунами, які забезпечують розгін ОС та досягнення нею заданих параметрів руху в кінці кожного етапу виведення. При цьому, на кожному етапі польоту необхідно враховувати можливість виникнення особливих ситуацій, які можуть бути викликані відмовами двигунів. Другою особливістю є наявність обмежень по допустимому максимальному повздовжньому перевантаженню, по допустимому максимальному значенню добутку кута атаки на швидкісний напір. Необхідно також підтримувати можливо малими теплові та аеродинамічні навантаження, враховувати дію збурень навколишнього середовища. Ці особливості обумовлюють високі вимоги до якості системи керування ОС.

Номинальна траєкторія виведення повинна будуватися з урахуванням усіх вищенаведених особливостей та обмежень. У зв'язку з цим ставиться задача безперервної корекції в реальному масштабі часу на борту ОС траєкторії виведення. Задача виведення ОС на орбіту є задачею термінального керування [2]. Основна її вимога полягає в приведенні об'єкту в заданий кінцевий стан з максимальною точністю при номінальних умовах польоту. При цьому, повинні враховуватися наявні ресурси керування та запаси палива, а також вдовольнятися різні фізичні обмеження, що накладаються на параметри руху та керування ОС. Постійна корекція кожного етапу траєкторії на борту ОС по критеріям мак-

симуму корисного навантаження, мінімуму часу виведення, розходу палива, похибок термінальних умов, зниження теплових та аеродинамічних навантажень повинна здійснюватися в реальному масштабі часу.

Рішення задачі оптимізації траєкторії виведення в загальному випадку приводить до двокрапкової крайовій задачі, яку важко розв'язати. Дія зовнішніх збурень на АКС вимагає реалізувати процес корекції траєкторії польоту протягом усієї ділянки виведення. Багато проектів перспективних АКС використовують концепцію корекції номінальної траєкторії та стабілізації АКС за зворотнім зв'язком в околиці номінальної траєкторії [3]. Ця концепція реалізує в контурі керування траєкторним рухом АКС послідовну регулярну корекцію номінальної траєкторії.

Недоліком такої концепції виведення є те, що послідовна оптимізація по ділянкам не враховує термінальний характер задачі керування. В результаті похибки по термінальним умовам можуть перевищувати допустимі межі. При цьому обчислювальні витрати на розв'язання таких задач експоненціально залежать від розмірності простору змінних та лінійно від розмірності векторного критерію [4]. Тому задача побудови термінальних алгоритмів виведення багаторежимної АКС на орбіту в реальному часі є такою, що важко розв'язати. З метою усунення вищезазначених недоліків доцільно застосовувати концепцію, що заснована на оптимізації в реальному часі родини "гнучких" траєкторій, які забезпечують приведення багаторежимної АКС в задані термінальні умови та виконання заданих вимог та обмежень без повернення АКС на номінальну траєкторію. Суть даної концепції полягає у наступному. Якщо під дією збурень АКС відхиляється від номінальної траєкторії, але опиняється на іншій траєкторії, що задовольняє заданим термінальним умовам та прийнятним обмеженням, то немає необхідності повертати АКС на номінальну траєкторію і можна продовжувати виведення АКС по поточній траєкторії.

Якщо ж збурена траєкторія не задовольняє термінальним умовам та прийнятим обмеженням, то енергетично більш вигідно перевести АКС на ближчу траєкторію, що задовольняє цим вимогам, ніж виконати повернення її на номінальну траєкторію.

### **Напрямок рішення задачі оптимізації**

Для застосування вищенаведеної концепції оптимізації пропонується використовувати математичний апарат диференціальних перетворень [5, 6]. Це дозволяє звести проблему задачі синтезу термінального керування до рішення системи нелінійних алгебраїчних рівнянь без чисельного інтегрування або диференціювання рівнянь траєкторного руху АКС, що значно скорочує об'єм необхідних обчислень. Основи даного підходу розроблені в працях [7, 8] для випадку оптимізації траєкторії виведення, яка не має розривів.

Подальший розвиток даного підходу стосовно оптимізації керування виведенням багаторежимної АКС на орбіту приведено в працях [9 – 11]. Суть даного розвитку полягає у наступному. Траєкторія руху багаторежимної АКС розбивається на декілька ділянок, межах яких відповідають моменти включення та виключення двигунів АКС, стрибкоподібною зміною маси в моменти розділення ступенів ОС та скиданню головного обтічника, моменти виходу траєкторії або керуванню на обмеження. При цьому припускається, що дані часові інтервали задані та усередині їх параметри АКС та режими роботи рушійної установки не мають стрибкоподібних змін. До кожного з інтервалів застосовується оптимізація процесу виведення на орбіту у вигляді [7]. Результуюча траєкторія відновлюється по ділянкам зі стиковкою крайових умов.

### **Постановка задачі синтезу керування**

Розіб'ємо умовно увесь процес виведення, що керується на задані  $r$  часові інтервали:

$T_i = t_i - t_{i-1}$ ,  $i = \overline{1, r}$  усередині яких параметри ОС та режими роботи її рушійної уста-

новки не мають стрибкоподібних змін. У подальшому будемо припускати, що усі зміни режимів роботи рушійної установки ОС та її параметрів у формі заданих стрибків відбуваються у межах заданих часових інтервалів

$$T_i = t_i - t_{i-1}, \quad i = \overline{1, r}, \quad \sum_{i=1}^r T_i = T,$$

де  $T$  – час виведення ОС АКС на орбіту. Тоді до кожного з  $r$  інтервалів можна застосувати оптимізацію процесу виведення у формі [6]. При цьому, результуюча траєкторія відновлюється по ділянкам зі стиковкою крайових умов.

Математичну модель траєкторного руху ОС АКС на кожній ділянці виведення її на орбіту представимо у вигляді векторного диференціального рівняння:

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(t, x_i, u_i, v_i), \quad x_i(t_{i-1}) = x_i^0, \quad i = \overline{1, r}, \quad (1)$$

де  $x_i = x_i(t)$  –  $m$ -мірний вектор стану;  $u_i$  –  $m$ -мірний вектор керування;  $v_i$  –  $\ell$ -мірний вектор збурень;  $f_i$  – неперервна та неперервно диференціюєма по сукупності змінних  $t, x_i, u_i, v_i$  вектор-функція узагальненої сили;  $t \in (t_i - t_{i-1})$ .

Задача термінального керування полягає в переводі динамічного об'єкту (1) з заданого початкового стану  $x_i(t_0)$  в кінцеве (термінальне)  $x_r(T)$ , яке визначається в момент стану  $t = T$   $q$ -мірним ( $q \leq n$ ) векторним рівнянням:

$$S[x_r(T), T] = 0. \quad (2)$$

Якість процесу термінального керування будемо оцінювати функціоналом:

$$I = G[x_r(T), T] + \sum_{i=1}^r \int_{t_0}^T \Phi_i(t, x_i, u_i, v_i) dt, \quad (3)$$

де задані функції  $G$  і  $\Phi_i$  мають безперервні часткові похідні по  $x_i, u_i, v_i$ . Обмеження на вектори стану та керування враховуються в процесі вибору вигляду функціоналу (3). Спряження термінальних та початкових умов ділянок процесу виведення задається в формі заданих крайових умов:

$$\varphi_i[x_i(T_i), x_{i+1}^0; u_i(T_i), u_{i+1}^0; T_i] = 0, \quad i = \overline{1, r} \quad (4)$$

Програмне керування  $u = u(t)$ , що оптимізує функціонал (3), реалізує оптимальне керування по розімкнутому контуру та гарантує виконання термінальних умов (2) при відсутності дії збурень. В реальних умовах дія зовнішнього середовища  $v_i(t)$  на динаміку руху динамічного об'єкту (1) може привести до значних термінальних помилок в момент закінчення процесу керування по програмі  $u = u(t)$ .

З метою компенсації дії збурень синтезуємо закон оптимального по критерію (3) керування із зворотнім зв'язком вигляду  $u = u(x, t)$ , який в кожний момент часу  $t$  використовує інформацію про поточний стан  $x(t)$  динамічного об'єкту (1). Дане керування із зворотнім зв'язком забезпечує приведення динамічного об'єкту (1) з довільного початкового стану в кінцеве (2) при дії збурень.

Відмітимо, що синтез оптимального керування із зворотнім зв'язком вигляду  $u = u(x, t)$  може бути реалізовано методом динамічного програмування [12]. Істотним недоліком динамічного програмування є проблема розмірності, яка полягає в вимозі дуже великого об'єму пам'яті ЕОМ навіть для задач невеликої розмірності.

Чисельно-аналітичний метод синтезу замкненого закону термінального керування процесом виведення багаторежимної АКС на орбіту, що розглядається нижче, базується на використанні математичного апарату диференціальних перетворень функцій та рівнянь. Основною перевагою даного методу є те, що він не потребує для своєї реалізації чисельного інтегрування диференціальних рівнянь та припускає аналітичні перетворення, які значно скорочують об'єм обчислень в процесі отримання рішення у чисельному вигляді і, тим самим, дозволяє розв'язати проблему обчислювальної складності задачі синтезу керування процесом виведення багаторежимної АКС на орбіту [9 – 11].

### Метод синтезу термінального керування

Диференціальні перетворення дозволяють замінити функції  $x(t)$  безперервного аргументу  $t$  їх моделями у вигляді дискретних функцій  $X(k)$  цілочисельного аргументу  $k = 0, 1, 2, \dots$  згідно виразу:

$$\underline{x(t)} = X(k) = \frac{h^k}{k!} \left[ \frac{d^k x(t)}{dt^k} \right]_{t=t_0}, \quad (5)$$

де  $x(t)$  – оригінал; що являє собою неперервну й обмежену разом із усіма своїми похідними функцію аргументу  $t$ , що нескінченне число разів диференціюється,  $X(k)$  – дискретна функція цілочисельного аргументу  $k$ , яка називається диференціальним спектром функції  $x(t)$  в точці  $t = t_0$ ;

$h$  – масштабна постійна, що має розмірність аргументу  $t$ ; риса знизу – символ перетворення.

Математичні моделі, які отримані на основі диференціальних перетворень (5), будемо називати спектральними моделями. У подальшому будемо вважати, що функції часу, які описують процеси керування в задачі (1) – (3) усередині кожної ділянки виведення є аналітичними.

Синтез оптимальних керувань із зворотнім зв'язком виконаємо методом замикання оптимального програмного керування  $u = u(t)$  для довільного поточного стану  $x(t)$  динамічного об'єкту [7]. На першому етапі синтезу будемо розглядати незбурений рух об'єкту. Оберемо усередині кожної ділянки виведення програмне керування в класі аналітичних функцій  $u_i(\tau, A_i)$ , де  $A_i = (a_1, a_2, \dots, a_N)$  – вектор вільних параметрів,  $\tau$  – локальний часовий аргумент. Диференціальні перетворення (5) функції  $u_i(\tau, A_i)$  визначають при  $h = T_i$  та  $\tau = 0$  її диференціальний спектр у вигляді:

$$\underline{u_i(\tau, A_i)} = U_i(k, A_i) = \frac{T_i^k}{k!} \left[ \frac{d^k u_i(t_{i-1} + \tau, A_i)}{dt^k} \right]_{\tau=0}. \quad (6)$$

Диференціальне рівняння (1) на основі перетворень (5) в області зображень зображується у формі спектральної моделі:

$$X_i(k+1, A_i, X_i^0) = \frac{T_i}{k+1} f_i[T_i, X_i(k, A_i, X_i^0), U_i(k, A_i)] \quad (7)$$

$$X_i(0) = X_i^0(A_{-1}, A_{-2}, \dots, A_i); X_i(0) = X_i^0 = x_{0i}; i = \overline{1, r}$$

Спектральна модель (7) має універсальний характер і може бути застосована для рішення задач виведення на орбіту різних АКС, які відрізняються як по своїй компоновці, так і по ступені багаторежимності. Відмітимо, що оскільки диференціальні перетворення (5) є точним операційним методом, то спектральна модель (7) не має методичних помилок та потенційно дозволяють отримати точне рішення диференціального рівняння (1). По рекурентному виразу (7) та диференціальному спектру (6) формуємо диференціальний спектр  $X_i(k, A_i, X_i^0)$  вектору стану  $x_i(t)$ .

Скористаємося властивістю диференціальних перетворень, згідно якому алгебраїчна сума усіх компонент (дискрет) диференціального спектру будь-якої аналітичної функції в точці  $t = t_v$  дорівнює нульовій дискреті диференціального спектру функції в точці  $t_{v+1} = t_v + h$  або значенню оригіналу функції в тій самій точці:

$$\sum_{k=0}^{\infty} X_v(k) = X_{v+1}(0) = x(t_v + h) \quad (8)$$

З співвідношення (8) при  $t_v = t_{i-1}$  та  $h = T_i$  знаходимо вектор стану в кінці кожної ділянки виведення:

$$x_i(T_i, A_i, x_i^0) = \sum_{k=0}^{\infty} X_i(k, A_i, X_i^0), i = \overline{1, r} \quad (9)$$

Тоді рівняння кінцевого стану усього процесу виведення (2) з урахуванням виразу для спряження термінальних та початкових ділянок процесу виведення (4), а також виразу для вектора стану в кінці кожної ділянки виведення (9) перетвориться до вигляду:

$$S[A_1, A_2, \dots, A_r] = 0 \quad (10)$$

Дана термінальна умова у неявній формі визначає  $q$  компонент векторів вільних параметрів  $A_i$ ,  $i = \overline{1, r}$ .

Решту компонентів векторів вільних параметрів визначаємо із умов оптимальності функціоналу (3).

Диференціальні перетворення (5) функціоналу (3) з урахуванням диференціальних спектрів (6) та (7) дозволяють представити даний функціонал у вигляді функції векторів вільних параметрів  $A_i$ :

$$I(A_1, A_2, \dots, A_r) = G[A_1, A_2, \dots, A_r] + \sum_{i=1}^r T_i \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\Phi_i[T_i, X_i(k, A_i, X_i^0), U_i(k, A_i)]}{k+1} \quad (11)$$

Необхідні умови оптимальності функції (11) дають можливість отримати систему рівнянь для визначення решти невідомих компонент векторів вільних параметрів  $A_1, A_2, \dots, A_r$ :

$$\frac{\partial I(A_1, A_2, \dots, A_r)}{\partial a_{ij}} = 0; i = \overline{1, r}; j = \overline{1, N_i} \quad (12)$$

$$N = \sum_{i=1}^r N_i$$

Отримана система нелінійних рівнянь (10) та (12) у неявній формі визначає компоненти вектору вільних параметрів  $A = (A_1, A_2, \dots, A_r)$  як функції від вектору довільного початкового стану  $x_0 = x_i(t_0)$ . Питання сумісності даних рівнянь докладно розглянуто в роботі [4].

В результаті виконання першого етапу синтезу у неявній формі встановлюється нелінійний зв'язок оптимального програмного керування  $u[t, A(T, x_0)]$  з вектором початкового стану  $x_0 = x_i(t_0)$ . Це керування не можна застосовувати на усьому інтервалі часу  $T$  у випадку дії збурень на динамічний об'єкт. Керування  $u[t, A(T, x_0)]$  може бути використано для керування динамічним об'єктом в початковий момент часу  $t_0$ . Тим чином, диференціальні перетворення (5) дозволяють отримати в аналітичній формі систему рівнянь (10) та (12) для довільних значень початкового стану  $x_0$ , моменту часу  $t_0$  та інтервалу  $T$ .

На другому етапі синтезу розглядається збурений рух динамічного об'єкту (1), яке постійно відхиляється від оптимальної програмної траєкторії. У цьому випадку керування  $u[t, A(T, x)]$  описується з системи рівнянь (10) та (12) для поточних значень часу  $t$  та стану  $x(t)$  динамічного об'єкту. Таким чином, безперервне у часі рішення системи рівнянь (10) та (12) дозволяє сформулювати замкнений закон

термінального керування вигляду  $u = u(t, x)$ . Рішення системи рівнянь (10) та (12) для кожного поточного моменту часу  $t$  та стану  $x(t)$  динамічного об'єкту, який знаходиться під дією збурень, безперервно дає керування  $u(t, x)$ , що зв'язує поточний стан  $x(t)$  динамічного об'єкту з термінальними умовами (2). У замкненому контурі керування динамічним об'єктом (1) використовується тільки поточне значення керування  $u[t, A(T, x)]$ , яке у наступний момент часу перераховується по системі рівнянь (10) та (12). Цим забезпечується "гнучка" адаптація оптимальної траєкторії руху динамічного об'єкту до дії заздалегідь невідомих збурюючих факторів  $v(t)$ .

### **Особливості методу синтезу**

Розглянемо основні особливості методу синтезу керування з використанням диференціальних перетворень. Вихідна математична модель (1) – (4) процесу виведення багаторежимної авіацінокосмічної системи на орбіту відноситься до багатокрапкових нелінійних крайових задач. Рішення таких задач відомими чисельними методами вимагає значного об'єму обчислень, реалізація яких у реальному часі викликає утруднення, враховуючи те, що процес виведення здійснюється на гіперзвукових швидкостях. Розглянутий метод синтезу, використовуючи математичний апарат диференціальних перетворень, дозволив отримати систему спектральних моделей (7), що прив'язані до заданих точок зміни термінальних умов. Моделі мають вигляд системи рекурентних виразів, які не утримують часового аргументу, та дозволяють проводити обчислення в аналітичному вигляді. Вихідна багатокрапкова нелінійна крайова задача (1) – (4) в результаті такого підходу зведена до системи кінцевих рівнянь, безперервне розв'язання яких дозволяє реалізувати керування із зворотнім зв'язком. Таким чином, застосування диференціальних перетворень до оптимізації керування виведенням АКС на орбіту приводить проблему синтезу замкнених законів термінального керування до рішення системи нелінійних рівнянь без чисельного інтегрування або диференціювання рівнянь

траєкторного руху авіаційно-космічної системи. Основна перевага запропонованого підходу полягає у тому, що він установлює в неявній формі (10), (12) нелінійний зв'язок керування  $u[t, A(T, x)]$  з вектором поточного стану  $x(t)$ . Це дозволяє сформувати керування за зворотнім зв'язком від параметрів траєкторного руху багаторежимної АКС в процесі виведення ОС на орбіту.

### **Приклад моделювання**

Для прикладу було проведено моделювання на ПЕОМ процесу виведення на задану висоту  $H_{кр} = 200$  км багаторежимної АКС "Оріль" з синтезованим по вищенаведеному методу алгоритмом керування. В процесі виведення витримувалися обмеження по перевантаженню та допустимому максимальному значенню добуток кута атаки на швидкісний напір, а також забезпечувалося не перевищення допустимих значень по тепловим та аеродинамічним навантаженням. Синтезований алгоритм порівнювався з відомим алгоритмом траєкторного керування АКС на ділянці виведення, який використовував прогноз-модель [13]. Порівняно з ним отриманий алгоритм термінального керування виводив ОС АКС на задану висоту 200 км з розгоном до необхідної швидкості з економією палива в  $\sim 1\%$ . Порівняння отриманих результатів моделювання з відомими результатами підтвердили їх достовірність та позитивний ефект, що отримано завдяки застосуванню для синтезу алгоритму керування процесом виведення АКС на орбіту апарату диференціальних перетворень.

### **Висновки**

Проаналізовано особливості керування процесом виведення авіацінокосмічної системи на орбіту. Показано, що процес виведення АКС на орбіту є багаторежимним та характеризується різними режимами роботи рушійної установки орбітальної ступені та стрибкоподібною зміною її маси в моменти розділення ступенів та скидання головного обтічника, що значно ускладнює

оптимізацію виведення АКС на орбіту в реальному часі.

Запропоновано підхід до оптимізації керування виведенням багаторежимної АКС на орбіту на основі математичного апарату диференціальних перетворень. Даний підхід формалізовано у вигляді відповідної математичної моделі. Його особливістю є зведення проблеми синтезу замкнених законів термінального керування до рішення системи нелінійних рівнянь відносно змінних керування та відсутність вимог чисельного інтегрування або диференціювання рівнянь руху АКС. Моделювання процесу виведення багаторежимної АКС “Ориль” на орбіту показало, що синтезований з використанням методу диференціальних перетворень алгоритм керування забезпечує економію палива в ~ 1%.

### Список літератури

1. Гусынин В.П., Гусынин А.В., Крашаница Ю.А. Двухступенчатые авиационно-космические системы горизонтального старта. – Харьков: Нац. аэрокосм. ун-т «ХАИ», 2003. – 133 с.
2. Батенко А.П. Системы терминального управления. – М.: Радио и связь, 1984. – 160 с.
3. Разработка автономной системы наведения для воздушно-космического аппарата, создаваемого по программе NASP // Астронавтика и ракетодинамика. Экспресс-информация. – 1992. – №11. – С. 2–18.
4. Попов Н.М. Об оценке вычислительной сложности многокритериальной оптимизации // Вычислительные комплексы и моделирование сложных систем. – М.: Изд-во МГУ, 1989. – С. 142–152.
5. Пухов Г.Е. Дифференциальные преобразования и математическое моделирование физических процессов. – К.: Наук. думка, 1986. – 160 с.
6. Пухов Г.Е. Дифференциальные спектры и модели. – К.: Наук. думка, 1990. – 184 с.
7. Баранов В.Л., Урусский О.С., Баранов Г.Л. Моделирование задач терминального управления методом дифференциальных преобразований // Электронное моделирование. – 1995. – 17, №2. – С. 12–16.
8. Гусынин В.П. Численноаналитический метод синтеза управления выведением многорежимной авиационно-космической системы на орбиту // Зб. наук. пр. Київського інституту військовоповітряних сил. – К.: КІВПС, 1999. – Вип. 7. – С. 31–38.
9. Gusynin V.P., Baranov V.L., Gusynin A.V. Synthesis of Control of the Ascent into Orbit of Multimode Aerospace Systems // Proceeding of the AAS / AIAA Astrodynamics Specialists Conference. – Quebec (Canada). – 2001. – P. 408–418.
10. Гусынин В.П., Баранов В.Л., Гусынин А.В., Жуков І.А., Алексеева Л.О. Дифференціальні перетворення в задачах керування рухом літальних апаратів. – К.: Нац. авіаційний ун-т, 2003. – 158 с.
11. Сейдж Э.П., Уайт Ч.С. Оптимальное управление системами. – М.: Радио и связь, 1982. – 392 с.
12. Разыграев А.П. Основы управления полетом космических аппаратов и кораблей. – М.: Машиностроение, 1977. – 472с.