

Галагуз Т.А., к.т.н.,
Комнацька М.М., к.т.н.,
Кліпа А.М., к.т.н.

ОСОБЛИВОСТІ СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧНОГО СИНТЕЗУ РОБАСТНОЇ СИСТЕМИ УПРАВЛІННЯ З ВИКОРИСТАННЯМ СПОСТЕРІГАЧА ПОНИЖЕНОГО ПОРЯДКУ

Національний авіаційний університет

Описано методику структурно-параметричного синтезу робастних систем управління із спостерігачем пониженого порядку. Для спрощення вибору власних чисел фільтра Люенбергера запропоновано використовувати оптимізаційну процедуру, що мінімізує число обумовленості. З використанням зазначеного підходу синтезовано робастну систему управління. Для перевірки отриманих результатів проведено моделювання.

Вступ

Безпілотні літальні апарати (БПЛА) відкривають можливість оперативного і недорогого обстеження важкодоступних ділянок місцевості, періодичного спостереження заданих районів, цифрового фотографування для використання в геодезичних роботах та у випадках надзвичайних ситуацій. БПЛА також дозволяють розв'язувати широке коло завдань, виконання яких пілотованими літальними апаратами з різних причин недоцільно. Тому сьогодні багато країн приділяють значну увагу розробці та розвитку середньовисотних багатоцільових БПЛА з великою дальністю, БПЛА класу *HALE* (*High-Altitude Long-Endurance*), БПЛА з застосуванням стелс-технологій тощо. Тим не менше, ринок БПЛА ще не можна вважати остаточно сформованим. Тому розробку в тому числі і сучасних систем управління для БПЛА можна вважати актуальною.

Забезпечити відповідну точність та якість управління можна використавши методики параметричного та структурно – параметричного синтезу робастних систем управління, систем управління з застосуванням нечіткої логіки тощо [1, 2, 3, 4, 5]. При виборі методики необхідно враховувати вартість розробки

та простоту реалізації отриманого закону. Також слід зважати на недоступність

деяких вимірювань, пов'язану з обмеженням на масу приладів, що можуть бути встановлені на борту. При неповних та неточних вимірюваннях структурно-параметричний синтез робастної системи управління з використанням спостерігача пониженого порядку дозволяє отримати простий та достатньо ефективний закон управління [6]. При цьому значний вплив на якість та ефективність управління має вибір власних чисел спостерігача пониженого порядку. Єдиної методики їх вибору на сьогодні не існує. В даній статті запропоновано в процесі синтезу спостерігача пониженого порядку використовувати оптимізацію за критерієм, що мінімізує число обумовленості [6], а також включає показник якості системи.

Синтез спостерігача пониженого порядку

Стандартна методика структурно-параметричного синтезу робастної системи управління польотом з використанням спостерігача пониженого порядку включає наступні етапи [1, 8]:

1. Структурно-параметричний синтез оптимальної системи управління з використанням спостерігача пониженого порядку;

2. Робастизація отриманого оптимального закону управління;

3. Моделювання динаміки замкнутої системи управління з урахуванням усіх нелінійностей, притаманних реальному об'єкту.

З практичною метою синтезу використовується багатомодельний підхід, що базується на оцінці робастності з відповідними ваговими коефіцієнтами, а також оцінці якості номінальної (тобто системи, параметри якої відповідають крейсерському польоту, саме для неї здійснюється синтез) та збуреної (системи зі зміненими параметрами об'єкта в результаті збурень) систем у детермінованому і стохастичному випадках [1, 8, 9, 10, 11, 12].

Початковими даними для синтезу спотсерігача пониженого порядку є матриці у просторі станів об'єкта $[A, B, C, D]$, де матриця A – матриця стану системи; B – матриця управління; C – матриця спостережень (у цьому випадку вона неповна); D – матриця прямої передачі з входу на вихід [12]. При цьому об'єкт описується системою рівнянь:

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad y = Cx + Du.$$

Оскільки кількість вимірювань l менша за кількість фазових координат x , то необхідно визначити такий оператор F (фільтр), що мінімізує норму похибки $\varepsilon = x - \hat{x}$.

Виберемо змінну $p(t)$ так, щоб вона точно являлася вимірюваннями змінних, що не спостерігаються $p(t) = C^T x(t)$, де C^T – матриця змінних, що необхідно відновити.

Тоді із співвідношення

$$\dot{q}(t) = [C^T AL_2 - KCAL_2]q(t) + [C^T AL_2K + C^T AL_1 - KCAL_1 - KCAL_1K]y(t) + [C^T B - KCB]u(t). \quad (3)$$

У цьому рівнянні матриці $T = (L_1 + L_2K)$ та $Q = [C^T AL_2K + C^T AL_1 - KCAL_1 - KCAL_1K]$

$$y(t) = Cx(t), \quad p(t) = C^T x(t).$$

слідуює, що повний стан системи \hat{x} описується

$$\text{виразом } \hat{x}(t) = \begin{pmatrix} C \\ C' \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} y(t) \\ p(t) \end{pmatrix}.$$

Зручно записати $\begin{pmatrix} C \\ C' \end{pmatrix} = (L_1, L_2)$, так що

$$\hat{x}(t) = L_1 y(t) + L_2 p(t).$$

Змінну $p(t)$ можна знайти, враховуючи, що вектор $p(t)$ задовольняє диференційному рівнянню:

$$p(t) = C^T Ax(t) + C^T Bx(t), \quad \text{чи} \\ p(t) = C^T AL_2 p(t) + C^T AL_1 y(t) + C^T Bu(t), \quad (1)$$

причому $y(t)$ в цьому рівнянні – змінна управління.

Щоб знайти спостерігач для $p(t)$ з показниками, які будуть задовольняти умовам стійкості, необхідно вибрати полюси спостерігача в лівій півплощині на певній відстані від уявної осі. Від вибору цих чисел у подальшому залежить якість та точність замкнутої системи.

Знаючи матрицю стану системи A та матрицю управління B , а також бажане розміщення власних чисел системи, що синтезується, можна визначити коефіцієнти підсилення спостерігача K .

Щоб отримати спостерігач пониженого порядку без визначення похідних по y (що необхідно для отримання додаткової інформації про $p(t)$) припустимо:

$$q(t) = \bar{p}(t) - Ky(t). \quad (2)$$

Використовуючи рівняння (1) та (2), знайдемо, що $q(t)$ задовольняє диференціальному рівнянню:

повинні задовольняти рівнянню Сильвестра: $TA - DT = QC$, де $D = [C^T AL_2 - KCAL_2]$

і матриця $\bar{C} = \begin{pmatrix} \mathbf{T} \\ \mathbf{C} \end{pmatrix}$, така, що можна отримати зворотну.

Тоді відновлений стан системи $\hat{\mathbf{x}}(t)$ визначається через $\mathbf{q}(t)$ за допомогою виразу:

$$\hat{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{L}_2 \mathbf{q}(t) + (\mathbf{L}_1 + \mathbf{L}_2 \mathbf{K}) \mathbf{y}(t), \quad (4)$$

Рівняння (3), (4) описують спостерігач пониженого порядку.

В цьому випадку якість оцінки $\hat{\mathbf{x}}$ характеризується співвідношенням [7]:
 $\hat{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{x}(t) = \mathbf{L}_2 e^{\mathbf{D}t} (\mathbf{q}(0) - \mathbf{T} \mathbf{x}(0)).$

Оптимізація спостерігача пониженого порядку з урахуванням числа обумовленості

Задача синтезу спостерігача пониженого порядку зводиться до вибору його власних чисел і знаходження коефіцієнтів підсилення \mathbf{K} . Вибір власних чисел впливає на число обумовленості (відношення максимального сингулярного числа до мінімального) матриці \bar{C} . Збільшення числа обумовленості матриці \bar{C} призводить до погіршення оцінки $\hat{\mathbf{x}}$ [7]. Для вибору із множини можливих значень власних чисел спостерігача розроблено оптимізаційну процедуру, що мінімізує число обумовленості матриці \bar{C} . Вхідними даними для цієї процедури є значення, близькі до значень власних чисел об'єкта, замкнутого оптимальним детермінованим регулятором, синтезованим за умови, що доступні повні та точні вимірювання всіх фазових координат.

Проте, в ході роботи було визначено, що мінімізація числа обумовленості, забезпечуючи найкращу якість відновлення, може призвести до низької якості системи в цілому. Тому в оптимізаційну процедуру необхідно включити штрафну функцію, що дозволить утримати полюси в області стійкості та покращити якість функціонування системи.

Таким чином, у результаті синтезу на першому етапі отримано систему, на виході якої

ми маємо значення повного вектора стану, що важливо для подальшого розв'язання задачі оптимального управління.

Синтез оптимального детермінованого регулятора та робастна оптимізація закону управління

Тепер, коли повний вектор стану відомо, можна застосувати закони оптимального управління, замінивши вимірюваний стан відновленим. Задача оптимального управління для регулювання за вихідною змінною записується у вигляді [3]:

$$\mathbf{u} = -\mathbf{F} \hat{\mathbf{x}},$$

де \mathbf{F} – матриця коефіцієнтів підсилення для кожної змінної вектора стану, що представляють собою числову матрицю розміром $(m \times n)$, знак « \leftarrow » означає від'ємний зворотній зв'язок; $\hat{\mathbf{x}}$ – лінійна оцінка по мінімуму середнього значення квадрата похибки.

Регулятор необхідно синтезувати для послідовного з'єднання об'єкта з виконавчим механізмом.

У процесі синтезу детермінованого оптимального регулятора мінімізується інтегральний квадратичний критерій

$$J = \int_0^{\infty} [\mathbf{x}^T \mathbf{R}_1 \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R}_2 \mathbf{u}] dt, \quad (5)$$

де $\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2$, – невід'ємно визначені симетричні матриці.

Якщо матриця прямої передачі управління з входу на вихід \mathbf{D} нульова, то критерій (5) можна записати у вигляді:

$$J = \int_0^{\infty} [\mathbf{y}^T \mathbf{R}_3 \mathbf{y} + \mathbf{u}^T \mathbf{R}_2 \mathbf{u}] dt \quad (6)$$

враховуючи, що $\mathbf{R}_1 = \mathbf{C}^T \mathbf{R}_3 \mathbf{C}$, де \mathbf{R}_3 – невід'ємно визначена симетрична матриця.

У критерії (5) перша складова $\mathbf{x}^T \mathbf{R}_1 \mathbf{x}$ є мірою відхилення стану системи в момент t від нульового стану і характеризує якість (точність) управління. Другий член критерію

$\mathbf{u}^T \mathbf{R}_2 \mathbf{u}$ враховує затрати потужності на управління.

Таким чином, задача синтезу оптимального детермінованого регулятора полягає в знаходженні матриці \mathbf{F} , що зв'язує вихід об'єкта з входами виконавчого механізму і мінімізує інтегральний квадратичний критерій (5). Значення цих коефіцієнтів знаходяться за формулою [3]:

$$\mathbf{F} = \mathbf{R}_2^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}. \quad (7)$$

В виразі (7) \mathbf{P} – позитивно визначена симетрична матриця, що є рішенням алгебраїчного рівняння Ріккати:

$$\mathbf{C}^T \mathbf{R}_2 \mathbf{C} - \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{R}_2^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} + \mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} = 0. \quad (8)$$

З урахуванням того, що матриця \mathbf{C} – одинична і беручи до уваги (6) рівняння (8) можна переписати у вигляді:

$$\mathbf{R}_1 - \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{R}_2^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} + \mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} = 0.$$

Отримана в результаті синтезу система

– номінальна модель: $V = 69,44$ м/с (250 км/год)

$$\mathbf{A}_n = \begin{bmatrix} -0,0345 & 5,9942 & -9,7764 & 0 & 0 \\ -0,0041 & -1,7565 & 0 & 0,9860 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0,0033 & -25,6814 & 0 & -2,1905 & 0 \\ 0 & -V & V & 0 & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{B}_n = [0,3576 \quad -0,1628 \quad 0 \quad -31,1037 \quad 0]^T;$$

– збурена модель: $V_p = 55,5556$ м/с, (200 км/год)

$$\mathbf{A}_p = \begin{bmatrix} -0,0273 & 5,9960 & -9,7764 & 0 & 0 \\ -0,0064 & -1,3927 & 0 & 0,9971 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0,0036 & -16,1243 & 0 & -1,7339 & 0 \\ 0 & -V_p & V_p & 0 & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{B}_p = [0,3581 \quad -0,1303 \quad 0 \quad -19,8857 \quad 0]^T.$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

У відповідності з вище описаною процедурою задачею першого етапу є синтез неперервного спостерігача пониженого порядку та

управління складається зі спостерігача пониженого порядку (спостерігача Люенбергера) і оптимального регулятора.

Наступний етап – робастизація отриманого результату для номінальної та параметрично збуреної моделей, що передбачає мінімізацію комплексного показника «робастність-якість» з відповідними ваговими коефіцієнтами [1, 10, 11]. У даній роботі в якості початкових даних для процедури робастної оптимізації запропоновано використовувати власні числа спостерігача пониженого порядку, а також коефіцієнти підсилення оптимального детермінованого регулятора [1, 2].

Приклад синтезу робастної цифрової системи управління з використанням спостерігача пониженого порядку

Як приклад розглядається режим стабілізації висоти малого БПЛА [13]. Вектор стану системи $\mathbf{x} = [V \alpha \theta q h]^T$ [1]. Матриці простору станів номінальної та параметрично збуреної систем мають вигляд:

представлення його в цифровому вигляді [1, 8]. Використання на початковому етапі саме стійкого неперервного спостерігача з розмі-

щенням власних чисел у лівій півплощині, а не в кругу одиничного радіусу, як для цифрових систем, дозволяє спростити синтез. У відповідності з процедурою, описаною вище, необхідно підібрати власні числа спостерігача так, щоб вони мінімізували число обумовленості матриці \bar{C} (6). Зазначимо, що мінімальний коефіцієнт обумовленості спостерігача не забезпечує оптимальну якість об'єкта, з'єданого зі спостерігачем. Тому в показник, що мінімізується, включено штрафну функцію з метою утримувння власних чисел в лівій частині комплексної площини [1, 8], та H_2 -корму, як показник якості об'єкта, з'єданого зі спостерігачем. Таким чином ми забезпечимо оптимальність синтезованого спостерігача пониженого порядку.

Спочатку виберемо вектор початкового наближення власних чисел спостерігача \mathbf{P}_k . Він вибирається так, щоб динаміка об'єкта зі спостерігачем не сильно відрізнялася від динаміки об'єкта, замкнутого оптимальним регулятором. Регулятор синтезується з припущенням, що доступні вимірювання пов-

$$\mathbf{F} = [0.3039 \quad 8.4524 \quad -6.7894 \quad -2.6904 \quad -0.0118 \quad 8.3230]$$

Власні числа спостерігача пониженого порядку \mathbf{P}_k та коефіцієнти підсилення регулятора \mathbf{F} є початковими даними для процедури робастної оптимізації. Оптимізаційну процедуру було здійснено кілька разів з різними ваговими коефіцієнтами. Найкращі значення отри-

$$\mathbf{A}_r = \begin{bmatrix} 1.002 & -0.3598 & -0.2478 & -0.3464 \\ 0.000142 & 0.8595 & -0.009445 & -0.1343 \\ -8.145 \cdot 10^{-5} & 0.0104 & 0.9981 & 0.009713 \\ -0.009049 & -0.6655 & 0.1723 & 0.2975 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_r = \begin{bmatrix} 0.2462 & -0.001072 \\ 0.1158 & -0.0004364 \\ 0.01288 & 2.369 \cdot 10^{-5} \\ 0.7135 & 0.0004206 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}_r = [-0.2676 \quad -14.18 \quad 5.505 \quad -12.48], \quad \mathbf{D}_r = [15.26 \quad 0.05594]$$

ного вектора стану системи. Початковий вектор власних чисел для оптимізаційної процедури вибираємо рівним $\mathbf{P}_k = [-4.8120 \quad -0.02387 \quad -4.8120 \quad -2.7416]$ (власні числа замкнутої системи знаходяться в діапазоні від -4.8120 до -0.0239). Результатом виконання оптимізаційної процедури є $\mathbf{P}_k = [-0.0541 \quad -1.0248 \quad -7.3573 \quad -0.1682]$. Коефіцієнт обумовленості спостерігача з такими власними числами дорівнює 1.08583, що забезпечує достатню якість відновлення вектора стану [6].

Наступний етап синтезу – знаходження оптимальних коефіцієнтів підсилення цифрового детермінованого регулятора. Для цього треба задати матриці вагових коефіцієнтів $\mathbf{R}_n \mathbf{R}_2$. В даному випадку вони мають такі значення: $R_1 = [1.2 \quad 0.1 \quad 15 \quad 75 \quad 0.001 \quad 0.01]$; $R_1 = \text{diag}(R_1)$; $R_2 = 5$. Час дискретизації $T = 0,02$ системи вибирається відповідно до теореми Котельникова-Шеннона. У результаті отримано коефіцієнти підсилення оптимального цифрового регулятора для кожного параметра системи:

мано при таких значеннях коефіцієнтів: $\lambda_{sn} = \lambda_{sp} = 0.84$, $\lambda_{dn} = \lambda_{dp} = 1.05$, $\lambda_{\infty} = \lambda_{\infty} = 1$. Регулятор, отриманий в результаті синтезу, описується матрицями $[A_r, B_r, C_r, D_r]$, які мають вигляд:

Значення H_2 – та H_∞ – норми для оптимальної номінальної та збуреної систем, а також для робастної номінальної та збуреної систем

занесено в табл. 1. У табл. 2 приведено характеристики номінальної та параметрично збуреної робастних дискретних систем.

Таблиця 1.

Показники якості номінальної та збуреної моделей в оптимальній та робастній системах

		Оптимальна	Робастна
H_2^s	ном.	1.0063	0.8482
	зб.	1.7043	1.5799
H_2^d	ном.	4.9133	1.2557
	зб.	5.2938	0.7012
H_∞^d	ном.	1.0718	1.1144
	зб.	1.0548	1.0810

Таблиця 2.

Характеристики номінальної та параметрично збуреної робастних дискретних систем

Об'єкт	Середньо-квадратичні відхилення змінних простору станів						Запас стійкості	
	V, м/с	α , град	θ ,град	q , град/с	h , м	el , град	Фаза (гр.)	Ампл. (дБ)
Ном.	0.1251	0.1289	0.2710	0.3963	0.9124	0.1168	53.1	13.2
Збур.	0.2174	0.1556	0.4051	0.4049	1.2380	0.1370	57.1	17

З табл. 1 видно, що якість робастної системи в стохастичному та детермінованому випадках краще за якість оптимальної системи, та для досягнення такого результату нам довелося незначно зменшити робастність.

З табл. 2 видно, що середньо-квадратичні відхилення (с.к.в.) змінних стану номінальної та параметрично збуреної дискретних систем, запаси стійкості по фазі, амплітуді та показники якості систем відрізняються незначно, що говорить про ефективність регулювання при зміні параметрів системи.

Отже, оптимізація з використанням комплексного показника „робастність-якість" в

даному випадку дозволяє збільшити якість системи, зберігаючи при цьому необхідну робастність.

Також було проведено моделювання з урахуванням всіх нелінійних функцій, які притаманні реальному автопілоту [13], і при наявності турбулентного бокового вітру. Результат моделювання зображено на рис. 1.

Порівняння отриманих кривих свідчить про близькість динаміки номінальної та збуреної систем. Хоча із-за відсутності автомата тяги в БПЛА час перехідних процесів дещо відрізняється.

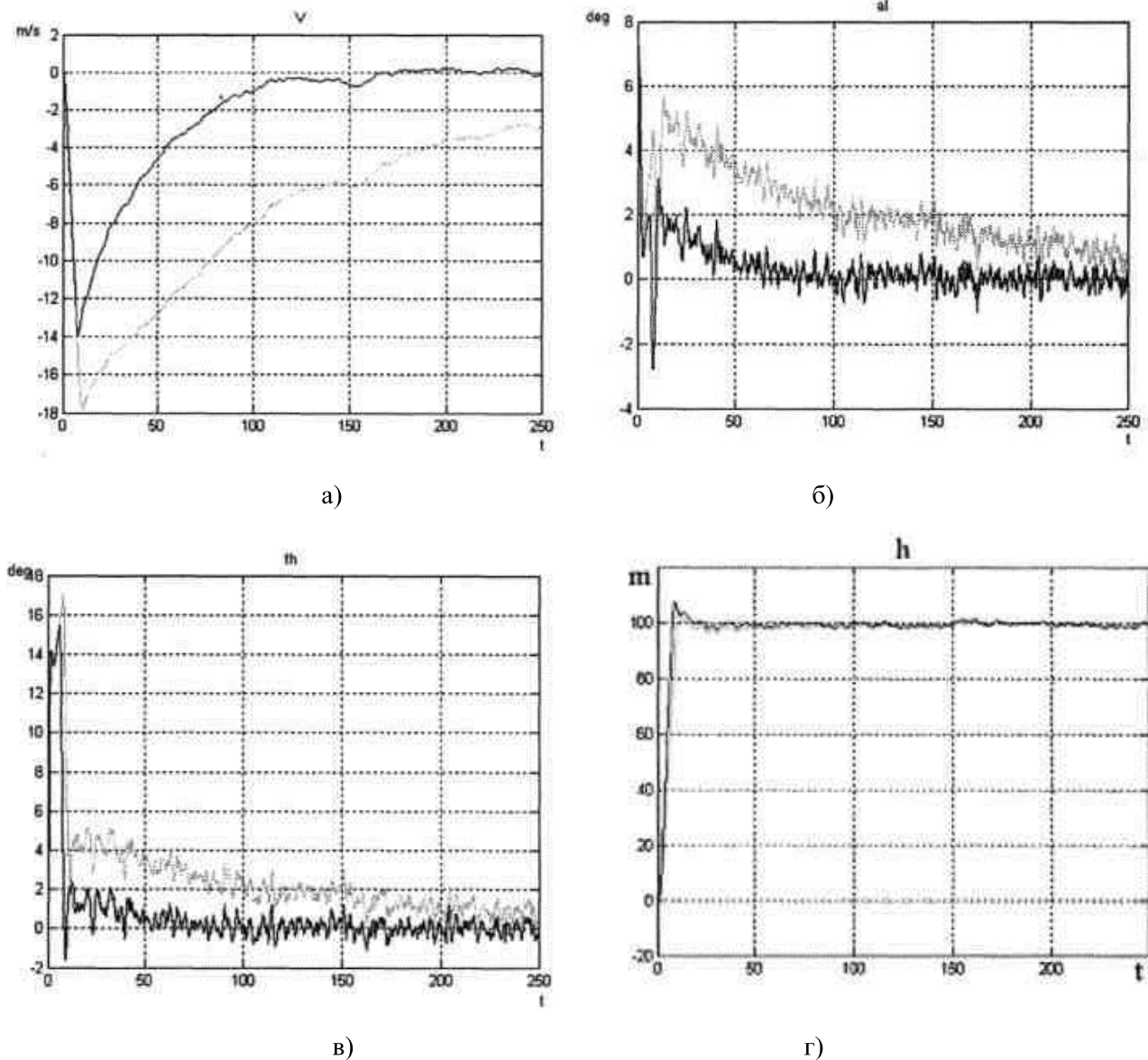


Рис. 1. Результати моделювання для номінальної (чорна лінія) та збуреної (сіра лінія) систем:
 а) – перехідний процес по швидкості; б) – перехідний процес по куту атаки;
 в) – перехідний процес по куту тангажа; г) – перехідний процес по висоті.

Висновки

Вибір власних чисел спостерігача пониженого порядку досить трудомістка процедура. З метою її спрощення в даній роботі запропоновано алгоритм з використанням оптимізації за критерієм, що включає число обумовленості матриці \bar{C} та показник якості системи. Результати синтезу з використанням зазначеного алгоритму підтвердили його ефективність.

Список літератури

1. Tunik A.A. Robust Stabilization and Nominal Performance of the Flight Control System for Small UAV/ Tunik A.A., Galaguz T.A.// Applied and computation mathematics. – 2004. – Vol.3. №1. –Р. 34–45.
2. Тунік А.А. Синтез оптимальної цифрової системи управління з використанням спостерігача Люенбергера/ Тунік А.А., Галагуз Т.А., Мельник К.В., Галкін Є. В// Електроніка та системи керування. – 2004. – № 2. – С. 125–129.

3. Квакернаак Х. Линейные опти-мальные системы управления / Квакернаак Х., Сиван Р. – М.: Мир. – 1977. – 464 с.
4. Горбатюк О.Д. Оптимізація закону керування польотом з використанням спостерігача Люенбергера/ Горбатюк О.Д., Галагуз Т.А.// Електроніка та системи керування. –2008. – №3 (17). – С. 88–98.
5. Passino К.М Fuzzy Control / К.М Passino, S. Yurkovich. – Addison –Wesley. – Menlo Park, Reading, Harlow, Berkley, Sidney, Bonn, Amsterdam. –1998. – 502 p.
6. Ларин В.Б. Стабилизация системы обратной связью по выходной пере-менной/ Ларин В.Б.// Проблемы управління і інформатики. – 2004. – №2. –С. 19–31.
7. Брусин В.А. Метод синтеза робастных регуляторов пониженной размер-ности/ Брусин В.А. // Автоматика и телемеханика. – 2000. – №10. – С. 117–124.
8. Туник А.А. Современные методы синтеза робастных систем управления полетом беспилотных летательных аппаратов/ Туник А.А., Абрамович Е.А., Галагуз Т.А., Сюй Гуо-Дун. // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. Міжнародний науково-технічний журнал. – 2005. – №3. – С. 134–140.
9. Kwakernaak H. Robust Control and H_{∞} – Optimization/ Kwakernaak H// Automatic. – 2001. – Vol.29. – №2. – P. 815–844.
10. Tunik A.A. Robust Optimization of Control Law of Flight in Stochastically Disturbed Atmosphere/ Tunik A.A., Ahn I.K., Yeom C.H.//Proceedings of Millennium Conference on Air and Space Sciences, Technology and Industries.-Hankook Aviation University. Seoul, Korea. – 2000. – P. 122–133.
11. Tunik A.A. Parametric Robust Optimization of digital Flight Control Systems/ Abramovich E.A.// Вісник НАУ. – 2003. –№2. – С. 31–37.
12. Doyle J. State -Space Solution to Standard H_2 and H_{∞} Control Problems/ Glover K., Khar-gonekar P., Francis B// IEEE Trans. On Automatic Control. – 1989. – Vol.34, No.8. – P. 831–847.
13. Доброленский П. Динамика полета в неспокойной атмосфере/ Доброленский П. – М.: Машиностроение. – 1969. – 256 с.