УДК 681.5.015.23:629.782 (045)

Куклінський М.В., к.т.н.

ПРОБЛЕМИ ЗВУЖЕННЯ ПАРЕТО-ОПТИМАЛЬНОЇ МНОЖИНИ ВАРІАНТІВ ПОБУДОВИ АВІАЦІЙНО-КОСМІЧНОЇ СИСТЕМИ

Національний авіаційний університет

У статті розглянуто метод звуження парето-оптимальної множини рішень побудови авіаційно-космічної системи.

Вступ

На сучасному етапі розвитку ракетно-космічної техніки одним з актуальних напрямів є створення і використання складних авіаційно-космічних систем (АКС). Але в умовах обмеження фінансово-виробничих ресурсів реальнішим представляється формування перспективної АКС на основі вже існуючої науково-технічної і виробничо-технологічної бази по космічним засобам таким як: ракетиносії, розгінні блоки, літаки-носії та інше.

Такий підхід дозволяє знизити вартість запуску, а також дозволяє здійснення його в реальні терміни з відносно невеликими фінансовими витратами. Проте окрім переваг все ж таки залишаються проблеми із вирішенням складних і суперечливих технічних і техніко-економічних завдань. До таких завдань відносяться оптимізаційні задачі. В основному під оптимізацією розуміється система заходів яка спрямована на покращення і вдосконалення процесів системи.

У ідеалі право на існування в народному господарстві має лише техніка, яка задовольняє в межах свого «життєвого циклу» критерію «ефективність-часвартість». Його сутність полягає в тому, щоб «вклад» будь-якого зразка у виконання поставленого на нього розрахункового завдання (РЗ) був не лише тактично, але і економічно виправданий. Тому в даній роботі під оптимізацією розуміється визначення значень показників критерію, при яких досягається оптимум, тобто оптимальний, найкращий стан системи. Найчастіше оптимуму відповідає досягнення найвищого результату при даних витратах ресурсів або досягнення заданого результату при мінімальних ресурсних витратах. Як видно із попереднього формулювання, АКС повинна оцінюватися одночасно за декількома показниками (критеріями).

Аналіз досліджень та публікацій

Багатокритеріальність є невід'ємною рисою більшості реальних завдань вибору і вимагає спеціальних методів аналізу. На сьогоднішній день існує безліч методик оцінювання критеріїв АКС [1, 2, 3]. Основна ідея яких полягає у пошуку множини варіантів системи і подальшому виділенню в ній парето-оптимальної множини. По суті, усі варіанти які знаходяться в парето-оптимальній множині, вже є оптимальними, тобто вибір оптимальних рішень повинен проводиться тільки усередині цієї множини, але кількість цих рішень майже завжди досить велика. Даючи можливість визначення декількох оптимальних варіантів АКС ці методики невимушено наштовхують дослідника на ситуацію в якій йому доводиться здійснювати вибір оптимального варіанту з декількох оптимальних. Наштовхують, але не дають чіткого алгоритму здійснення цього вибору.

У даній роботі, ефективно використовуючи наявну інформацію про цілі і переваги, розглянута методика звуження парето-оптимальної множини варіантів побудови АКС.

Відносна важливість критеріїв

Перш ніж приступити до вирішення звуження парето-оптимальної множини необхідно дати декілька визначень. Позначимо множину вибраних рішень авіаційно-космічної системи *C(X)*. Воно є рішенням задачі вибору, і ним може опинитися будь-яка підмножина множини можливих рішень *X*. Таким чином, вирішити задачу вибору – означає знайти множину *C(X)*, $C(X) \subset X$. Коли множина вибраних рішень АКС не містить жодного елементу (тобто порожня), власне вибору не відбувається, оскільки жодне рішення не являється вибраним. Така ситуація не представляє практичного інтересу, оскільки для того, щоб вибір відбувся, множина *C(X)* повинна містити, принаймні, один елемент.

Рішення $x^* \in X$ називається оптимальним по Парето (паретооптимальним), якщо не існує такого можливого рішення $x \in X$, для якого має місце нерівність $f(x) \geq f(x^*)$. Всі паретооптимальні рішення утворюють множину Парето, яка позначається $P_f(X)$. Саме із цієї множини повинні вибиратися оптимальні варіанти.

У більшості задач, коли мова йде про багато критеріїв і про велику кількість вибраних оптимальних значень, рано чи пізно стає питання про важливість того або іншого критерію і про перевагу того або іншого значення. Тобто, чи можливо високими показниками важливішого критерію компенсувати, і на скільки, низькі показники іншого критерію. Для вирішення цього питання вводиться поняття відносної важливості критеріїв.

Процес вибору неможливий без наявності того, хто здійснює цей вибір, переслідуючи свої цілі. Людину (або цілий колектив, підлеглий досягненню певної мети), яка проводить вибір і несе повну відповідальність за його наслідки, називають особою, що приймає рішення (ОПР). [1, 2, 3]

Нехай *i* і *j* – два різні номери критеріїв. Говорять, що *i-й* критерій f_i важливіше за *j-й* критерій f_j із заданими додатними параметрами ω_i ω_j, якщо для любого вектора $y = (y_1, y_2, ..., y_n) \in R^m$ має місце співвідношення $y' \succ y$, де $y' = (y_1', y_2', ..., y_n')$, причому

$$y_i' = y_i + \omega_i;\ y_j' = y_j - \omega_j;\ y_s' = y_s$$

для всіх $s = 1,2,...,m, s \neq i, s \neq j$

Тут знак $\succ$ означає відношення переваги, а запис $y' \succ y$ означає що вектор y' більш важливий за вектор *y*.

Розглянемо вектори $y, y' \in R^m$ які беруть участь в приведеному визначенні. Вони відрізняються лише *i-ю* та *j-ю* компонентами, причому $y_i' > y_i$ і $y_j' < y_j$. Зазвичай ОПР зацікавлене в максимізації кожної компоненти можливого вектора. Тому останні дві нерівності означають, що по *i*-у критерію вектор y' більш важливий за вектор *y*, тоді як по *j*-у критерію навпаки – вектор *y* більш важливий за вектор y'. Відповідно до визначення про відносну важливість критеріїв *i*-й критерій важливіше *j*-го, якщо всякий раз при виборі з вказаної пари векторів *y* і y' ОПР віддасть перевагу вектору y'. Інакше кажучи, ОПР завжди готове пожертвувати певною кількістю ω_j по менш важливому *j*-у критерію заради отримання додаткової кількості (компенсації) ω_i по більш важливому *i*-у критерію за умови збереження значень усіх інших критеріїв.

Але оскільки в даному визначенні присутнє відношення переваги $\succ$, яким ОПР керується у процесі ухвалення рішення, то дане визначення безпосереднім чином пов'язане з суб'єктом і відображає його переваги. У цьому виявляється «суб'єктивний» характер цього визначення.

За допомогою чисел ω_i і ω_j можна кількісно оцінити вказаний ступінь відносної важливості. Для цієї мети можна використовувати, наприклад, відношення ω_i / ω_j, яке може мінятися в межах від нуля до безкінечності. Проте більш зручним виявляється «нормоване» відношення, складене із вказаних двох чисел.

Нехай *i*-й критерій важливіший за *j*-й критерій з додатними параметрами ω_i і ω_j. Додатне число

$$\theta_{ij} = \frac{\omega_j}{\omega_i + \omega_j} \tag{1}$$

називають коефіцієнтом відносної важливості для вказаної пари критеріїв.

Оскільки

$$\theta_{ij} = \frac{1}{\dfrac{\omega_i}{\omega_j} + 1}$$

і відношення ω_i / ω_j знаходиться в межах від нуля до безкінечності, то коефіцієнт відносної важливості завжди задовольняє нерівності (умові нормування): $0 < \theta_{ij} < 1$. Цей коефіцієнт показує частку втрати по менш важливому критерію, на яку погоджується піти ОПР, порівняно з сумою вказаної втрати і надбавки по більш важливому критерію.

Як наголошувалося раніше, найкращі рішення слід вибирати серед парето-оптимальних. Якщо в задачі прийняття рішень є додаткова інформація про те, що один з критеріїв більш важливий за інший, то ми вправі розраховувати на те, що такого роду інформація дозволить полегшити подальший вибір в межах множини Парето. Інакше кажучи, додаткова інформація про відносну важливість критеріїв може бути використана для того, щоб «забракувати» деякі парето-оптимальні рішення і, тим самим, звузити множину Парето і спростити подальший вибір. Про це йдеться у наступному принципі, даному на підставі теореми, доказ якої можна знайти в [4].

Звуження парето-оптимальної множини

Припустимо, що оптимальні рішення АКС знаходяться усередині парето-оптимальної множини і *i*-й критерій важливіший *j*-го з додатними параметрами ω_i ω_j. Тоді для любої непустої множини вибраних рішень *C(X)* має місце включення

$$C(X) \subset P_{\hat{f}}(X) \subset P_f(X), \tag{2}$$

де $P_{\hat{f}}(X)$ - множина парето-оптимальних рішень в багатокритеріальній задачі з множиною можливих рішень X і «новим» векторним критерієм $\hat{f} = \left(\hat{f}_1, \hat{f}_2, ..., \hat{f}_m\right)$ компоненти якого обчислюються за формулою

$$\hat{f}_j = \omega_j f_i + \omega_i f_j. \tag{3}$$

Множина Парето інваріантна відносно строго зростаючого перетворення критеріїв. Зокрема, множина Парето не зміниться, якщо довільний критерій помножити (або розділити) на будь яке додатне число. Відповідно до цього розділимо критерій $\hat{f}_j$ на додатне число $\omega_i + \omega_j$ і залишимо для нього колишнє позначення. Тоді (3) можна переписати у вигляді

$$\hat{f}_j = \theta_{ij} f_i + \left(1 - \theta_{ij}\right) f_j, \tag{4}$$

де θ_{ij} – коефіцієнт відносної важливості, який визначається за (1).

Потрібно звернути увагу на універсальність сформульованого раніше принципу, яка виявляється в тому, що в ньому відсутні будь які вимоги до множини можливих рішень *X* і векторному критерію *f*. Це говорить про те, що він може бути застосований до будь-якої задачі багатокритеріального вибору, в якому оптимальні значення вибираються з парето-оптимальної множини.

Формула (3) (і (4)) для обчислення «нового» критерію $\hat{f}$ на основі «старого» *f* надзвичайно проста. Відповідно до неї «новий» векторний критерій замінює «старий», менш важливий критерій f_j, на лінійну комбінацію із критеріїв f_i і f_j з додатними коефіцієнтами ω_j, ω_i. Решта всіх «старих» критеріїв зберігається. Неважко побачити, що при такому «перерахунку» *j*-го критерію багато корисних, з погляду теорії екстремальних завдань, властивостей критеріїв f_i і f_j зберігаються.

Необхідно відзначити, що в певних випадках (особливо, коли коефіцієнт відносної важливості θ_{ij} близький до нуля, а значить, критерії f_j і $\hat{f}_j$ майже дорівнюють один одному) вказаного вище звуження множини Парето може і не відбутися із-за збігу множин Парето відносно «старого» і «нового» векторних критеріїв. Можна сказати, що в таких випадках наявна інформація про відносну важливість критеріїв не є змістовною. Рис. 1 ілюструє включення (2).

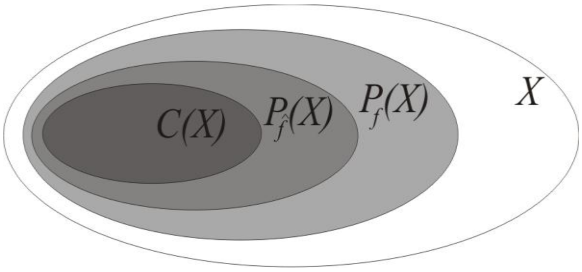

Рис. 1. Геометрична ілюстрація включення (2)

Після звуження парето-оптимальної множини знайдена «нова» множина може звузитися до єдиного оптимального значення, а може виявитися порівняно широкою. Якщо більше нема жодної додаткової інформації про відносну важливість критеріїв, яка дасть змогу у подальшому ще більш звузити знайдену «нову» множину, то у такому випадку для подальшого звуження застосовуються метод цільового програмування. Хоч цей метод дає можливість знаходження єдиного оптимально варіанту АКС застосування його до початкової «не звуженої» множини може викликати певні труднощі.

Висновки

На основі проведених досліджень зроблені наступні висновки:

1. За допомогою заміни менш важливого критерію на новий, який, є лінійною комбінацією обох критеріїв, вирішено задачу звуження парето-оптимальної множини рішень АКС.

2. Використання інформації про відносну важливість критеріїв і застосування методу цільового програмування дає можливість визначення єдиного оптимального значення АКС.

3. Розглянута методика може бути використана при модернізації існуючих АКС і розробці нових зразків, для більш повного використання їх можливостей.

4. Розглянута методика може використовуватися як математичний інструмент для дослідження різного роду складних систем різного цільового призначення і дозволяє практично вирішувати багатокритеріальні задачі різного класу.

5. Перспективними напрямками подальших досліджень можуть бути дослідження багатокритеріальних задач оптимізації авіаційно-космічних систем за допомогою чотирьох і більш критеріїв за розробленим алгоритмом.

Список літератури

1. Егер С.М. Основы автоматизированного проектирования самолетов: Учебное пособие для студентов авиационных специальностей вузов. / С. Егер, Н. Лисейцев. – М.: Машиностроение, 1986. – 232 с., ил.

2. Проектирование самолетов / [Егер С.М., Мишин В.Ф., Лисейцев Н.К. и др.]. – М.: Машиностроение, 1982. – 616 с

3. Основы синтеза систем летательных апаратов: Учебное пособие для студентов втузов / [Лебедев А.А., Баранов В.Н., Бобронников В.Т. и др.]. - М.: Машиностроение, 1987. 224 с., ил.

4. Ногин В.Д. Принятие решений в многокритериальной среде: количественный подход (2–е изд.) / Ногин В.Д. – М.: Физматлит, 2005 .

5. Математические основы теории автоматического регулирования, т. 1. Изд. 2-е, доп. Учебное пособие для втузов / [Чемоданов Б.К., Иванов В.А. Медведев В.С. и др.]. - М.: Высшая школа, 1977, 366 с.