

Приставка П.О., д.т.н.
Шаповал Г.А.

ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАКОНІВ РОЗПОДІЛУ ІНТЕРВАЛІВ ЗАЛИШКІВ ЗНАЧЕНЬ *DST*-ІНДЕКСУ ВІДНОСНО ЛІНІЇ ТРЕНДА

Інститут інформаційно-діагностичних систем
Національного авіаційного університету

*У статті розглянуто динаміку зміни індексу геомагнітної активності *DST* як систему, що описує перебування процесу у двох станах відносно лінії тренду. Досліджено розподіли інтервалів перебування системи у визначених станах. Статистично значуще доведено, що інтервали залишків значень *DST*-індексу розподілені за експоненціальним законом*

Постановка проблеми

Одним з актуальних напрямків у дослідженні впливу різноманітних сонячних явищ на нашу планету є аналіз стану магнітосфери та іоносфери Землі, що описується індексами геомагнітної активності, які розраховуються на основі наземних вимірів магнітного поля. Амплітуду варіацій магнітного поля часто використовують як загальну характеристику сили магнітних бур, при цьому на даний час для вивчення поведінки Сонця часто використовується *DST*-індекс геомагнітної активності:

$$Dst = DCF + DR,$$

де *DCF* – поле поверхневого струму; *DR* – поле кільцевого току; границі вимірювання: $-100 < Dst \leq -50$ нТл для помірних магнітних бур, $Dst \leq -100$ нТл для сильних магнітних бур.

Цей індекс являє собою осьосиметричну відносно геомагнітного діполя компоненту збуреного магнітного поля та визначається на основі вимірювань, що проводяться кожної години на чотирьох приєкваторіальних станціях: Сан-Хуан, Херманус, Какіюка, Гонолулу. З 1992 року з'явилась додаткова п'ята станція – Алібаг [1]. Увага до таких вимірювань не випадкова: потреба в уточнених прогнозах поведінки сонця є задачею актуальною та своєчасною.

Проблематика та аналіз досліджень

Відомо, що поведінка сонця має виражену циклічність, але при цьому сезон-

ні та періодичні компоненти, вплив яких пов'язують з різними кліматичними та глобальними явищами, мають нерегулярний характер. Динаміці процесів на Сонці характерні, як і для інших складних нелінійних динамічних систем, хаотичні коливання [2]. Довжина циклів сонячної активності різна протягом останніх 300 років та може значно відрізнятись від середнього значення, що робить неможливим використання методів гармонічного аналізу. З іншого боку, реально існуюча циклічність не у повній мірі дозволяє використовувати підхід, що базується на методах теорії ймовірності та представленні цих коливань як стохастичних процесів [3].

Виходячи з цього, можна відзначити, що адекватне моделювання процесів, що призводять до розвитку геомагнітних бур, є досить складним, тому на сьогодні відсутні точні математичні моделі, для опису процесів сонячно-земної фізики. Існує багато підходів до глибинного вивчення поведінки геодинамічних рядів: знаходження кореляцій між різними геомагнітними індексами [4], використання методу головних компонент [5], використання авторегресійних моделей [6], прогнозування індексів на основі білінійних моделей та методів нелінійної фільтрації [7] та ін. Але кожен з цих методів при дослідженні складної динаміки геомагнітних індексів має свої недоліки. Ефективність їх застосування визначається специфікою конкретного дослідження.

Постановка задачі

Нехай задана послідовність (часовий ряд) $P = \{p_i\}_{i=1, N}$, де N - обсяг даних Dst - індексу за визначений часовий проміжок. Оскільки часовий ряд P складається з циклічної та випадкової компонент [2], то задача дослідження може бути розбита на дві: аналіз циклічної та випадкової складових. Виділення циклічної компоненти з ряду можливо різними методами: за допомогою спектрального аналізу, який дозволяє знаходити періодичні та квазіперіодичні складові часового ряду; використовуючи згладжування та фільтрацію, які призначені для видалення з часового ряду високочастотних та сезонних коливань; за допомогою моделей авторегресії та ковзного середнього, що описують процеси, які проявляють однорідні коливання навколо середнього значення; з використанням методу головних компонент, кратномасштабного аналізу та ін. В даній роботі для розкладу часового ряду буде використовуватись метод Гусені [8], що дозволяє досліджувати структуру часового ряду, видаляти окремі його складові та прогнозувати як сам ряд, так і тенденції розвитку його складових.

Метою даної роботи є розклад часового ряду значень індексу геомагнітної активності Dst на компоненти, дослідження поведінки циклічних компонент та вивчення закону розподілу залишків.

Виклад основного матеріалу

Подамо вихідний часовий ряд у вигляді:

$$p(t) = p_T(t) + p_3(t),$$

де $p_T(t)$ - трендова (або циклічна) складова; $p_3(t)$ - ряд залишків.

Введемо до розгляду систему S , яка відображає поведінку індексу геомагнітної активності за певний період. Система може знаходитись в одному з двох станів S_1 та S_2 : стан S_1 показує, що значення DST -індексу знаходиться нижче лінії тренду, тобто перебуває у проміжку $(Dst_{min}; p_T(t))$, а стан S_2 - належність до

проміжку $(p_T(t); Dst_{max}]$. Після видалення тренду залишки можна подати у вигляді:

$$p_3(t) = \begin{cases} p_3^+(t), & p_3(t) \geq 0, \\ p_3^-(t), & p_3(t) < 0. \end{cases}$$

Система S здійснює переходи зі стану S_1 в стан S_2 в задалегідь невідомі моменти часу, тож маємо справу з випадковим процесом з неперервним часом. Формування інтервалів часу перебування системи в станах S_1, S_2 відбувається так: від початку відліку часу t_0 до невідомого моменту t_1 (відрізок τ_0) система знаходиться у деякому стані $S_i, i = 1, 2$. Інтервал часу τ_0 має довжину, що виражена кількістю відліків часу знаходження значення DST -індексу в проміжку $\tau_0 = t_1 - t_0$. Якщо система переходить зі стану S_1 в S_2 , то інтервал часу τ_0 віднесемо до масиву інтервалів $T_1 = \{\tau_{1,i}, i = \overline{1, N_1}\}$, де N_1 - кількість інтервалів перебування системи S в стані S_1 . Якщо ж система переходить зі стану S_2 в S_1 , то τ_0 віднесемо до масиву $T_2 = \{\tau_{2,j}, j = \overline{1, N_2}\}$, де N_2 - кількість інтервалів перебування системи S в стані S_2 . Аналогічні міркування застосовують і для усіх інших моментів часу (рис.1). Граф станів системи S має вигляд, поданий на рисунку (рис.2), де $\lambda_{12}(t)$ та $\lambda_{21}(t)$ - інтенсивності переходу зі стану в стан.

Дослідження поведінки системи S значно спрощується, коли виявиться, що інтенсивності

$$\lambda_{12} = const, \lambda_{21} = const.$$

Остання умова можлива, якщо розподіл інтервалів часу в масивах T_1, T_2 є експоненціальним:

$$F(\tau) = 1 - e^{-\lambda\tau},$$

де τ - інтервал часу; λ - параметр розподілу, оцінку якого здійснюється так:

$$\hat{\lambda} = \frac{N}{\sum_{i=1}^N \tau_i}.$$

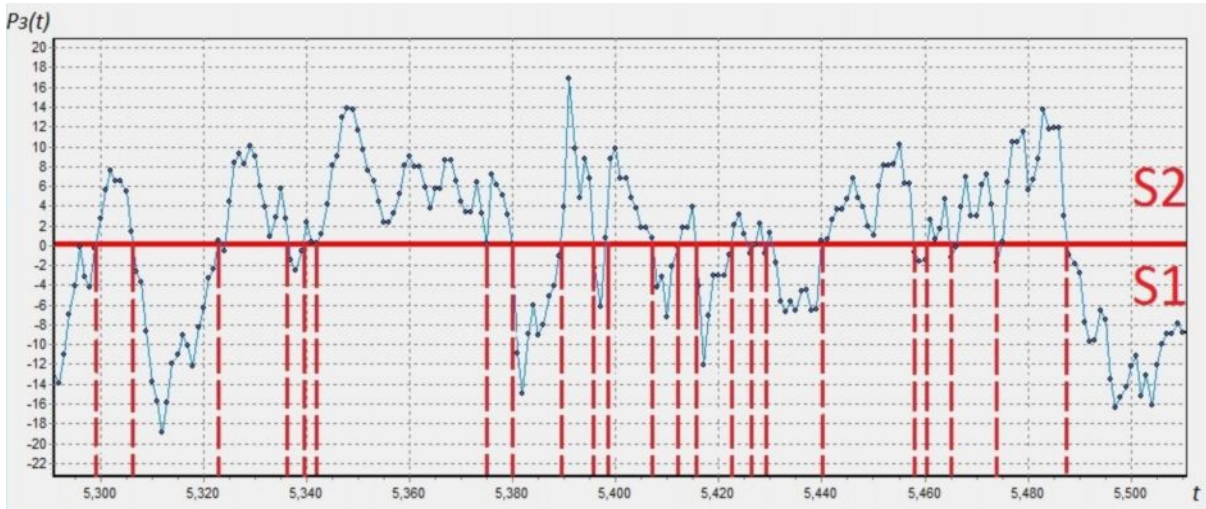


Рис 1. Задання граничного значення та розбиття на стани початкових даних після вилучення складової $p_T(t)$ та розбиття часового ряду на інтервали, що відповідають станам системи

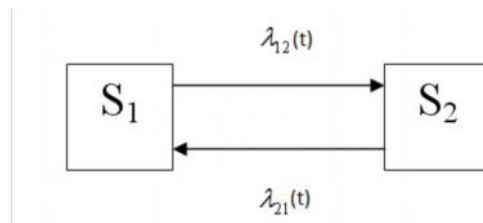


Рис 2. Граф станів системи S

Аналіз закону розподілу інтервалів часу масивах T_1 , T_2 будемо виконувати в наступній послідовності.

1. Для кожного з масивів T_1 , T_2 будеться ранжований варіаційний ряд та розраховуються основні статистичні характеристики: математичне сподівання, середньоквадратичне відхилення, коефіцієнти асиметрії та ексцесу [10].

2. Проводиться гістограмна оцінка та оцінка емпіричної функції розподілу ймовірностей.

3. По кожному з масивів T_1 , T_2 здійснюється відтворення експоненціального розподілу, тобто, визначаються оцінки $\hat{\lambda}_{12}$, $\hat{\lambda}_{21}$.

4. Виконується перевірка адекватності експоненціальної моделі розподілу на основі уточненого критерію згоди Колмогорова [10]. При цьому вважається, що модель адекватна, якщо ймовірність узго-

дження $P_{Колм}$ для представницьких обсягів вибірок більша, ніж 0,05.

Нижче наведені результати дослідження законів розподілу для трьох часових рядів: ряду зі щогодинними замірами Dst -індексу, ряд усередненими по добі значеннями, та усередненими по 27-ми дням. Дані для статистичної обробки про заміри Dst -індексу були отримані з бази даних *NASA Omni Web* [9].

Розглянемо ряд значень DST -індексу, який фіксувався кожної години, за період з 01.01.2012 р. по 31.12.2012 р. Відібраний часовий ряд налічує 8785 спостережень. Для побудови трендової компоненти, застосуємо до часового ряду метод Гусені з довжиною вікна $L = 24$ та відновимо його за першою компонентою на долю якої припадає 77,76% загальної варіабельності даних (рис. 3).



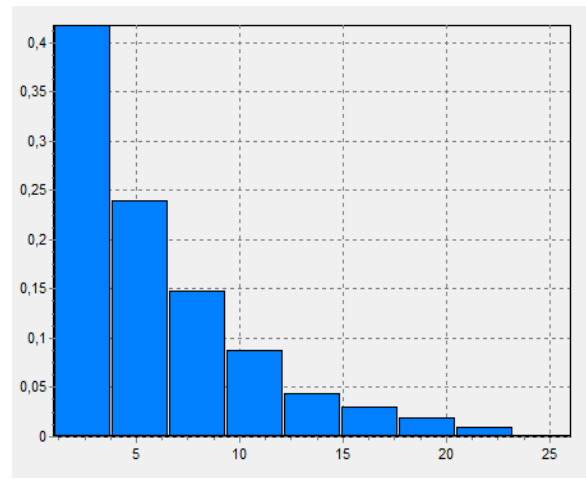
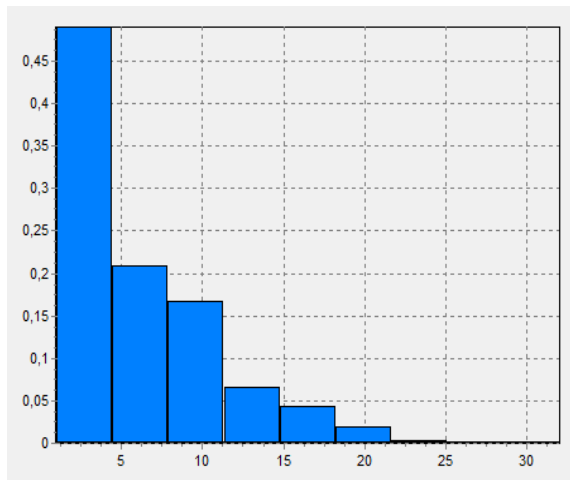
Рис 3. Погодинні вимірювання. Відновлений за першою компонентою часовий ряд

Зі стану S_1 у стан S_2 система переходила 749 разів, тобто масив T_1 має 749 значень, а зі стану S_2 у стан S_1 - 750 ра-

зів і масив T_2 має 750 елементів. Гістограми відносних частот відповідних масивів подано на графіках (рис.4).

ϖ_i , відносні частоти

ϖ_i , відносні частоти



τ_1

τ_2

а)

б)

Рис 4. Погодинні вимірювання.

Гістограма відносних частот для інтервалів: а) τ_1 ; б) τ_2

Аналогічно розглянемо масив даних за період з 01.01.1980 р по 31.12.2012 р. усереднений по днях. Він налічує 11949 спостережень. Довжину вікна для методу

Гусені оберемо $L=50$. На долю першої головної компоненти припадає 51,52% загальної варіабельності даних (рис.5).

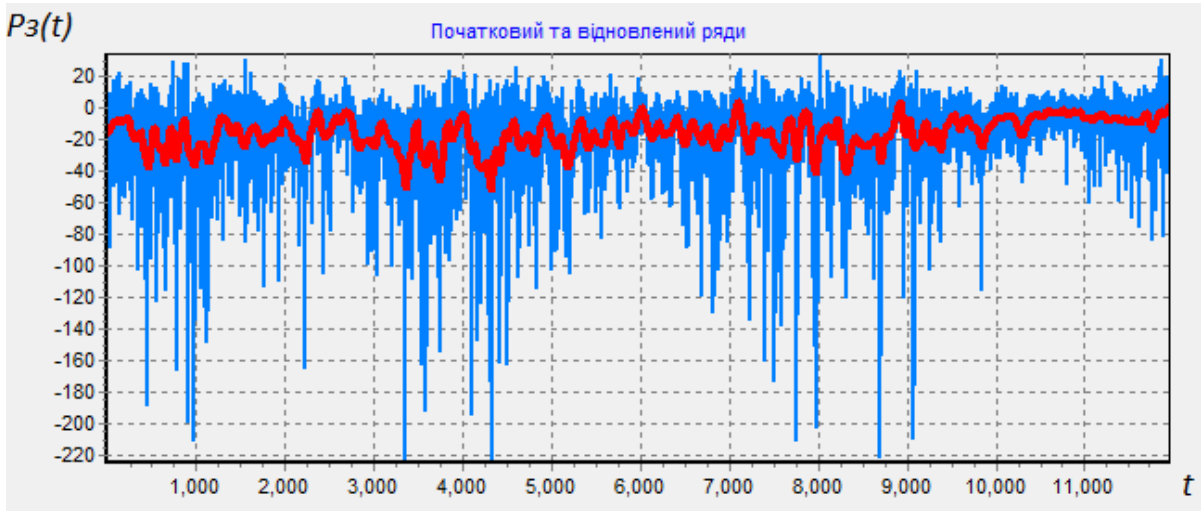
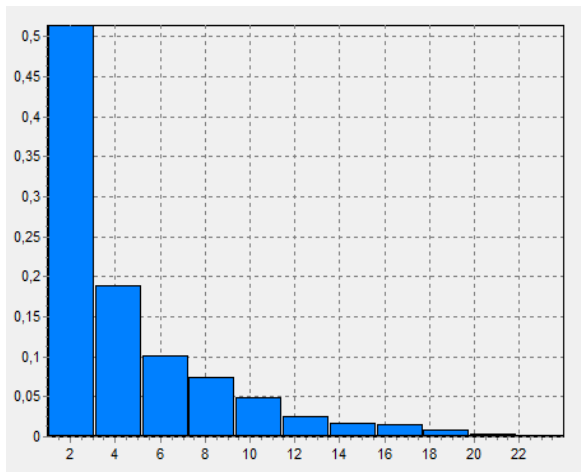


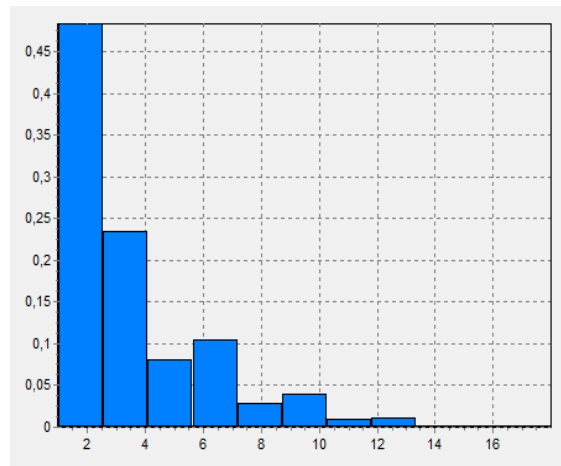
Рис 5. Усреднения вимірювань по днях.
Відновлений за першою компонентою часовий ряд

ϖ_i , відносні частоти

ϖ_i , відносні частоти



τ_1



τ_2

а)

б)

Рис 6. Усреднения вимірювань по днях.
Гістограма відносних частот для інтервалів: а) τ_1 ; б) τ_2

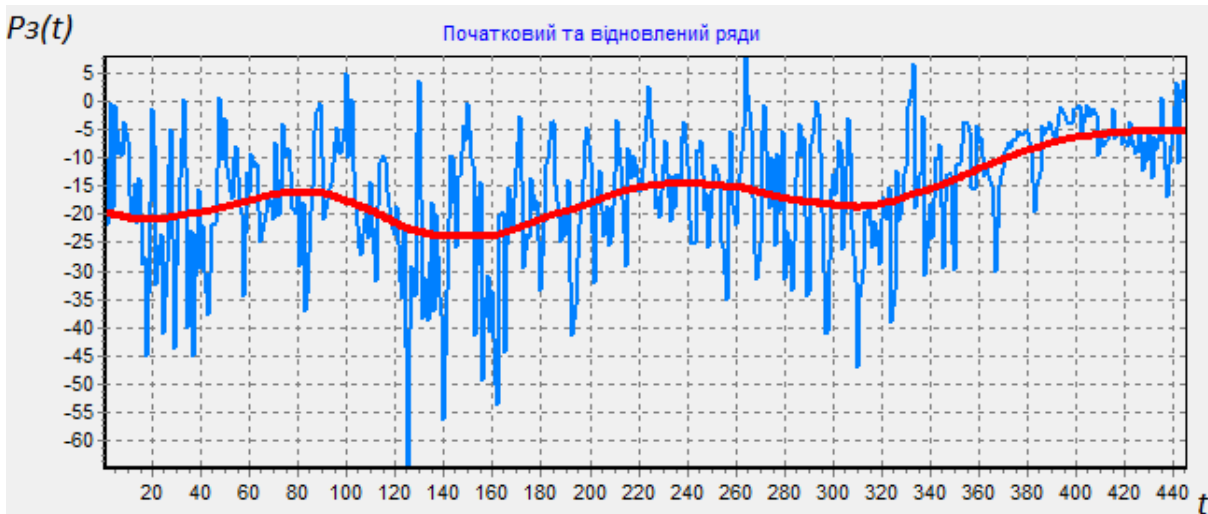


Рис 7. Усреднения вимірювань по 27-денному циклу.
Відновлений за першою компонентою часовий ряд

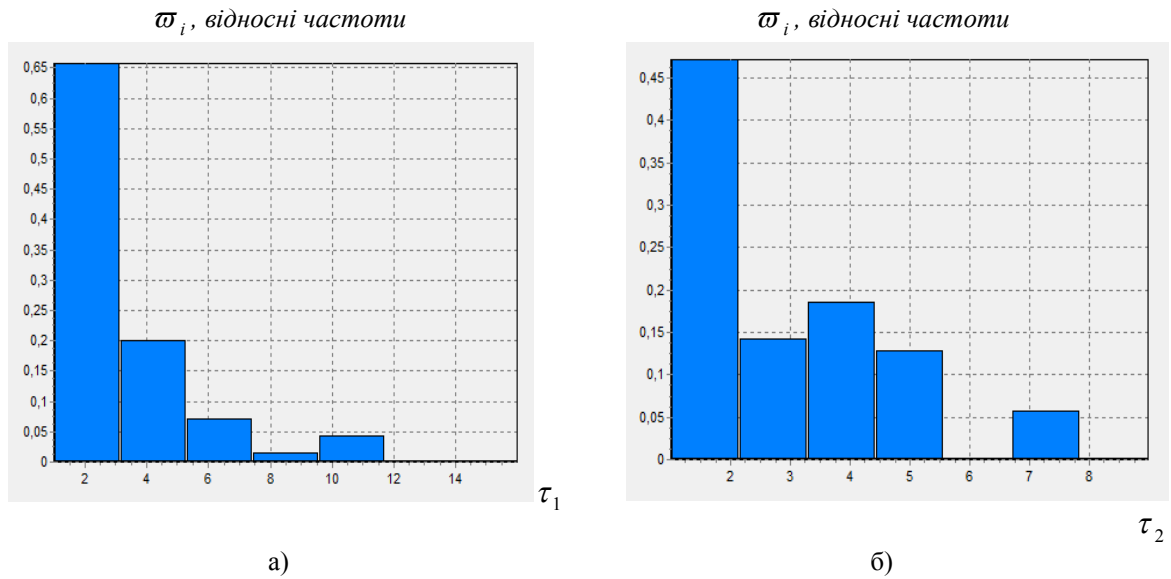


Рис 8. Усереднення вимірювань по 27-денному циклу.
Гістограма відносних частот для інтервалів: а) τ_1 ; б) τ_2

Видалимо обрану компоненту з ряду та розіб'ємо його на інтервали, що відповідатимуть станам системи. Масиви T_1 , T_2 матимуть по 1470 елементів, гістограми відносних частот – наводяться (рис. б).

Для масиву даних за період з 01.01.1980 р по 31.12.2012 р. усередненого по 27 днях, який налічує 445 спостережень, довжину вікна для методу Гусені оберемо $L=50$. На долю першої головної компоненти припадає 73,87% загальної варіабельності даних (рис.7). Після видалення першої головної компоненти масиви T_1 , T_2 матимуть по 71 елементи, а гі-

стограми їх відносних частот можна побачити на графіках (рис. 8).

Результати статистичних досліджень та відтворення за масивами інтервалів зведено до таблиці (табл.1). Аналізуючи значення в останній колонці можна говорити про адекватність моделі експоненціального розподілу для інтервалів часу перебування системи S в станах S_1 та S_2 . Для даних, що є усередненням по 27-денному циклу обсяг вибірки не є представницьким, проте, якщо збільшити вірогідність узгодження моделі до 0,3, то як бачимо, гіпотезу про відповідність розподілу можна приймати.

Таблиця 1. Результати експериментальних досліджень

	Масив	Обсяг	Середнє	Варіація	Асиметрія	Ексцес	λ	$P_{Колм}$
Погодинні вимірювання	T_1	749	5,904	4,883	1,353	2,198	0,169	0,465
	T_2	750	5,794	4,752	1,329	1,682	0,173	0,455
Усереднення по днях	T_1	1471	4,629	4,020	1,543	2,353	0,216	0,547
	T_2	1471	3,494	2,782	1,470	2,382	0,286	0,204
Усереднення по 27 днях	T_1	71	3,211	2,932	1,941	5,012	0,311	0,925
	T_2	71	3,014	1,848	0,855	0,619	0,332	0,483

Отже, можна вважати, що для усіх розглянутих випадків в системі S інтенсивності переходів зі стану в стан є сталими. Крім того, з аналізу

передостанньої колонки (табл.1) слідує, що перехід зі стану S_1 в S_2 відбувається повільніше.

Висновки

В результаті проведених в роботі досліджень одержано такі результати.

Запропоновано розглядати процес зміни в часі *Dst*-індексу геомагнітної активності як систему, що описує перебування процесу в двох станах: або вище, або нижче значення трендової (циклічної) складової.

Досліджено розподіли інтервалів перебування системи у визначених станах. Статистично значуще доведено, що розподіли інтервалів часу є експоненціальними, а отже інтенсивності переходів зі стану в стан є сталими.

Подальші дослідження можуть полягати у вивченні моделі введеної системи на основі теорії марковських процесів та її реалізації для прогнозування поведінки *Dst*-індексу геомагнітної активності або інших ознак, що характеризують сонячну активність.

Список літератури

1. Мирошниченко Л.И. Физика Солнца и солнечно-земных связей. Учебное пособие для студентов. – М.: Изд-во МГУ, 2011. - 175 с.
2. Лычак М.М. Циклы солнечной активности и вызванных ими геофизических эффектов, их анализ и прогнозирование //Космическая наука и технология, 2008, том 14, №6. – 39-51 с.
3. Ширяев А.Н., Липцер Р.Ш. Статистика случайных процессов. – М.: Наука. – 1974. – 325 с.
4. Loewe C. A., Prolss G. W., Classification and mean behavior of magnetic storms / J.Geophys.Res 1997. V. 102. P.14209
5. Горшков В.Л., Миллер Н.О., Персиянинова Н.Р., Прудникова Е.Я. Исследование геодинамических рядов методом главных компонент, Известия ГАО РАН, СПб, 2000, № 214, 173-179 с.
6. Алексеенко А.А., Подладчиков В.Н. Применение фильтра Калмана для построения авторегрессионной модели динамики геомагнитного индекса DST, Нови технології № 3 (29) – 2010, Науковий вісник КУЕІТУ
7. Яценко В. О., Черемних С. О. Прогнозування геомагнітного індексу DST на базі білінійних моделей та методів нелінійної фільтрації. Наукові записки НаУКМА. Том 113. Фізико-математичні науки 55-59 с.
8. Данилова Д.Л., Жиглявский А.А. Главные компоненты временных рядов: метод “Тусеница”. - СПб.: Пресском, 1997. - 308 с.
9. Архив параметров солнечной активности [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://omniweb.gsfc.nasa.gov/form/dx1.html>
10. Приставка П.О., Мацуга О.М. Аналіз даних: навч. посіб. /МОН України/. – Д.: Вид-во ДНУ, 2008. – 92 с.

Статтю подано до редакції 26.09.2013