

УДК 528.716.3:517.97 (045)

Животівська М.О.

ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ГІРОСТАБІЛІЗАТОРА АЕРОФОТОАПАРАТУРИ З НЕЖОРСТКИМИ ЕЛЕМЕНТАМИ

Аерокосмічний інститут
Національного авіаційного університету

Розроблено та досліджено математичні моделі з нежорсткими елементами двоканального гіростабілізатора аерофотоапаратури з волоконно-оптичним гіроскопом

Вступ

Фототехніка застосовується в різних областях людської діяльності – економіці, мистецтві, військовій справі тощо. Область її застосування постійно розширюється. Це пояснює активний розвиток у даний час фотографічного, телевізійного та кінотехнічного обладнання і застосування новітніх досягнень техніки при розробці та виробництві пристроїв для різних видів зйомки. До таких пристроїв відносять гіроскопічні стабілізатори (ГС) кутового положення фотокамери, які застосовуються при зйомках з рухомих об'єктів: вертольота, літака, автомобіля, а також з кранів.

Аналіз останніх досліджень, постановка задачі дослідження

Математичні основи авіаційним системам з гіростабілізаторами присвячені відомі праці [1 - 3]. В даній роботі задачі досліджень сформулюємо у вигляді: По-

будова математичної моделі ГС аерофотоапаратури з нежорсткими елементами та дослідження впливу «нежорсткостей» елементів ГС на його динамічні (частотні) характеристики.

Математична модель ГС аерофотоапаратури з нежорсткими елементами

Дослідження стійкості ГС із нежорсткими зовнішньою рамою, кріпленням статора двигуна стабілізації до рами, з нежорсткими редуктором і зв'язком платформи з об'єктом стабілізації, проводимо ґрунтуючись на моделі рис. 1.

Оцінку впливу кожного з вхідних в модель елементів (J_i , C_{ij} , D_{ij}) виконуємо на основі аналізу поведінки ЛАЧХ розімкненої системи, при варіаціях J_i , C_{ij} , D_{ij} .

Рівняння руху кожного з елементів моделі в загальному вигляді можуть бути представлені таким чином:

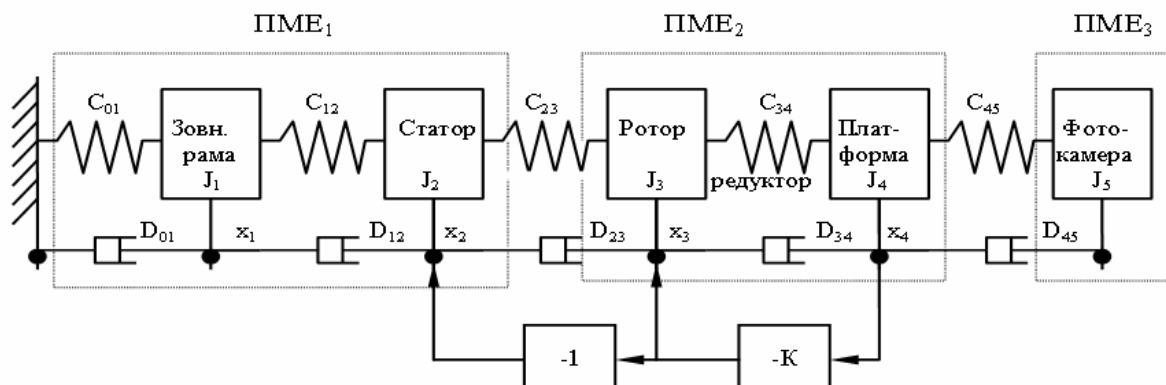


Рис. 1. Модель гіростабілізатора аерофотоапаратури з нежорсткими елементами:
ПМЕ – пружно-масовий елемент; J_i – момент інерції i -го елемента;
 C_{ij} – коефіцієнт пружності; D_{ij} – коефіцієнт демпфування між i та j елементами;
 K – коефіцієнт передачі кола зворотного зв'язку

$$J_i x_i'' + D_{i-1,i} (x_i' - x_{i-1}') - D_{i,i+1} (x_{i+1}' - x_i') + C_{i-1,i} (x_i - x_{i-1}) - C_{i,i+1} (x_{i+1} - x_i) = M_i \quad (1)$$

де M_i – зовнішній момент що діє на i -й елемент; x_i, x_i', x_i'' – переміщення, швидкість і прискорення i -го елемента.

Розписавши рівняння (1) для кожного елемента, отримуємо систему рівнянь руху моделі:

$$\begin{aligned} -D_{01} x_0' - C_{01} x_0 + J_1 x_1'' + (D_{01} + D_{12}) x_1' + (C_{01} + C_{12}) x_1 - D_{34} x_2' - C_{12} x_2 &= M_1; \\ -D_{12} x_1' - C_{12} x_1 + J_2 x_2'' + (D_{23} + D_{12}) x_2' + (C_{12} + C_{23}) x_2 - D_{23} x_3' - C_{23} x_3 &= M_2; \\ -D_{23} x_2' - C_{23} x_2 + J_3 x_3'' + (D_{23} + D_{34}) x_3' + (C_{23} + C_{34}) x_3 - D_{34} x_4' - C_{34} x_4 &= M_3; \\ -D_{34} x_3' - C_{34} x_3 + J_4 x_4'' + (D_{34} + D_{45}) x_4' + (C_{34} + C_{45}) x_4 - D_{45} x_5' - C_{45} x_5 &= M_4; \\ -D_{45} x_4' - C_{45} x_4 + J_5 x_5'' + (D_{45} + D_{56}) x_5' + (C_{45} + C_{56}) x_5 - D_{56} x_6' - C_{56} x_6 &= M_5. \end{aligned} \quad (2)$$

Переписавши (2) в операторній формі одержуємо рівняння руху моделі в наступному вигляді.

$$\begin{aligned} -(D_{01} \cdot s + C_{01}) x_0 + (J_1 \cdot s^2 + (D_{01} + D_{12}) \cdot s + (C_{01} + C_{12})) x_1 - (D_{12} \cdot s + C_{12}) x_2 &= M_1; \\ -(D_{12} \cdot s + C_{12}) x_1 + (J_2 \cdot s^2 + (D_{12} + D_{23}) \cdot s + (C_{12} + C_{23})) x_2 - (D_{23} \cdot s + C_{23}) x_3 &= K x_4; \\ -(D_{23} \cdot s + C_{23}) x_2 + (J_3 \cdot s^2 + (D_{23} + D_{34}) \cdot s + (C_{23} + C_{34})) x_3 - (D_{34} \cdot s + C_{34}) x_4 &= -K x_4; \\ -(D_{34} \cdot s + C_{34}) x_3 + (J_4 \cdot s^2 + (D_{34} + D_{45}) \cdot s + (C_{34} + C_{45})) x_4 - (D_{45} \cdot s + C_{45}) x_5 &= M_4; \\ -(D_{45} \cdot s + C_{45}) x_4 + (J_5 \cdot s^2 + (D_{45} + D_{56}) \cdot s + (C_{45} + C_{56})) x_5 - (D_{56} \cdot s + C_{56}) x_6 &= M_5. \end{aligned} \quad (3)$$

Для знаходження передавальної функції розімкненої системи по керуючій дії $Wp(s)$, складемо два визначники: головний – Δ , і той, що характеризує вхідну дію $\Delta 1$, з урахуванням того, що $x_0=0$; $D_{56}=0$; $C_{56}=0$; $C_{23}=0$.

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 & 0 \\ 0 & a_{32} & a_{33} & a_{34} & 0 \\ 0 & 0 & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ 0 & 0 & 0 & a_{54} & a_{55} \end{vmatrix},$$

$$\Delta 1 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & -K \cdot x_4 & 0 \\ 0 & a_{32} & a_{33} & K \cdot x_4 & 0 \\ 0 & 0 & a_{43} & 0 & a_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{55} \end{vmatrix},$$

де $a_{11} = J_1 \cdot s^2 + (D_{01} + D_{12}) \cdot s + C_{01} + C_{12}$;

$a_{12} = -D_{12} \cdot s - C_{12}$; $a_{21} = a_{12}$;

$a_{22} = J_2 \cdot s^2 + (D_{12} + D_{23}) \cdot s + C_{12}$;

$a_{23} = -D_{23} \cdot s$; $a_{32} = a_{23}$;

$a_{33} = J_3 \cdot s^2 + (D_{23} + D_{34}) \cdot s + C_{34}$;

$a_{34} = -D_{34} \cdot s - C_{34}$; $a_{43} = a_{34}$;

$a_{44} = J_4 \cdot s^2 + (D_{34} + D_{45}) \cdot s + C_{34} + C_{45}$;

$a_{45} = -D_{45} \cdot s - C_{45}$; $a_{54} = a_{45}$;

$a_{55} = J_5 \cdot s^2 + D_{45} \cdot s + C_{45}$.

Передавальна функція розімкненої системи:

$$Wp(s) = \frac{\Delta 1}{\Delta \cdot x_4} = \frac{-K (b_7 \cdot s^7 + \dots + b_1 \cdot s + b_0) \cdot x_4}{s \cdot (a_9 \cdot s^9 + \dots + a_1 \cdot s + a_0) \cdot x_4}.$$

Представити передавальну функцію $Wp(s)$ у вигляді поліномів не вище другого порядку в чисельнику і знаменнику $Wp(s)$ в аналітичному вигляді не представляється можливим навіть теоретично, оскільки вид коренів характеристичних поліномів a_i, b_i , а, отже, і вид розкладання на поліноми не вищих за другого порядку, залежить від чисельних значень параметрів елементів моделі. Тому дослідження впливу елементів моделі на стійкість ГС проходилося чисельно, шляхом знаходження коренів характеристичних поліномів для кожного окремого випадку. Далі за отриманими коренями визначалися поліноми (не вище за другого порядку) по яких і будувалася ЛАЧХ розімкненої системи.

Дослідження впливу «нежорсткостей» елементів гіростабілізатора на його частотні характеристики

Для чисельних розрахунків приймемо базові параметри моделі для ГС даного типа, які рівні наступним значенням:

$$J_1=0.25 \text{ кг}\cdot\text{м}^2; C_{01}=1\cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}/\text{рад};$$

$$D_{01}=0.001 \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}; J_2=0.03 \text{ кг}\cdot\text{м}^2;$$

$$C_{12}=1\cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}/\text{рад}; D_{12}=0.001 \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с};$$

$$J_3=0.01 \text{ кг}\cdot\text{м}^2; C_{23} = 0; D_{23}=0.1 \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с};$$

$$J_4=0.15 \text{ кг}\cdot\text{м}^2; C_{34}=1\cdot 10^4 \text{ Н}\cdot\text{м}/\text{рад};$$

$$D_{34}=0.001 \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}; J_5=1 \text{ кг}\cdot\text{м}^2;$$

$$C_{45}=1\cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}/\text{рад}; D_{45}=0.01 \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}$$

$$K=1000.$$

Розглянемо наступні варіанти моделі.

1. ГС із «жорсткими» рамами і редуктором.

Значення постійних часу T_1, T_2 , частоти “зламу” ЛАЧХ ω_1, ω_2 , питомий коефіцієнт демпфування ξ_2 і коефіцієнт передачі моделі kw наведені в табл. 1 і 2. Як видно з табл. 2 нежорсткість редуктора впливає лише на розташування коливальної ланки на осі частот (T_2, ω_2) і коефіцієнт демпфування в цій ланці (ξ_2). Вплив демпфування в редукторі на поведінку ЛАЧХ визначено шляхом варіювання $D_{34}=0.001\dots 0.1 \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}$ (при $C_{34}=10^4=\text{const}$).

Таблиця 1. Вплив коефіцієнту пружності редуктора на динаміку ГС

C_{34}	T_1	ω_1	T_2	ω_2	ξ_2	kw
10^3	24.25	0.04	0.0031	323	0.016	31.36
10^4	24.25	0.04	0.001	10^3	0.005	31.36
10^5	24.25	0.04	$3.1\cdot 10^{-4}$	3.23	0.0016	31.36
10^6	24.25	0.04	$1\cdot 10^{-4}$	10^4	0.0005	31.36

Таблиця 2. Вплив коефіцієнту демпфування редуктора на динаміку ГС

D_{34}	T_1	ω_1	T_2	ω_2	ξ_2	kw
0.0001	25.9	0.039	0.001	10^3	0.0049	334.8
0.001	24.25	0.04	0.001	10^3	0.005	31.36
0.01	14.86	0.067	0.001	10^3	0.0054	1.92
0.1	11.6	0.086	0.001	10^3	0.01	0.15

Як видно з табл. 2, зміна демпфування в редукторі впливає не тільки на коефіцієнт демпфування в коливальній ланці, але і на розташування на осі частот аперіодичної ланки (T_1), і на коефіцієнт передачі моделі.

2. ГС із «нежорстким» зв'язком платформи з аерофотоапаратом.

Варіюємо коефіцієнт пружності $C_{45}=10^2\dots 10^6 \text{ Н}\cdot\text{м}/\text{рад}$.

Передавальна функція має вигляд:

$$Wp(s) = \frac{k \cdot kw \cdot (T_3^2 \cdot s^2 + 2 \cdot \xi_3 \cdot T_3 \cdot s + 1)}{s \cdot (T_1 \cdot s + 1) \cdot (T_2^2 \cdot s^2 + 2 \cdot \xi_2 \cdot T_2 \cdot s + 1)}$$

Вплив жорсткості кріплення об'єкту, що стабілізується, до платформи на передавальну функцію $Wp(s)$ приведений в табл. 3.

Вплив демпфування в кріпленні об'єкту, що стабілізується, до платформи на передавальну функцію $Wp(s)$ наведено в

табл. 4. Коефіцієнт демпфування змінюється в межах $D_{45}=0.001\dots 0.1 \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}$, при постійній жорсткості кріплення об'єкту до платформи рівної $C_{45}=1000 \text{ Н}\cdot\text{м}/\text{рад} = \text{const}$.

Як видно з табл. 3 і 4, нежорсткість кріплення об'єкту до платформи спричиняє появу у складі ЛАЧХ двох ланок: коливальної і антиколивальної, причому антиколивальна ланка завжди розташована у області нижчих частот, чим коливальна. Це спричиняє появу в ЛАЧХ ділянки з нахилом в 0 Дб/дек, який у разі її розташування до частоти зрізу, збільшує частоту зрізу, що спричиняє труднощі в технічній реалізації такої системи стабілізації. Демпфування в кріпленні об'єкту до

платформи впливає тільки на питомі коефіцієнти демпфування ξ_2, ξ_3 в коливальній і антиколивальній ланках, причому особливо сильно змінюється ξ_3 .

3. ГС з «нежорстким» кріпленням статора двигуна стабілізації до зовнішньої рами (задня нежорсткість).

Варіюємо $C_{12}=10^2 \dots 10^6$ Н·м/рад (результати наведені в табл. 5).

Передавальна функція при цьому має вигляд:

$$Wp(s) = \frac{k \cdot kw \cdot (T_3^2 \cdot s^2 + 2 \cdot \xi_3 \cdot T_3 \cdot s + 1)}{s \cdot (T_1 \cdot s + 1) \cdot (T_2^2 \cdot s^2 + 2 \cdot \xi_2 \cdot T_2 \cdot s + 1)}$$

Таблиця 3. Вплив жорсткості кріплення на динамічні характеристики

C_{45}	$T_1 (\omega_1)$	$T_2 (\omega_2)$	ξ_2	$T_3 (\omega_3)$	ξ_3	kw
10^2	11.6 (0.086)	0.037(27)	0.011	0.1 (10)	$5 \cdot 10^{-4}$	15
10^3	11.6 (0.086)	0.012(85)	0.0036	0.032(31.3)	$1.6 \cdot 10^{-4}$	15
10^4	11.6 (0.086)	0.0037(270)	0.0011	0.01(100)	$5 \cdot 10^{-5}$	15
10^5	11.6 (0.086)	$1.2 \cdot 10^{-3}$ (850)	0.00036	$3.2 \cdot 10^{-3}$ (313)	$1.6 \cdot 10^{-5}$	15

Таблиця 4. Вплив демпфування кріплення на динамічні характеристики

D_{45}	$T_1 (\omega_1)$	$T_2 (\omega_2)$	ξ_2	$T_3 (\omega_3)$	ξ_3	kw
0.001	11.6 (0.086)	0.012(85)	0.0032	0.032 (31.3)	$2.7 \cdot 10^{-14}$	5
0.01	11.6 (0.086)	0.012(85)	0.0036	0.032(31.3)	$1.6 \cdot 10^{-4}$	5
0.1	11.6 (0.086)	0.012(85)	0.0074	0.032(31.3)	$1.6 \cdot 10^{-3}$	5

Таблиця 5. Вплив жорсткості кріплення статора двигуна до зовнішньої рами

C_{12}	T_1	T_2	ξ_2	T_3	ξ_3	kw
10^2	11.6	0.017	0.03	0.017	0.0003	15
10^3	11.6	0.0055	0.0092	0.0055	$9.1 \cdot 10^{-5}$	15
10^4	11.6	0.0017	0.003	0.0017	$2.9 \cdot 10^{-5}$	15
10^5	11.6	0.00055	0.00092	0.00055	$9.1 \cdot 10^{-6}$	15

Як видно з табл. 5, нежорсткість кріплення статора двигуна стабілізації до основи, приводить до появи у складі передавальної функції $Wp(s)$ коливальної і антиколивальної ланок з однаковими постійними часу і різними коефіцієнтами демпфування. Оскільки постійні часу цих ланок однакові, та наявність “задньої” нежорсткості ніяк не відображається на виді ЛАЧХ, однак відмінності цих ланок в коефіцієнтах демпфування спричиняють різну швидкість “перемикання” фази в

кожній ланці, що викликає появу незначних по амплітуді викидів на фазочастотній характеристиці.

Вплив демпфування кріплення статора двигуна до рами визначаємо варіюючи D_{12} (при $C_{12}=1000$ Н·м/рад=const), результати наведено в табл. 6.

На рис. 2 наведено ЛАЧХ і ФЧХ нежорсткої моделі ГС у разі “нежорсткої” зовнішньої рами для вихідних параметрів моделі

Таблиця 6. Результати розрахунку

D_{12}	T_1/ω_1	T_2/ω_2	ξ_2	T_3/ω_3	ξ_3	kw
10^{-4}	11.6	0.0055	0.0092	0.0055	$8.3 \cdot 10^{-14}$	15
10^{-3}	11.6	0.0055	0.0092	0.0055	$9.1 \cdot 10^{-5}$	15
10^{-2}	11.6	0.0055	0.01	0.0055	0.00091	15

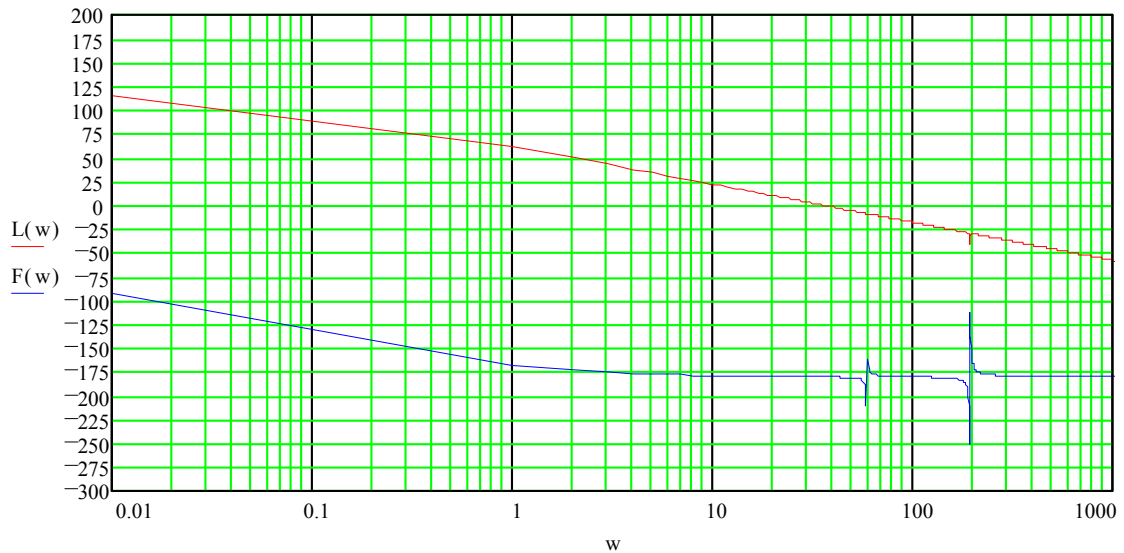


Рис. 2. ЛАЧХ і ФЧХ нежорсткої математичної моделі ГС аерофотоапаратури

Висновки

1. У практичних розрахунках кожен «нежорсткість» можна розглядати ізольовано від інших, оскільки при «типових» параметрах ГС кожна така нежорсткість визначає ланки, що рознесені по осі частот на деяку відстань і, тому, що не впливають один на одного.

2. Вплив нежорсткості редуктора на ЛАЧХ можна проводити ґрунтуючись на відомих формулах, виведених для простішої моделі ГС, що враховує тільки одну нежорсткість редуктора.

3. У практичних розрахунках впливом «задньої» нежорсткості можна нехтувати, оскільки вона не змінює виду ЛАЧХ через те, що коливальні й антиколивальні ланки взаємно компенсуються.

4. Нежорсткість кріплення об'єкту стабілізації до платформи спричиняє появу на ЛАЧХ ділянки на якому характеристика «піднімається» на +40 Дб/дек. через появу в передавальній функції коливальної і антиколивальної ланок, що рознесені по осі частот. Це не впливає на стійкість системи стабілізації, але усклад-

нює її технічну реалізацію через різко зростаючу частоту зрізу системи.

5. Необхідно більш детально дослідити вплив нежорсткості кріплення об'єкту стабілізації до платформи

Список літератури

1. Пельпор Д.С. Гироскопические системы ориентации и стабилизации. Справочное пособие. – М.: Машиностроение, 1982. – 165 с.

2. Бранец В.Н., Шмыглевский И.П. Введение в теорию бесплатформенных инерциальных навигационных систем. – М.: Наука, 1992. – 280 с.

3. Панов А.П. Математические основы теории инерциальной ориентации. – К.: Наукова думка, 1995. – 280 с.

Подано до редакції 26.02.10