

Житецький Л.С., канд. техн. наук
Сущенко О.А., канд. техн. наук
Пономарьов О.С.
Сенькович О.В.

СИНТЕЗ ϵ -ІНВАРІАНТНОЇ ЦИФРОВОЇ СИСТЕМИ АВТОСУПРОВОДЖЕННЯ ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ

Інститут електроніки та систем управління
Національного авіаційного університету

Розв'язано задачу побудови цифрової системи автосупроводження літальних апаратів з опосередкованим зв'язком за задаючим впливом, здатної слідкувати за їхнім рухом по прямолінійним траєкторіям з точністю до деякого ϵ . Наведено результати моделювання

Вступ

Проблема створення сучасних високошвидкісних цифрових слідкуючих систем, які відрізняються високими показниками точності, наразі зберігає свою актуальність у багатьох областях техніки. Така проблема виникає, зокрема, при розробці цифрових систем автосупроводження літальних апаратів на базі радіолокаційних станцій (РЛС) спостереження [1]. Динамічна точність цих слідкуючих систем визначається, як відомо [2], поточним кутовим розузгодженням між напрямком на рухомий об'єкт, що супроводжується РЛС, і віссю антени радіолокатора. Специфічна особливість даного класу систем управління полягає в тому, що вхідним сигналом тут природнім чином виступає не задаючий вплив, який визначається поточним кутовим положенням рухомого об'єкта, а сама похибка системи ([2], а також [3, гл. VI, §1]).

Порівняно давно, зокрема в книзі [3], пропонувались методи мінімізації середньоквадратичної похибки в класі цифрових слідкуючих систем, орієнтованих на функціонування за принципом відхилення. Реалізація цих методів зводиться до обробки стробованого сигналу розузгодження між напрямком на рухомий об'єкт і віссю радіолокатора. Натомість відомі інші класичні методи суттєвого зменшення динамічної похибки цифрових слідкуючих систем, що дозволяють реалізувати принцип інваріантності [1, гл. 6].

Однак ці методи передбачають введення додаткового прямого зв'язку за задаючим впливом, який в системах автосупроводження не доступний для безпосереднього вимірювання.

У свій час в рамках теорії інваріантності Г.Ф.Зайцев висунув вельми привабливу ідею реалізації принципу інваріантності з використанням схеми так званої диференціальної виделки в класі неперервних слідкуючих систем [2]. Ця ідея була розповсюджена на клас дискретних (цифрових) слідкуючих систем в роботі [4]. Пізніше вона послідовно розвивалась в роботах [5, 6] і знайшла узагальнення в монографії [1, п.6.4]. Останні результати в даному напрямку досліджень можна знайти в [7].

Труднощі, які виникають при побудові цифрових слідкуючих систем на основі принципу інваріантності, полягають в тому, що при достатньо високій частоті квантування сигналів у часі неперервні мінімально-фазові об'єкти при певних умовах втрачають, як відомо, цю привабливу властивість в імпульсному режимі функціонування. Якщо ж відмовитись від вимоги абсолютної інваріантності похибки відносно задаючого впливу, то за умов немінімальної фазовості з'являється можливість побудови цифрової слідкуючої системи, в якій забезпечується інваріантність з точністю до довільного як завгодно малого $\epsilon > 0$ [1, п.6.4]. Але для того, щоб реалізувати таку ϵ -інваріантну сис-

тему, необхідно отримувати інформацію про значення задаючого впливу в наступні (майбутні) дискретні моменти часу. Це вимагає екстраполяції (прогнозування дискретних значень задаючого впливу, отриманих опосередкованим чином, на певне число інтервалів дискретизації).

В роботах [4, 5], розглядалась задача синтезу цифрової системи автосупроводження з екстраполятором в контурі опосередкованого зв'язку за задаючим впливом у припущенні, що об'єкт немінімально-фазовий, а сам задаючий вплив визначається адитивною сумішшю детермінованої і стохастичної складових. При цьому, як і в [3, гл. VI], вважалось, що детермінована складова описується лінійною функцією часу, при якій бажаний рух антени радіолокатора має здійснюватись зі сталою швидкістю. Проте навіть коли літальний апарат рухається зі сталою швидкістю по прямолинійній траєкторії, кутова швидкість антени, яка супроводжує його рух, в дійсності буде змінною. При цьому задаючий вплив в системі автосупроводження буде визначатись більш складною функцією часу, ніж гармонічна функція, що розглядалась в роботі [7] в якості такого впливу.

Нижче ставиться і розв'язується задача побудови ε -інваріантної цифрової системи автосупроводження літальних апаратів з опосередкованим зв'язком за задаючим впливом у припущенні, що траєкторія руху цих апаратів прямолинійна, швидкість руху стала, а випадкова його складова, викликана дією різноманітних зовнішніх збурень, відсутня.

Постановка задачі

Як і в [4 - 7], розглядається цифрова система автосупроводження літальних апаратів, що містить неперервний слідкуючий привід, який складається з послідовно з'єднаних електромашинного підсилювача потужності ПП і двигуна Д постійного струму (рис. 1). Передавальна функція $W_0(s)$ цього приводу в розімкненому стані має такий вигляд:

$$W_0(s) = \frac{k}{s(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}. \quad (1)$$

Тут k – загальний коефіцієнт підсилення, а τ_1 і τ_2 – сталі часу електромашинного підсилювача і двигуна відповідно. Вважається, що параметри k , τ_1 і τ_2 відомі конструктору системи.

Будемо виходити з припущення, що літальний апарат, за яким ведеться спостереження, рухається в горизонтальній площині з деякою апріорі невідомою швидкістю v по прямолинійній траєкторії. При цьому інформація про змінну $\varphi^0(t)$ що визначає поточне кутове положення літального апарату (азимут) в будь-який момент часу t безпосередньо відсутня. Натомість доступний сигнал, що визначає кутове розузгодження

$$e(t) = \varphi^0(t) - \varphi(t), \quad (2)$$

між напрямом на рухомий апарат $\varphi^0(t)$ і віссю антени А радіолокатора $\varphi(t)$, яке визначає поточну похибку системи. Цей сигнал вимірюється координатором К і надходить до підсилювача П. Далі він строується і в дискретні моменти часу $t = nT_0$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) надходить до цифрового обчислювального пристрою ЦОП. Таким чином, в якості вхідного сигналу в даній системі виступає не послідовність $\{\varphi_n^0\} := \varphi_1^0, \varphi_2^0, \dots$, породжувана змінною $\varphi^0(t)$ а послідовність $\{e_n\} := e_0, e_1, e_2, \dots$ похибок, які згідно з (2) визначаються виразом

$$e_n = \varphi_n^0 - \varphi_n, \quad (3)$$

де прийняті такі позначення: $e_n := e(nT_0)$, $\varphi_n^0 := \varphi^0(nT_0)$, $\varphi_n := \varphi(nT_0)$.

Формування управляючої дії u_n , яка підтримується незмінною протягом кожного інтервалу часу $(nT_0, (n+1)T_0)$, покладається в цій системі на ЦОП, що виконує функцію дискретного регулятора. Для реалізації закону управління перед-

бачається можливість використання крім сигналу e_n також сигналу про кутове положення φ_n вісі антени А в кожний n -й дискретний момент часу, що надходить каналом зворотного зв'язку, а також сигналу l_n про відстань до літального апарату в той же момент часу $t = nT_0$, джерелом якого є сама РЛС (рис.1). При цьому управляюча дія u_n задовольняє обмеження

$$|u_n| \leq u_{\max}. \quad (4)$$

Припускається, що змінна $\dot{\varphi}^0(t)$, яка характеризує кутову швидкість літального апарату, залишається обмеженою, причому

$$|\dot{\varphi}^0(t)| \leq \bar{\omega}, \quad (5)$$

де $\bar{\omega}$ визначається можливостями слідкуючого приводу. З врахуванням обмеження (4) ця величина пов'язана, очевидно, з величиною u_{\max} співвідношенням

$$\bar{\omega} = ku_{\max}.$$

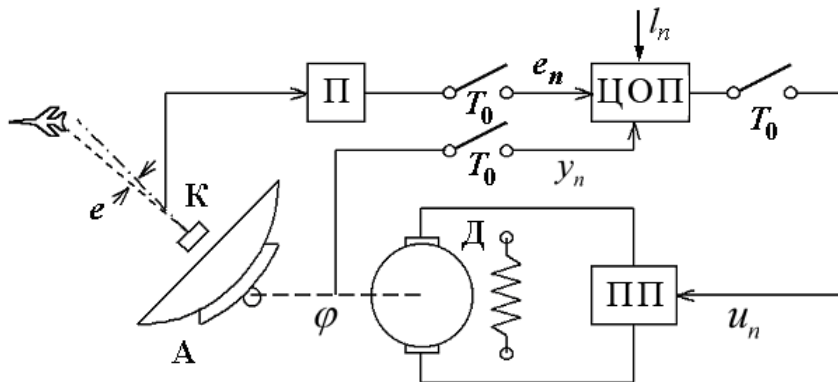


Рис. 1. Функціональна схема системи

Структура системи

Згідно з [4 - 7] ε -інваріантну систему автосупроводження пропонується будувати так, як це зображено на рис. 2. До складу дискретного регулятора, входять стабілізатор і компенсатор. Стабілізатор, який здійснює управління слідкуючим приводом за сигналом відхилення e_n , необхідний для того, аби забезпечити стійкість замкненої системи. Для забезпечен-

ня ж ε -інваріантності такої системи вводиться компенсатор, який реалізує опосередкований зв'язок за сигналом φ_n^0 , що не доступний для вимірювання. З цією метою система охоплюється додатковим додатним зворотним зв'язком за вихідною змінною φ_n (рис. 2). На відміну від робіт [4 - 7], в компенсатор подається також сигнал l_n про відстань до літального апарату.

$$J := \sup \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} |e_n|. \quad (6)$$

У цьому виразі супремум береться на множині всіх можливих функцій $\varphi^0(t)$, що породжують послідовності $\{\varphi_n^0\} = \varphi_1^0, \varphi_2^0, \dots$ і задовольняють обмеження (5). Тоді формальна задача синтезу цифрової системи автосупроводження літальних апаратів може бути поставлена наступним чином. Необхідно побудувати дискретний регулятор, який задовольняє вимогу

$$J \leq \varepsilon, \quad (7)$$

де $\varepsilon > 0$ – достатньо мале число, яке встановлюється конструктором.

У відповідності до (3) маємо

$$\varphi_n^0 = e_n + \varphi_n. \quad (8)$$

Управляюча дія в такій системі визначається сумою вихідного сигналу $u_n^{(s)}$

стабілізатора та вихідного сигналу $u_n^{(c)}$ компенсатора:

$$u_n = u_n^{(s)} + u_n^{(c)}. \quad (9)$$

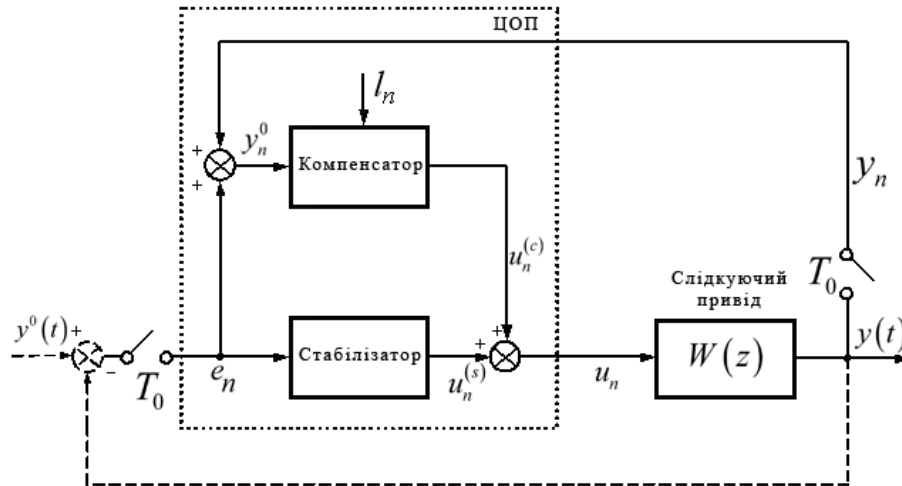


Рис. 2. Структурна схема системи з опосередкованим зв'язком за задаючим впливом

Синтез стабілізатора

Щоб синтезувати стабілізатор, визначимо передавальну функцію $W_0(z)$ так званої приведенної неперервної частини (ПНЧ), яка включає фіксатор і слідкуючий привід, що описується в неперервному часі передавальною функцією $W_0(s)$. Відомо ([3, гл.1]), що

$$W_0(z) = \frac{z-1}{z} Z \left\{ \frac{W_0(s)}{s} \right\}. \quad (10)$$

Використовуючи (10), з урахуванням (1) можна записати:

$$W_0(z) = \frac{B(z)}{A(z)}. \quad (11)$$

Тут

$$A(z) = (z-1)A'(z), \quad (12)$$

де

$$A'(z) = z^2 + a'_1 z + a'_2, \quad (13)$$

і

$$B(z) = b_0 z^2 + b_1 z + b_2. \quad (14)$$

– поліноми від оператора $z = e^{sT_0}$ упередження на один інтервал часу. Коефіцієнти поліномів $A'(z)$ і $B(z)$ певним чином залежать від двох безрозмірних параметрів $\beta_1 = T_0/\tau_1$ і $\beta_2 = T_0/\tau_2$, а коефіцієнти полінома $B(z)$ – ще й від іншого безрозмірного параметра $\mu = kT_0$ (явні вирази цих коефіцієнтів можна знайти, зокрема, у роботі [1, гл. 6]).

Як і в роботах [4 - 7], складемо далі поліноміальне рівняння

$$A(z)F(z) + B(z)G(z) = z^5, \quad (15)$$

відносно невідомих поліномів

$$F(z) = z^2 + f_1 z + f_2, \quad (16)$$

$$G(z) = g_0 z^2 + g_1 z + g_2, \quad (17)$$

один з яких, а саме $F(z)$, згідно з виразами (12), (13) є монарним. Оскільки, як відомо, при будь-яких β_1 , β_2 і μ поліноми $A(z)$ і $B(z)$ залишаються взаємно простими, то рівняння (15) однозначно визначає поліноми $F(z)$ і $G(z)$, якщо

вони вибрані у вигляді (16) і (17) відповідно.

Визначимо тепер передавальну функцію $W_s(z)$ стабілізатора як

$$W_s(z) = \frac{G(z)}{F(z)}. \quad (18)$$

Такий стабілізатор можна фізично реалізувати, оскільки $\deg G(z) = \deg F(z)$.

Враховуючи далі вирази (16), (17), у відповідності до (18) отримуємо закон формування послідовності $\{u_n^{(s)}\}$ у схемі рис. 2 у формі

$$u_n^{(s)} = g_0 e_n + g_1 e_{n-1} + g_2 e_{n-2} - f_1 u_{n-1}^{(s)} - f_2 u_{n-2}^{(s)}. \quad (19)$$

Синтез компенсатора

Відомо ([1, гл.6]), що при достатньо малому значенні інтервалу T_0 квантування сигналів у часі ПНЧ набуває немінімальну фазовість, оскільки у полінома $B(z)$, який фігурує в чисельнику $W_0(z)$, з'являється лише один нестійкий нуль z_1 : $z_1 < -1$. Враховуючи (14), факторизуємо $B(z)$:

$$B(z) = b_0 (z - z_2)(z - z_1), \quad (20)$$

У цьому виразі z_2 – «стійкий» нуль $B(z)$. Він задовольняє нерівність $-1 < z_2 < 0$ [1, гл.6]).

Розкладаючи дробово-раціональну функцію $(z - z_1)^{-1}$ в нескінченний ряд

$$\frac{1}{z - z_1} = -z_1^{-1} - z_1^{-2} z - \dots - z_1^{-i} z^{i-1} - \dots = -\sum_{i=1}^{\infty} z_1^{-i} z^{i-1}, \quad (21)$$

та обмежуючись деяким фіксованим числом $N < \infty$ його членів, визначимо поліном

$$Q(z) = A'(z)z(-z_1^{-1} - z_1^{-2}z - \dots - z_1^{-N}z^{N-1})b_0^{-1}. \quad (22)$$

Якщо тепер взяти до уваги, що $\deg A'(z) = 2$, то цей поліном згідно з виразом (21) можна представити так:

$$Q(z) = q_0 z^{N+2} + q_1 z^{N+1} + \dots + q_{N+1} z. \quad (23)$$

Визначимо далі передавальну функцію

$$W_c(z) = \frac{(q_0 z^{N+2} + q_1 z^{N+1} + \dots + q_{N+1} z)(z-1)}{(z-z_2)z}, \quad (24)$$

яка з врахуванням (20) – (23) є певним наближенням оберненої передавальної функції $A(z)/B(z)$. Ця функція описує компенсатор, який фізично не можна реалізувати: адже у відповідності до виразу (24) закон формування сигналу $u_n^{(c)}$ необхідно було б визначити співвідношенням

$$u_n^{(c)} = q_{N+1} \nabla \varphi_n^0 + q_N \nabla \varphi_{n+1}^0 + \dots + q_0 \nabla \varphi_{n+N+1}^0 + z_2 u_{n-1}^{(c)}. \quad (25)$$

Якщо ж перейти у (25) від майбутніх значень змінної $\nabla \varphi_{n+i}^0$ ($i = 1, \dots, N+1$) до їх поточних оцінок $\nabla \bar{\varphi}_{n+i}^0$, знайденими певним чином в кожний n -й момент часу, то, як і в роботах [4-7], отримаємо закон формування сигналу $u_n^{(c)}$ на виході компенсатора у такому вигляді:

$$u_n^{(c)} = q_{N+1} \nabla \varphi_n^0 + q_N \nabla \bar{\varphi}_{n+1}^0 + \dots + q_0 \nabla \bar{\varphi}_{n+N+1}^0 + z_2 u_{n-1}^{(c)}. \quad (26)$$

Отже, реалізація закону (26) вимагає прогнозування (екстраполяції) $N+1$ майбутніх значень перших різниць опосередкованого сигналу $\bar{\varphi}_{n+1}^0, \dots, \bar{\varphi}_{n+N+1}^0$. Ця задача покладається саме на екстраполятор, який повинен входити до складу компенсатора (рис. 3).

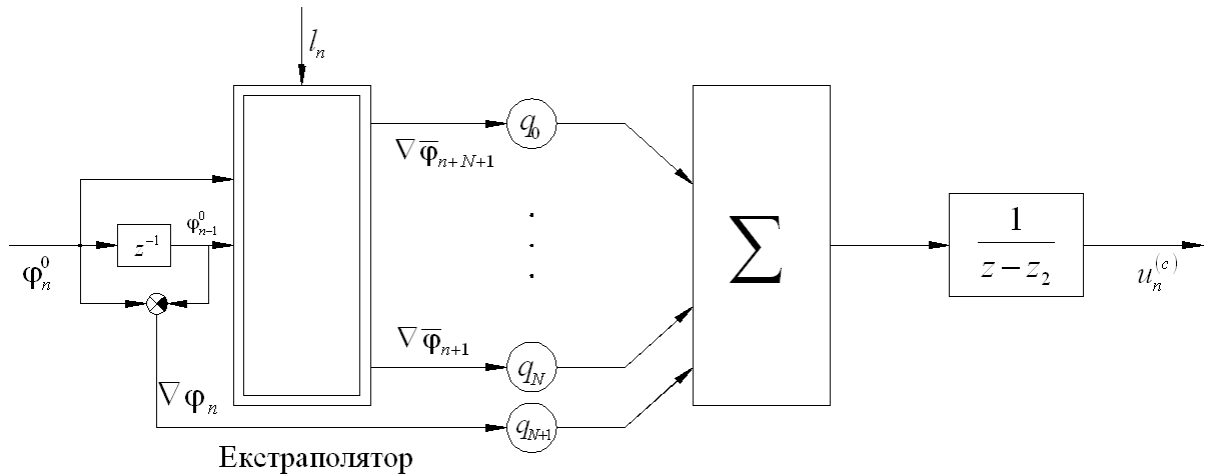


Рис. 3. Структура компенсатора

Алгоритм екстраполяції

Для побудови алгоритму екстраполяції прив'яжемо РЛС до декартової системи координат $x^{(1)}Ox^{(2)}$, розмістивши початок O цієї системи в центрі РЛС і зорієнтувавши її таким чином, щоб вісь абсцис була спрямована з Заходу на Схід, як зображено на рис. 4. У цій системі поточне положення літального апарату в кожний дискретний момент часу визначається вектором $x_n = [x_n^{(1)}, x_n^{(2)}]^T$. У полярній системі координат з центром у точці O (полюсі) воно визначається парою

$\{\Phi_n^0, l_n\}$. Зв'язок між цими координатами визначається відомими формулами

$$\left. \begin{aligned} x_n^{(1)} &= l_n \sin \Phi_n^0, \\ x_n^{(2)} &= l_n \cos \Phi_n^0. \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

Важливо зазначити, що поточні координати $x_n^{(1)}, x_n^{(2)}$ завжди можна розрахувати за формулами (27), використовуючи інформацію про відстань l_n , яка надходить від РЛС, та опосередковано знаходячи азимут Φ_n^0 у відповідності до співвідношення (8).

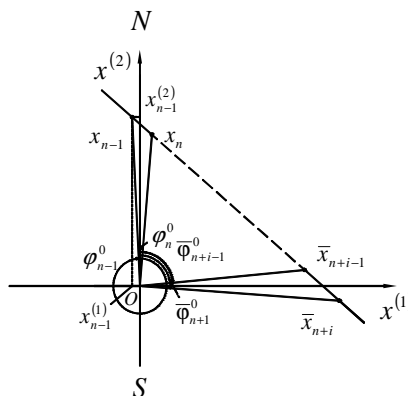


Рис. 4. Ілюстрація до побудови алгоритму екстраполяції

Зауваження. Звернемо увагу на те, що відлік азимута в геодезії звичайно ведеться від напрямку на Північ за годинниковою стрілкою (рис. 4), тоді як в математиці відлік відповідної кутової коор-

динати (в додатному напрямку) ведеться проти годинникової стрілки.

Відстань

$$d_n = \sqrt{(x_n^{(1)} - x_{n-1}^{(1)})^2 + (x_n^{(2)} - x_{n-1}^{(2)})^2},$$

яку долає літальний апарат протягом n -го інтервалу часу $[(n-1)T_0, nT_0]$, рухаючись по прямолінійній траєкторії в напрямку від точки x_{n-1} до точки x_n , через полярні координати визначається наступним чином:

$$d_n = \sqrt{l_n^2 + l_{n-1}^2 - 2l_n l_{n-1} \cos(\varphi_n^0 - \varphi_{n-1}^0)},$$

([8, п.2.1-8]). При цьому лінійна швидкість v руху літального апарату може при необхідності бути знайдена за формулою

$$v = d_n / T_0.$$

Згідно з [9, гл.ІІ, §11], рівняння прямої, що проходить через точки x_{n-1} і x_n , в своєрідній параметричній формі можна, очевидно, записати у вигляді

$$x = x_n + i(x_n - x_{n-1}), \quad (28)$$

де $i \in (-\infty, +\infty)$ – дійсна змінна.

Обмежуючись невід'ємними цілими значеннями $i = 1, 2, \dots$, з рівняння (28) знаходимо

$$x_{n+i} = x_n + i(x_n - x_{n-1}). \quad (29)$$

Співвідношення (29) дозволяє негайно отримати оцінки декартових координат рухомого об'єкта в будь-який майбутній дискретний момент часу $t = (n+i)T_0$, ($i = 1, \dots, N+1$) у такій досить простій формі:

$$\left. \begin{aligned} \bar{x}_{n+i}^{(1)} &= x_n^{(1)} + i(x_n^{(1)} - x_{n-1}^{(1)}), \\ \bar{x}_{n+i}^{(2)} &= x_n^{(2)} + i(x_n^{(2)} - x_{n-1}^{(2)}). \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

Як видно з рис.4, траєкторія руху літального апарату незалежно від напрямку цього руху може проходити не більше, ніж три квадранти. Виберемо період дискретизації T_0 настільки малим, щоб виконати умову

$$\bar{\omega}T_0 \leq \pi/2.$$

З цієї умови негайно випливає обмеження

$$T_0 \leq \pi/2\bar{\omega}, \quad (31)$$

яке необхідно накласти на величину T_0 .

Неважко зрозуміти, що коли обмеження (31) задовольняється, то при будь-якому n точки \bar{x}_{n-1} і \bar{x}_n в послідовні дискретні моменти часу неодмінно будуть розташовані або в одному і тому ж квадранті, або принаймні у сусідніх квадрантах. При цьому завжди

$$|\nabla\bar{\varphi}_{n+i}^0| \leq \pi/2. \quad (32)$$

Приймаючи до уваги вираз (30), визначимо оцінку прогнозованих значень $\nabla\bar{\varphi}_{n+i}^0$ загальною формулою

$$\nabla\bar{\varphi}_{n+i}^0 = \text{Arctg} \frac{\bar{x}_{n+i}^{(1)}}{\bar{x}_{n+i}^{(2)}} - \text{Arctg} \frac{\bar{x}_{n+i-1}^{(1)}}{\bar{x}_{n+i-1}^{(2)}} \\ (i = 1, \dots, N+1).$$

Оскільки сама функція $\text{Arctg}(\cdot)$ неоднозначна, то ця загальна формула потребує конкретизації. Саме в залежності від того, до якого з чотирьох квадрантів належать точки \bar{x}_{n+i-1} і \bar{x}_{n+i} , оцінка $\nabla\bar{\varphi}_{n+i}^0$ може бути виражена через головні значення $\arctg(\cdot) \in [-\pi/2, \pi/2]$ цих тригонометричних функцій, які, як відомо [8, п.21.2-4], є однозначними функціями. Ці формули для зручності зведені в таблицю, в якій для скорочення запису прийняті такі позначення:

$$\theta_i := \arctg \frac{\bar{x}_{n+i}^{(1)}}{\bar{x}_{n+i}^{(2)}}, \quad \theta_{i-1} := \arctg \frac{\bar{x}_{n+i-1}^{(1)}}{\bar{x}_{n+i-1}^{(2)}}. \quad (33)$$

Неважко переконатись, що при будь-якій з дванадцяти можливих ситуацій розташування точок \bar{x}_{n+i} і \bar{x}_{n+i-1} (див. таблицю), обмеження зверху (32) на абсолютне значення змінної $\nabla\bar{\varphi}_{n+i}^0$ задовольняється, як і повинно бути.

Формули (27), (30), (33) разом з наведеними в таблиці формулами визначають алгоритм екстраполяції повністю.

Таблиця 1. Формули для визначення змінної $\nabla\bar{\varphi}_{n+i}^0$

Квадрант, у якому знаходиться точка		Напрямок бажаного руху антени	Формула
\hat{x}_{n+i-1}	\hat{x}_{n+i}		
I	I		$\nabla\bar{\varphi}_{n+i}^0 = \theta_i - \theta_{i-1}$
I	IV		
IV	I		
II	II		
II	III		
III	II		
III	III		
IV	IV		
II	I	$\nabla\bar{\varphi}_{n+i}^0 = \theta_i - \theta_{i-1} - \pi$	
IV	III		
I	II	$\nabla\bar{\varphi}_{n+i}^0 = \theta_i - \theta_{i-1} + \pi$	
III	IV		

Динамічна похибка системи

Ясно, що в умовах прийнятих припущень відносно руху літального апарату оцінки майбутніх значень його азимута $\bar{\varphi}_{n+i}^0$ у будь-який дискретний момент часу $t = (n+i)T_0, (i=1,2,...)$, визначені в поточний n -й момент часу при $n \geq 1$, будуть співпадати з дійсними значеннями $\varphi_{n+1}^0, \varphi_{n+2}^0, \dots$, які матимуть місце при $t = (n+1)T_0, (n+2)T_0, \dots$, тобто $\bar{\varphi}_{n+i}^0 = \varphi_{n+i}^0, i=1,2,...$ для всіх натуральних n . В цих умовах передавальна функція компенсатора $W_c(z)$ в системі, схема якої зображена на рис.2, теоретично визначається виразом (24). Саме ж рівняння, що зв'яже зображення динамічної похибки $e(z)$ з зображенням задаючого впливу $\varphi^0(z)$, в такій системі має вигляд

$$e(z) = \frac{1 - W_c(z)W_0(z)}{1 + W_s(z)W_0(z)} \varphi^0(z). \quad (34)$$

Використовуючи тотожність

$$(z - z_1)(-z_1^{-1} - z_1^{-2}z - \dots - z_1^{-N}z^{N-1}) \equiv \equiv 1 - z_1^{-N}z^N,$$

з урахуванням (12), (13), (20), (24) на підставі (34) одержимо

$$e(z) = \frac{z_1^{-N}z^N}{1 + W_s(z)W_0(z)} \varphi^0(z). \quad (35)$$

У той же час зображення похибки $e(z)$ в системі без компенсатора, яке можна негайно знайти, поклавши в (34) $W_c(z) \equiv 0$, визначається рівнянням

$$e(z) = \frac{1}{1 + W_s(z)W_0(z)} \varphi^0(z). \quad (36)$$

Порівняння (35) і (36) показує, що динамічна похибка системи e_n , яка реалізує зв'язок з сигналом φ_n^0 , в кожний n -й момент часу буде з точністю до знака повторювати динамічну похибку e_{n+N} в $(n+N)$ -й момент часу такої ж системи без зв'язку за сигналом φ_n^0 , зменшену в $|z_1|^N$ разів (тут враховано, що $|z_1| > 1$).

Продовжимо дослідження рівняння (35). З цією метою підставимо в це рівняння вираз (18). Тоді з урахуванням (12), (13) та співвідношення (15) можна записати

$$e(z) = z_1^{-N} z^{N-5} A'(z)F(z)(z-1)\varphi^0(z). \quad (37)$$

З (37) безпосередньо впливає оцінка зверху

$$\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} |e_n| \leq |z_1|^{-N} \|A'F\|_1 \sup_{0 \leq n < \infty} |\nabla \varphi_n^0|, \quad (38)$$

де $\|A'F\|_1$ означає так звану l_1 -норму полінома $A'(z)F(z)$ (зокрема, [1, гл 6]).

Якщо далі згадати обмеження (32) та визначення (6) показника якості J функціонування системи, що синтезується, то оцінку (38) можемо підсилити і в решті решт отримати

$$J \leq |z_1|^{-N} \|A'F\|_1 \pi/2.$$

Ця оцінка дозволяє визначити потрібне значення числа N для забезпечення заданої динамічної похибки системи, щоб виконати вимогу (7). Для цього достатньо знайти найменше N , яке задовольняє нерівність

$$\|A'F\|_1 |z_1|^{-N} \pi/2 \leq \varepsilon. \quad (39)$$

Модельні експерименти

Для того щоб переконатися у працездатності запропонованого методу синтезу ε -інваріантної слідкуючої системи автосупроводження літальних апаратів та показати його ефективність, проводилось моделювання цієї системи та системи, в якій зворотній зв'язок за заданим сигналом відсутній. Як приклад, розглядалась система з параметрами слідкуючого приводу: $\tau_1 = 0.1$ с, $\tau_2 = 0.05$ с, $k = 5$ с⁻¹. Інтервал дискретизації у часі прийнятий рівним $T_0 = 0.1$ с. При цих значеннях τ_1 , τ_2 , k , T_0 маємо

$$W_0(z) = \frac{0,0841(z^2 + 2,02z + 0,228)}{z^2 - 0,5032z + 0,0498},$$

звідки $z_1 \cong -1,9$, $z_2 \cong -0,12$.

Розв'язування поліноміального рівняння (15) дозволяє визначити передавальну функцію стабілізатора

$$W_s(z) = \frac{6,277z^2 - 2,811z + 0,268}{z^2 + 0,975 + 0,103}.$$

Покладемо $N = 5$. У цьому випадку розрахунок параметрів компенсатора згідно (22), (23) дає

$$\begin{aligned} q_0 &= 0,4802, & q_1 &= -1,154, & q_2 &= 2,217, \\ q_3 &= -4,212, & q_4 &= 8,002, & q_5 &= -3,313, \\ q_6 &= 0,3117. \end{aligned}$$

Моделювався рух літального апарату з Півночі на Південь зі швидкістю $v = 950$ км/год. по прямій на відстані $L = 750$ м від РЛС при $l_0 = 1500$ м. В умовах модельних експериментів поточний його азимут визначався як

$$\varphi^0(t) = \pi/2 + \operatorname{arctg} \frac{vt/l_0 - \sqrt{1 - (L/l_0)^2}}{L/l_0};$$

при цьому $\varphi^0(0) = \pi/6$ (початкове кутове положення осі радіолокатора прийнято рівним $\varphi(0) = 0$).

Тривалість процесу автосупроводження складала 10 с.

Результати моделювання системи з розрахованими параметрами стабілізатора та компенсатора графічно зображені на рис. 5. На цьому ж рисунку наведені графіки процесів в системі з таким же стабілізатором, але при відсутності компенсатора.

Моделювання показало, що максимальна по модулю похибка системи без компенсатора становить 2,2476 град, тоді як з компенсатором – 0,1138 град. Таким чином, запропонований метод дозволяє при $N = 5$ зменшити похибку системи майже у 20 разів.

Цікаво, що для забезпечення максимальної за модулем похибки, що складає $\varepsilon = 0.1138 \cdot \pi/180$ рад, згідно з запропонованим методом у відповідності до співвідношення (39) число N необхідно було б брати не менше, ніж 12.

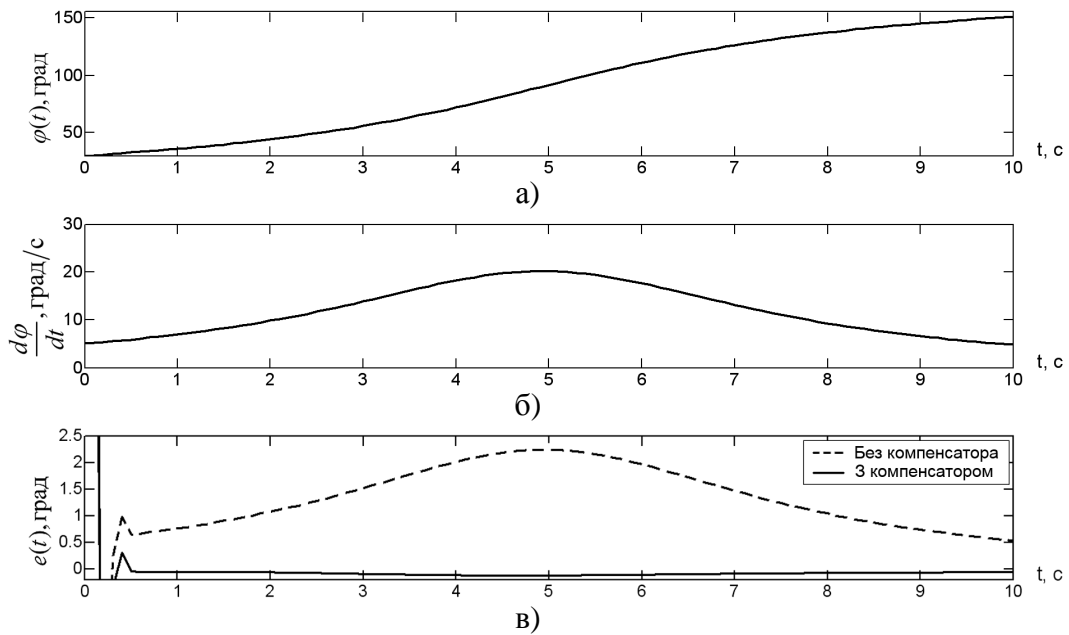


Рис. 5. Результати моделювання:

а) вхідний сигнал; б) кутова швидкість антени; в) похибка системи

Висновки

Реалізація опосередкованого зв'язку за задаючим сигналом з використанням запропонованого алгоритму екстраполяції дозволяє забезпечити задану точність автосупроводження літального апарату по прямолінійній траєкторії зі сталою швидкістю.

Список літератури

1. Азарсков В.Н., Блохин Л.Н., Житецький Л.С. Методология конструирования оптимальных систем стохастической стабилизации. – К.: Книжное изд-во НАУ, 2006. – 440 с.
2. Зайцев Г.Ф., Стеклов В.К. Радиотехнические системы автоматического управления высокой точности. – К.: Техніка, 1988. – 208 с.
3. Волгин Л.Н. Элементы теории управляющих машин. – М.: Сов. Радио, 1962. – 164 с.
4. Азарсков В.М., Житецький Л.С., Суцzenко О.А. Структурно-параметрична оптимізація цифрової системи автосупро-

вождения літальних апаратів // Вісник ПНЦ ТАУ. – 2005. – Вип.8. – С. 106–109.

5. Житецький Л.С., Суцzenко О.А., Голота А.Н., Артасюк Ю.А. Синтез субоптимальной цифровой следящей системы с косвенной связью по задающему воздействию // Проблеми інформатизації та управління. – 2005. – №4(15). – С. 64–71.

6. Azarskov V.N., Zhiteckij L.S., Sushchenko O.A. Motion control applied to nonminimum phase systems: a generalization // The second world congress "Aviation in XXI century. Safety in aviation." – 2005. – Part 3. – P. 91–97.

7. Азарсков В.М., Житецький Л.С., Суцzenко О.А. Синтез адаптивного керування рухом дискретної немінімально-фазової системи // Вісник НАУ. – 2007. – №1(31). – С.78–84.

8. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. – М.: Наука, 1974. – 831 с.

9. Головина Л.И. Линейная алгебра и некоторые ее приложения. – М.: Наука, 1971. – 288 с.