

УДК 531.7

DOI: 10.18372/2073-4751.80.19770

Коломієць Л.В., д.т.н.,
orcid.org/0000-0003-2341-3345,
e-mail: leonkolom61@gmail.com

ПІДВИЩЕННЯ ТОЧНОСТІ ВИМІРЮВАНЬ НА КООРДИНАТНО-ВИМІРЮВАЛЬНІЙ МАШИНІ В УМОВАХ ДІЇ ДЕСТАБІЛІЗУЮЧИХ ФАКТОРІВ

Державний університет інтелектуальних технологій і зв'язку

Вступ

У сучасному промисловому виробництві забезпечення точності вимірювань геометричних параметрів деталей є критично важливим завданням, яке безпосередньо впливає на якість кінцевої продукції та конкурентоспроможність підприємств. Координатно-вимірювальні машини (КВМ) стали невід'ємною частиною метрологічного забезпечення виробництва, надаючи можливість виконувати високоточні вимірювання складних геометричних форм [1, 2].

Однак, в реальних виробничих умовах точність вимірювань на КВМ піддається впливу численних дестабілізуючих факторів. До основних з них належать:

- температурні деформації елементів конструкції КВМ та вимірюваної деталі;
- вібрації від промислового обладнання;
- деформації від механічних напружень;
- зміни вологості та тиску повітря;
- електромагнітні завади.

Ці фактори створюють складну багатопараметричну систему впливів, яка призводить до виникнення значних похибок вимірювань. За даними досліджень [3], вплив температурних деформацій може спричиняти похибки до 60-70% від загальної похибки вимірювання, особливо при контролі великогабаритних деталей. Вібраційні впливи можуть додавати ще 15-20% до загальної похибки [4].

Мета

Метою роботи є розробка теоретичних основ підвищення точності вимірювань на КВМ шляхом створення

узагальненої математичної моделі впливу дестабілізуючих факторів, розробки методики прогнозування сумарної похибки вимірювань, формування теоретичних засад компенсації систематичних складових похибки та створення алгоритму компенсації похибки на основі розробленої математичної моделі.

Основна частина

Проблематика підвищення точності координатних вимірювань активно досліджується науковцями по всьому світу. В роботі [5] Петренко А.В. запропонував математичну модель температурних деформацій елементів КВМ, яка враховує нерівномірність температурного поля. Соколов М.К. [6] розробив теоретичні основи компенсації вібраційних впливів на основі статистичної обробки результатів вимірювань.

Значний внесок у розвиток теорії точності координатних вимірювань внесли закордонні дослідники. *Weckenmann A.* та співавтори [7] систематизували основні джерела похибок КВМ та запропонували класифікацію методів їх компенсації. *Schwenke H.* [8] розробив теоретичні основи геометричної корекції похибок вимірювальних машин.

Проте, незважаючи на значну кількість досліджень, залишається невирішеною проблема створення комплексної математичної моделі, яка б враховувала взаємний вплив різних дестабілізуючих факторів та дозволяла прогнозувати результуючу похибку вимірювань.

1. Математична модель впливу дестабілізуючих факторів

1.1. Узагальнена математична модель похибок. Сумарна похибка

вимірювання описується тензорним полем четвертого рангу:

$$\Delta_{ijkl} = \oint \oint \oint \oint \Psi_{ijkl}(x, y, z, t) * \Gamma_{mnpq}(\omega) dV d\omega, \quad (41)$$

де, Ψ_{ijkl} – тензор чутливості системи, Γ_{mnpq} – тензор зовнішніх впливів, ω – частотний параметр, V – об'єм вимірювального простору.

Компоненти тензора чутливості визначаються через характеристичні функції (2):

$$\Psi_{ijkl} = \sum \sum \sum \sum \lambda_{mnpq} * \varphi_{mn}(x, y, z) * \theta_{pq}(t), \quad (42)$$

де, λ_{mnpq} – власні значення, φ_{mn} – просторові моди, θ_{pq} – часові моди.

1.2. Нелінійна термодинамічна модель. Температурне поле описується системою нелінійних диференціальних рівнянь у частинних похідних:

$$\rho c_p (\partial T / \partial t + v \nabla T) = (k(T) \nabla T) + \mu \Phi + Q_r, \quad (43)$$

де, ρ – густина матеріалу, c_p – теплоємність при постійному тиску, $k(T)$ – нелінійна функція теплопровідності, $\mu \Phi$ – дисипація механічної енергії, Q_r – радіаційний теплообмін.

Тензор термопружних деформацій:

$$\varepsilon_{ijkl} = \alpha_{ijkl}(T) * (T - T_0) + \beta_{ijklmn}(T - T_0)^2 + \gamma_{ijklmnpq} * \nabla T \otimes \nabla T, \quad (44)$$

де, $\alpha_{ijkl}(T)$ – температурно-залежний тензор теплового розширення, β_{ijklmn} – тензор нелінійних термопружних констант, $\gamma_{ijklmnpq}$ – тензор градієнтних термопружних ефектів.

1.3. Стохастична модель вібраційних полів. Динаміка системи описується стохастичним диференціальним рівнянням:

$$dX = A(X, t)dt + B(X, t)dW(t) + \int C(X, t, z) \tilde{N}(dt, dz), \quad (45)$$

де, X – вектор стану системи, $W(t)$ – вінерівський процес, $\tilde{N}(dt, dz)$ – пуассонівська міра, $A(X, t)$ – дрейфовий член, $B(X, t)$ – дифузійна матриця, $C(X, t, z)$ – амплітуда стрибків.

Спектральна щільність вібраційних коливань:

$$S(\omega) = \int \int \int H(r, \omega) * G(r, r', \omega) * H^*(r', \omega) dr dr' d\omega, \quad (46)$$

де, $H(r, \omega)$ – передавальна функція в точці r , $G(r, r', \omega)$ – крос-спектральна щільність, $H^*(r', \omega)$ – комплексно-спряжена передавальна функція.

1.4. Тензорно-метрична модель механічних напружень. Тензор напружень у криволінійній системі координат:

$$\Psi_{ijkl} = \sum \sum \sum \sum \lambda_{mnpq} * \varphi_{mn}(x, y, z) * \theta_{pq}(t), \quad (47)$$

де, g^{ij} – контраваріантні компоненти метричного тензора, $|g|$ – детермінант метричного тензора, λ_{klmn} – тензор пружних констант другого порядку, μ_{klmnpq} – тензор пружних констант третього порядку.

Рівняння руху в коваріантній формі:

$$\nabla^i \sigma^{ij} + \Gamma^{ikl} \sigma^{kl} = \rho (\sigma^2 x^i / \partial t^2 + \Gamma^{jmn} (\partial x^m / \partial t) (\partial x^n / \partial t)), \quad (48)$$

де, Γ^{ikl} – символи Крістоффеля другого роду, ∇_i – коваріантна похідна

1.5. Нелінійна фільтрація та оцінювання. Нелінійний фільтр на основі розкладу Вольтерра-Вінера:

$$\hat{x}(t) = \int h_1(\tau) y(t-\tau) d\tau + \int \int h_2(\tau_1, \tau_2) y(t-\tau_1) y(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 + \int \int \int h_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3) y(t-\tau_1) y(t-\tau_2) y(t-\tau_3) d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3, \quad (49)$$

де, h_1 , h_2 , h_3 – ядра Вольтерра першого, другого та третього порядків, $y(t)$ – вхідний сигнал

Оптимізація параметрів фільтра здійснюється мінімізацією функціоналу:

$$J = E \left\{ \int \int (x(t) - \hat{x}(t))^T Q(t, \tau) (x(\tau) - \hat{x}(\tau)) dt d\tau \right\}, \quad (50)$$

де, $Q(t, \tau)$ – ядро інтегрального оператора якості, $E\{\cdot\}$ – оператор математичного сподівання.

2. Алгоритм застосування математичної моделі

2. 1. Підготовчий етап.

1) Формування векторів стану для кожного дестабілізуючого фактора:

$$S_T = [T_{KBM}(x, y, z, t), T_{oem}(x, y, z, t)]^T$$

$$S_V = [V(x, y, z, t), A(x, y, z, t)]^T$$

$$S_M = [\sigma(x, y, z, t), \varepsilon(x, y, z, t)]^T$$

$$S_H = [H(x, y, z, t), P(x, y, z, t)]^T$$

$$S_E = [E(x, y, z, t), B(x, y, z, t)]^T$$

2) Ініціалізація граничних умов для кожного поля

2.2. Аналіз температурних деформацій

2.2.1. Розрахунок температурного поля KBM для кожного елемента конструкції:

1) Розв'язати рівняння теплопровідності:

$$\rho c_p (\partial T / \partial t + v \nabla T) = \nabla \cdot (k(T) \nabla T) + Q_r$$

2) Визначити градієнти температур:

$$\nabla T = [\partial T / \partial x, \partial T / \partial y, \partial T / \partial z].$$

2.2.2. Розрахунок температурних деформацій для кожної точки деталі:

1) Обчислити тензор термічних деформацій:

$$\varepsilon_t = \alpha_{ijkl}(T) * (T - T_0) + \beta_{ijklmn}(T - T_0)^2;$$

2) Визначити зміщення точок:

$$u_t = \iiint K_T(r, r') \varepsilon_t(r') dr'.$$

2.3. Обробка вібраційних впливів

2.3.1. Аналіз вібрацій від обладнання для кожного джерела вібрацій:

1) Розрахувати спектральну щільність:

$$S(\omega) = \iiint H(r, \omega) G(r, r', \omega) H(r', \omega) dr dr'$$

2) Визначити передавальні функції:

$$W(\omega) = Y(\omega) / X(\omega)$$

2.3.2. Розрахунок впливу на вимірювання для кожної вимірюваної точки:

1) Обчислити амплітуду коливань:

$$A(t) = \int W(\omega) S(\omega) \exp(i\omega t) d\omega$$

2) Визначити похибку від вібрацій:

$$\Delta_v = \iiint K_v(r, r') A(r', t) dr'$$

2.4. Аналіз механічних напружень

2.4.1. Розрахунок поля напружень для кожного елемента системи:

1) Обчислити тензор напружень:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} * \varepsilon_{kl} + D_{ijklmn} * \varepsilon_{kl} * \varepsilon_{mn}$$

2) Визначити деформації:

$$\varepsilon_{ij} = 1/2 (\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i)$$

2.4.2. Визначення впливу на точність для кожної точки вимірювання:

1) Розрахувати зміщення:

$$u_m = \iiint G(r, r') \sigma(r') dr'$$

2) Обчислити похибку:

$$\Delta_m = \|u - m\|$$

2.5. Врахування змін вологості та тиску для кожної точки простору.

2.5.1. Аналіз зміни параметрів середовища:

1) Розв'язати рівняння дифузії:

$$\partial H / \partial t = D_H \nabla^2 H + S_H$$

2) Розрахувати зміну тиску:

$$\partial P / \partial t = D_P \nabla^2 P + S_P$$

2.5.2. Розрахунок впливу на вимірювання для кожної вимірюваної точки:

1) Визначити зміну розмірів:

$$\Delta L = L_0 (\alpha_H * \Delta H + \alpha_P * \Delta P)$$

2) Обчислити похибку:

$$\Delta_h = \iiint K_h(r, r') \Delta L(r') dr'$$

2.6. Аналіз електромагнітних завад

2.6.1. Розрахунок електромагнітного поля для кожного джерела завад:

1) Розв'язати рівняння Максвелла:

$$\nabla \times E = -\partial B / \partial t$$

$$\nabla \times H = J + \partial D / \partial t$$

2) Визначити напруженості полів:

$$E(r, t), B(r, t)$$

2.6.2. Визначення впливу на електронні компоненти для кожного електронного компонента:

1) Розрахувати наведені струми:

$$I_{ind} = \iint (\sigma E + \varepsilon \partial E / \partial t) dS$$

2) Обчислити похибку:

$$\Delta_e = K_e * I_{ind}$$

2.7. Інтеграція та корекція результатів

2.7.1. Формування сумарної похибки для кожної вимірюваної точки:

$$\Delta_{sum} = \Delta_t + \Delta_v + \Delta_m + \Delta_h + \Delta_e$$

2.7.2. Корекція результатів вимірювань для кожного вимірювання:

1) Застосувати компенсацію:

$$M_{corr} = M_{measured} - \Delta_{sum}$$

2) Оцінити залишкову похибку:

$$\varepsilon_{res} = \|M_{corr} - M_{true}\|$$

Для забезпечення максимальної ефективності запропонованого алгоритму важливо дотримуватися комплексного підходу до його реалізації. Це включає встановлення оптимальної періодичності вимірювань різних параметрів (від безперервного моніторингу для вібрацій та електромагнітних завад до інтервальних вимірювань для температури та параметрів середовища), правильне розміщення датчиків (з урахуванням необхідної кількості точок вимірювання для кожного типу параметрів) та застосування відповідних методів обробки даних, таких як ковзне середнє та вейвлет-перетворення. Ефективність алгоритму оцінюється за кількісними (зменшення похибок, підвищення повторюваності) та якісними (стабільність, надійність, адаптивність) показниками, при цьому необхідно враховувати технічні, методичні та експлуатаційні обмеження системи.

Висновки

В даній статті розроблено теоретичні основи моделювання впливу дестабілізуючих факторів на точність вимірювань

КВМ. Створено математичну модель прогнозування сумарної похибки вимірювань. Теоретично обґрунтовано методику компенсації систематичних складових похибки.

На основі розробленої математичної моделі запропоновано метод прогнозування сумарної похибки вимірювань з урахуванням взаємного впливу дестабілізуючих факторів. Теоретично обґрунтовано можливість зменшення систематичної складової похибки шляхом введення корегувальних коефіцієнтів.

Подальші дослідження планується спрямувати на експериментальну перевірку розроблених теоретичних положень та створення на їх основі практичних методик підвищення точності вимірювань.

Література

1. Schwenke H., Neuschaefer-Rube U. Advances in machine tool metrology. *CIRP Annals*. 2019. Vol. 68(2). P. 779–802. DOI: 10.1016/j.cirp.2019.05.001.
2. Schmitt R., Peterrek M. Machine tool metrology: Recent developments and future perspectives. *Procedia CIRP*. 2017. Vol. 60. P. 1–14.
3. Savio E., De Chiffre L., Schmitt R. Metrology of freeform shaped parts. *CIRP Annals*. 2016. Vol. 65(2). P. 643–665.
4. Bosse H., Wendt K. Advances in coordinate metrology. *Journal of Physics: Conference Series*. 2018. Vol. 1065(7). 072002.
5. Петренко А. В. Дослідження впливу температурних деформацій на точність координатних вимірювань. *Вісник НТУУ "КПІ". Серія: Приладобудування*. 2022. № 63. С. 25–31.
6. Соколов М. К. Методи підвищення точності координатно-вимірювальних машин. *Метрологія та прилади*. 2023. № 2. С. 43–48.
7. Weckenmann A. et al. Probing Systems in Dimensional Metrology. *CIRP Annals*. 2004. Vol. 53(2). P. 657–684.
8. Schwenke H. et al. Geometric error measurement and compensation of machines – An update. *CIRP Annals*. 2008. Vol. 57(2). P. 660–675.

Коломієць Л.В.

ПІДВИЩЕННЯ ТОЧНОСТІ ВИМІРЮВАНЬ НА КООРДИНАТНО-ВИМІРЮВАЛЬНІЙ МАШИНІ В УМОВАХ ДІЇ ДЕСТАБІЛІЗУЮЧИХ ФАКТОРІВ

У статті розроблено теоретичні основи підвищення точності вимірювань на координатно-вимірювальних машинах (КВМ) шляхом комплексного врахування впливу дестабілізуючих факторів. Запропоновано узагальнену математичну модель, яка базується на тензорних полях четвертого рангу та враховує взаємний вплив температурних деформацій, вібрацій, механічних напружень, змін вологості, тиску повітря та електромагнітних завад. Розроблено систему нелінійних інтегральних рівнянь для опису полів деформацій та алгоритм компенсації похибок на основі методів нелінійної фільтрації. Теоретично обґрунтовано можливість підвищення точності вимірювань шляхом застосування розробленої моделі та алгоритму корекції результатів. Представлено методику практичного застосування запропонованого підходу для різних типів координатно-вимірювальних машин та умов експлуатації.

Ключові слова: координатно-вимірювальна машина; точність вимірювань; дестабілізуючі фактори; температурні деформації; вібрації; механічні напруження; вологість; тиск повітря; електромагнітні завади; математична модель; тензорні поля; нелінійна фільтрація; система управління.

Kolomiets L.V.

IMPROVING MEASUREMENT ACCURACY ON COORDINATE MEASURING MACHINES UNDER DESTABILIZING FACTORS

The paper develops theoretical foundations for improving measurement accuracy on coordinate measuring machines (CMM) through comprehensive consideration of destabilizing factors' influence. A generalized mathematical model based on fourth-rank tensor fields is proposed, which takes into account the mutual influence of thermal deformations, vibrations, mechanical stresses, changes in humidity, air pressure, and electromagnetic interference. A system of nonlinear integral equations for describing deformation fields and an error compensation algorithm based on nonlinear filtering methods have been developed. The possibility of improving measurement accuracy through the application of the developed model and results correction algorithm has been theoretically substantiated. A methodology for practical application of the proposed approach for various types of coordinate measuring machines and operating conditions is presented.

Keywords: coordinate measuring machine; measurement accuracy; destabilizing factors; thermal deformations; vibrations; mechanical stresses; humidity; air pressure; electromagnetic interference; mathematical model; tensor fields; nonlinear filtering; control system.