

## БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНА ОЦІНКА ПРОБЛЕМНИХ СИТУАЦІЙ

Національний авіаційний університет

oberst5555@gmail.com

Прийняття управлінських рішень спрямовано на вирішення проблемних (несприятливих, тривожних) ситуацій, що виникають в різних предметних сферах. Поняття проблемної ситуації включає в себе ряд несприятливих подій. Кожна з цих подій має свою важливість і передбачає реакцію (набір управлінських заходів, спрямованих на усунення проблеми). У свою чергу важливість заходу характеризується величиною можливого матеріального або іншого збитку, а також викликаним громадським резонансом. Реакція характеризується часом початку реагування, вартістю застосованих втручань та ефективністю вжитих заходів. Прийняття управлінського рішення базується на оцінці даної проблемної ситуації. Згідно з викладеним аналізом, система оцінки представляється ієрархічною структурою, яка показана на рис. 1.

Для того, щоб формалізувати проблему оцінки проблемних ситуацій, необхідно, щоб усім якісним поняттям були поставлені у відповідність кількісні значення. На рис. 1 видно, що поняття ситуації розкладається (піддається декомпозиції), що призводить до ієрархічної структури властивостей. Властивості першого ієрархічного рівня можна розділити на наступні набори властивостей тощо.

Глибина поділу визначається бажанням досягти тих властивостей, які зручно порівнюються між собою.

Властивості, для яких існують об'єктивні числові характеристики, зазвичай називаються критеріями. Більш жорстко: **критеріями** є кількісні показники властивостей об'єкту, числові значення яких є мірою якості об'єкту оцінки по відношенню до даної властивості. Отримання набору критеріїв є кінцевим результатом ієрархічної декомпозиції.

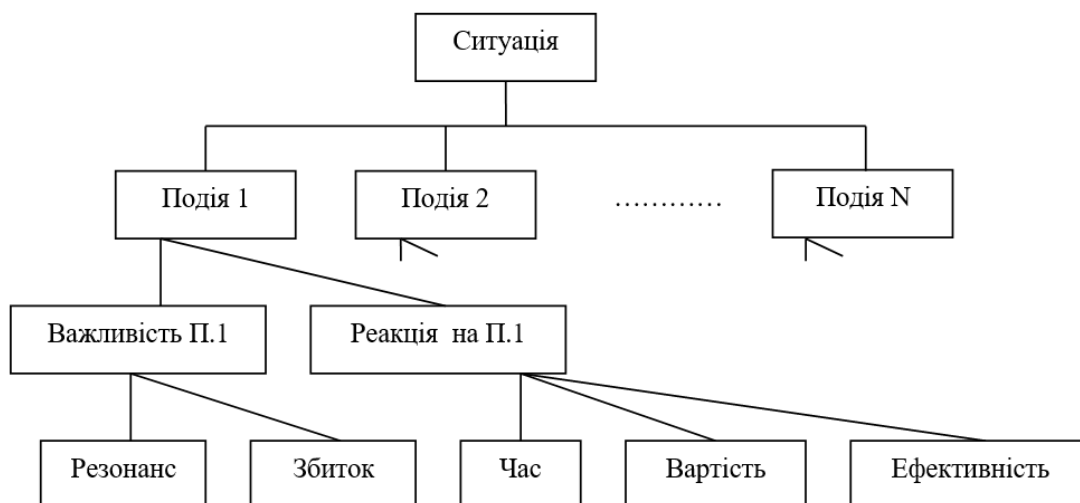


Рис. 1. Ієрархічна структура системи оцінки

На рис. 2 показана  $m$ -рівнева ієрархія критеріїв. Кількість рівнів  $m$  залежить від

потрібної глибини декомпозиції. В нашому випадку має місце чотирьохрівнева

ієрархія. Властивості нижнього, першого рівня (тобто критерії  $y_k^{(1)}$ ) можуть бути

виражені в цифрах і є відправною точкою для оцінки проблеми.

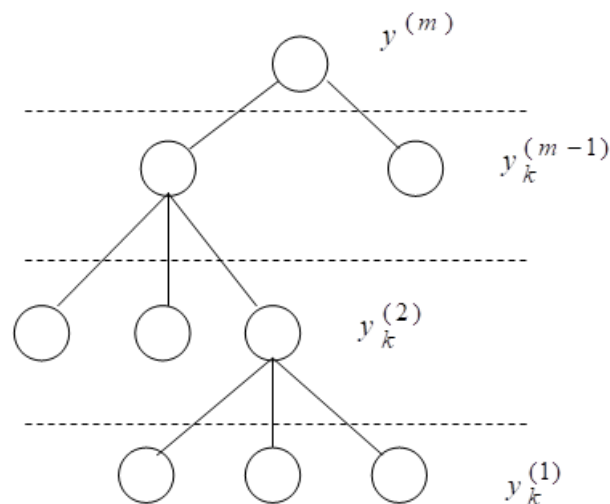


Рис. 2.  $m$ -рівнева ієрархія критеріїв

Підхід порівняння по окремим властивостям, за всієї його привабливості, створює серйозну проблему зворотного переходу до необхідної оцінки ситуації в цілому. Ця проблема передбачає вирішення проблеми композиції критеріїв за рівнями ієрархії, що досить складно, особливо на значній глибині декомпозиції властивостей. У найпростішому і найпоширенішому випадку (дворівнева ієрархія) завдання композиції вирішується традиційним отриманням однократної скалярної згортки критеріїв. Але вже при тривірневої ієрархії потрібні інші підходи.

Вищесказане говорить про те, що будь-яка багатокритеріальна задача може бути представлена ієрархічною системою, на нижньому рівні якої об'єкт оцінюється за окремими властивостями з використанням вектора критеріїв, а на верхньому рівні через механізм композиції оцінюється об'єкт в цілому. Центральною тут є проблема композиції критеріїв за рівнями ієрархії.

### Постановка задачі

Якість ситуації визначається ієрархічною системою векторів:

$$y^{(j-1)} = \{y_i^{(j-1)}\}_{i=1}^{n^{(j-1)}}, j \in [2, m],$$

де  $y^{(j-1)}$  – вектор критеріїв на  $(j-1)$ -му рівні ієрархії, по компонентам якого

оцінюється якість властивостей ситуації на  $j$ -му рівні;  $m$  – кількість рівнів ієрархії;  $n^{(j)}$  – кількість оцінюваних властивостей  $(j-1)$ -го рівня ієрархії. Чисельні значення  $n$  критеріїв першого рівня ієрархії для даної ситуації задані. Ясно, що  $n^{(1)} = n$  і  $n^{(m)} = 1$ .

Значимість кожної з компонент критерію  $(j-1)$ -го рівня при оцінці  $k$ -ї властивості  $j$ -го рівня характеризується коефіцієнтом пріоритету, сукупність яких становить систему векторів пріоритету:

$$p_{ik}^{(j-1)} = \{p_{ik}^{(j-1)}\}_{k=1}^{n^{(j)}}, j \in [2, m].$$

Потрібно знайти аналітичну оцінку  $y^*$  і якісну оцінку даної ситуації.

### Метод вирішення

Для аналітичної оцінки ієрархічних структур пропонується застосувати метод вкладених скалярних згорток [1]. Композиція здійснюється за «принципом матрьошки»: скалярні згортки зважених компонент векторних критеріїв нижчого рівня служать компонентами векторних критеріїв вищого рівня. Скалярна згортка критеріїв, отримана на самому верхньому рівні, автоматично стає виразом для оцінки всієї ієрархічної системи в цілому.

Алгоритм вирішення задачі методом вкладених скалярних згорток представляється ітераційною послідовністю операцій зваженої скалярної згортки векторних

критеріїв кожного рівня ієрархії знизу доверху з урахуванням векторів пріоритету на основі обраної схеми компромісів:

$$\{(y^{(j-1)}, p^{(j-1)}) \rightarrow y^{(j)}\}_{j \in [2, m]}, \quad (1)$$

а пошук оцінки ефективності всієї ієрархічної системи (ситуації) в цілому виражається завданням визначення скалярної згортки критеріїв на верхньому рівні ієрархії:  $y^* = y^{(m)}$ .

При використанні рекурентної формули (1) важливим виявляється раціональний вибір компромісів. Для методу вкладених скалярних згорток адекватною є нелінійна схема компромісів, описана у [2]. Встановлено, що без втрати спільності передумовою її застосування є те, що всі приватні критерії є не негативними, підлягають мінімізації та є обмеженими:

$$0 \leq y_i \leq A_i, A = \{A_i\}_{i=1}^n,$$

де  $A$  – вектор обмежень. Тоді, у відповідності до (1),

$$y_i^{(j)} = \sum_{i=1}^n p_i^{(j-1)} A_i^{(j-1)} [A_i^{(j-1)} - y_i^{(j-1)}]^{-1}.$$

Якщо критерії  $(j-1)$ -рівня нормовані за формулою  $y_0 = y/A$ , то вираз для оцінки  $k$ -ї властивості ситуації на  $j$ -му рівні ієрархії з використанням нелінійної схеми компромісів має вигляд:

$$y_k^{(j)} = \sum_{i=1}^{n_k^{(j-1)}} p_{ik}^{(j-1)} [1 - y_{0ik}^{(j-1)}]^{-1}, k \in [1, n^{(j)}],$$

$$j \in [2, m] \quad (2)$$

де  $y_{0ik}^{(j-1)}$  – компоненти нормованого вектора  $y_0^{(j-1)}$ , які беруть участь в оцінці  $k$ -ї властивості ситуації на  $j$ -му рівні ієрархії;  $n_k^{(j-1)}$  – їх кількість;  $n^{(j)}$  – кількість оцінюваних властивостей на  $j$ -му рівні.

Визначення коефіцієнтів пріоритету  $p$  на кожному рівні ієрархії можна здійснити методом експертних оцінок за шкалою балів.

Експерт повинен оцінити відносний вплив кожного приватного критерію нижчого рівня ієрархії на загальну оцінку  $k$ -ї властивості альтернативи на наступному рівні в заданих умовах і співвіднести свою оцінку з відповідною точкою за шкалою, що характеризується числом  $f$ . Можна

визбирати точки між числами або приписувати кілька критеріїв до однієї точки шкали.

Областю визначення коефіцієнтів пріоритету  $p \in \Gamma_p$  є симплекс:

$$\Gamma_p = \{p \mid p_i \geq 0, \sum_{i=1}^n p_i = 1\}.$$

Таке нормування виконується, якщо коефіцієнти пріоритету визначати за формулою:

$$p_{ik}^{(j-1)} = f_{ik} / \sum_{i=1}^{n_k^{(j-1)}} f_{ik}, k \in [1, n^{(j)}], j \in [2, m]$$

де  $p_{ik}^{(j-1)}$  –  $i$ -а компонента вектору пріоритету критерію на  $(j-1)$ -му рівні ієрархії при розрахунку оцінки ефективності  $k$ -ї властивості  $j$ -го рівня;  $f_{ik}$  – оцінка значності  $i$ -ї властивості  $(j-1)$ -го рівня для  $k$ -ї властивості  $j$ -го рівня (визначається експертами або особою, якою приймається рішення (ОПР) за шкалою балів).

Для того, щоби формула (2) відобразила ідею методу вкладених скалярних згорток відповідно до рекурентної формули (1), необхідно отриманий вираз *нормувати*, тобто отримати відносний критерій  $y_{0k}^{(j)} \in [0; 1]$  такий, щоби він був мінімізуємим, а його граничне значення було одиницею. В роботі [3] розглянуто питання такого нормування та остаточний вираз для рекурентної формули розрахунку аналітичних оцінок властивостей ситуацій на всіх рівнях ієрархії набуває вигляду:

$$y_{0k}^{(j)} = 1 - \left\{ \sum_{i=1}^{n_k^{(j-1)}} p_{ik}^{(j-1)} [1 - y_{0ik}^{(j-1)}]^{-1} \right\}^{-1},$$

$$k \in [1, n^{(j)}], j \in [2, m] \quad (3)$$

### Якісна оцінка ситуації

Якісна (лінгвістична) оцінка ситуації – це порівняння аналітичної оцінки з вербально-числовою шкалою Харрінгтона. Шкала Харрінгтона є характеристикою ступеня виразливості критеріальної властивості і має універсальний характер. Числові значення градацій походять від аналізу та обробки великого масиву статистичних даних. Вербально-числова шкала

Харрінгтона представлена табл. 1. Вона показує зв'язок між якісними градаціями властивостей об'єкту і відповідними нормованими кількісними оцінками  $y_0$ .

Таблиця 1.

Опис градацій	Числове значення $y_0$
Дуже висока	0,8-1,0
Висока	0,64-0,8
Середня	0,37-0,64
Низька	0,2-0,37
Дуже низька	0,0-0,2

Можна сказати, що у термінах нечіткої теорії множин, вербально-числова шкала виступає універсальною функцією приналежності до переходу від числа до відповідної якісної градації і назад. Відбувається перехід від лінгвістичної змінної (середня, висока оцінка тощо) до відповідних кількісних оцінок за шкалою балів, тобто перехід від нечітких якісних градацій до чисел і назад.

Оцінка ситуацій за єдиною вербально-числовою шкалою Харрінгтона дає можливість вирішувати багатокритеріальні завдання, крім традиційних постановок, і коли необхідно вибрати альтернативу з безлічі неоднорідних альтернатив, для яких неможливо сформулювати єдиний набір кількісних критеріїв оцінки, а також для оцінки єдиної (унікальної) ситуації.

### Модельний приклад

Потрібно знайти кількісну  $y_0^* = y_0^{(4)}$  та якісну оцінку ситуації, яка характеризується двома подіями: 1) збройне захоплення заручників – ця подія має поки що невідому оцінку  $y_{01}^{(3)}$  та 2) пожежа у школі, яка оцінюється поки що невідомою величиною  $y_{02}^{(3)}$ . Перша подія оцінюється за двома критеріями – важливість  $y_{01}^{(2)}$  та реакція на цю подію  $y_{02}^{(2)}$ . Аналогічним чином, друга подія оцінюється важливістю  $y_{03}^{(2)}$  та реакцією  $y_{04}^{(2)}$ . Важливість першої

події характеризується критерієм суспільного резонансу  $y_{011}^{(1)}$  та розміром матеріальних збитків  $y_{021}^{(1)}$ . Реакція на першу подію оцінюється часом  $y_{012}^{(1)}$ , вартістю вжитих заходів  $y_{022}^{(1)}$  та їх ефективністю  $y_{032}^{(1)}$ . Аналогічно, критерії нижнього рівня для оцінки другої події: суспільний резонанс  $y_{013}^{(1)}$ , матеріальний збиток  $y_{023}^{(1)}$ , час реакції  $y_{014}^{(1)}$ , вартість заходів пожежогасіння  $y_{024}^{(1)}$  та їх ефективність  $y_{034}^{(1)}$ .

Всі ці критерії нормовані і приведені до одного способу екстремізації, а саме всі вони підлягають мінімізації. Серед критеріїв нижчого рівня є якісні критерії - оцінка суспільного резонансу та ефективності. Ці критерії визначаються методом експертних оцінок [2] і знаходяться у межах від нуля (мінімум критеріальної властивості) до одного (максимум). При цьому критерій ефективності, який мінімізується, рекомендується сприймати як зворотне значення експертної оцінки.

Кількісні критерії нижчого рівня (матеріальний збиток, час реакції та вартість вжитих заходів) нормуються як відношення поточного значення критеріїв до їх гранично допустимих значень.

Критерії нижчого рівня приймають участь в оцінці властивостей вищого рівня із коефіцієнтами пріоритету  $p_{ik}^{(j-1)}$ ,  $j \in [2, m]$ .

Задано наступні числові значення величин. Критерії нижнього (першого) рівня ієрархії:  $y_{011}^{(1)} = 0,8$ ;  $y_{012}^{(1)} = 0,7$ ;  $y_{021}^{(1)} = 0,2$ ;  $y_{022}^{(1)} = 0,3$ ;  $y_{032}^{(1)} = 0,3$ ;  $y_{013}^{(1)} = 0,1$ ;  $y_{023}^{(1)} = 0,6$ ;  $y_{014}^{(1)} = 0,2$ ;  $y_{024}^{(1)} = 0,4$ ;  $y_{034}^{(1)} = 0,2$ .

Коефіцієнти пріоритету:  $p_{11}^{(1)} = 0,7$ ;  $p_{21}^{(1)} = 0,3$ ;  $p_{12}^{(1)} = 0,6$ ;  $p_{22}^{(1)} = 0,1$ ;  $p_{32}^{(1)} = 0,3$ ;  $p_{13}^{(1)} = 0,5$ ;  $p_{23}^{(1)} = 0,5$ ;  $p_{14}^{(1)} = 0,6$ ;  $p_{24}^{(1)} = 0,1$ ;  $p_{34}^{(1)} = 0,3$ ;  $p_{11}^{(2)} = 0,5$ ;  $p_{21}^{(2)} = 0,5$ ;  $p_{32}^{(2)} = 0,5$ ;  $p_{42}^{(2)} = 0,5$ ;  $p_1^{(3)} = 0,5$ ;  $p_2^{(3)} = 0,5$ .

Описаний процес представлений у концентрованому вигляді табл. 2.

Таблиця 2.

Шкала Харрінгтона		Профіль ситуації						
Градації	Числа $y_0$	Критерії $y_0^{(j)}$						
		$y_{01}^{(2)}$	$y_{02}^{(2)}$	$y_{03}^{(2)}$	$y_{04}^{(2)}$	$y_{01}^{(3)}$	$y_{02}^{(3)}$	$y_0^* = y_0^{(4)}$
Дуже висока	0,8-1,0							
Висока	0,64-0,8	0,74				0,68		
Середня	0,37-0,64		0,64	0,45				0,59
Низька	0,2-0,37				0,23		0,36	
Дуже низька	0,0-0,2							

Запропонований підхід дозволяє формалізовано опрацьовувати різні сценарії прийняття управлінських рішень для ліквідації проблемних ситуацій з різними вступними даними. Наприклад, особа, яка приймає рішення, може змінювати параметри реакцій на проблемні події. Це, зрештою, дозволить прийняти найбільш адекватне остаточне рішення у заданих обставинах.

### Література

1. Воронин А.Н. Вложенные скалярные свертки векторного критерия / А.Н.

Воронин // Проблемы управления и информатики. – 2003. – № 5. – С. 10-21.

2. Воронин А.Н., Зиятдинов Ю.К. Теория и практика многокритериальных решений: Модели, методы, реализация / А.Н. Воронин, Ю.К. Зиятдинов. – Lambert Academic Publishing, 2013. – 305 с.

3. Воронин А.Н. Декомпозиция и композиция свойств альтернатив в многокритериальных задачах принятия решений / А.Н. Воронин // Кибернетика и системный анализ. – 2009. – № 1. – С. 117-122.

**Зіатдінов Ю.К., Воронін А.М.**

## БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНА ОЦІНКА ПРОБЛЕМНИХ СИТУАЦІЙ

*Розглянуто проблему кількісної та якісної оцінки проблемних ситуацій, у тому числі небезпечних (тривожних, несприятливих) подій. Завдання аналітичної оцінки вирішується методом вкладених скалярних згорток векторного критерію з використанням нелінійної схеми компромісів. Якісна оцінка базується на основі вербально-числової шкали Харрінгтона.*

**Ключові слова:** багатокритеріальна оцінка, проблемні ситуації, вкладені скалярні згортки.

**Ziatdinov Y.K., Voronin A.M.**

## MULTICRITERIA EVALUATION OF PROBLEMATIC SITUATIONS

*The problem of quantitative and qualitative assessment of problematic situations, including dangerous (alarming, adverse) events, is considered. The task of analytical evaluation is solved by the method of nested scalar convolutions of the vector criterion using a nonlinear trade-off scheme. Qualitative assessment is based on Harrington's verbal-numerical scale.*

**Keywords:** multicriteria assessment, problem situations, nested scalar convolutions.